Szent István Egyetem

SZEMCSÉS ANYAGOK KIFOLYÁSI ÉS BOLTOZÓDÁSI TULAJDONSÁGAI

Doktori (Ph.D.) értekezés

Oldal István

Gödöllő
2007.

A doktori iskola megnevezése:	**Műszaki Tudományi Doktori Iskola**
tudományága:	**Agrárműszaki Tudomány**
vezetője:	**Dr. Szendrő Péter** egyetemi tanár, az MTA doktora Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar Mechanikai és Géptani Intézet Gödöllő
témavezető:	**Dr. M. Csizmadia Béla** egyetemi tanár, a műszaki tudomány kandidátusa Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar Mechanikai és Géptani Intézet Gödöllő

....

Az iskolavezető jóváhagyása A témavezető jóváhagyása

Tartalom

JELÖLÉSJEGYZÉK 4
BEVEZETÉS 6
1. IRODALMI ÁTTEKINTÉS 7
1.1. Szemcsés halmazok mechanikai modellezése 7
1.1.1. Mikroszerkezeti modellezés 7
1.1.2. Kontinuum modellezés 7
1.1.3. Kontinuum modelleknél használatos jellemzők 11
1.2. Szemcsés anyagok tárolása silókban 15
1.2.1. Feszültségek a silók szerkezetében 16
1.2.2. Boltozódás 22
1.2.3. Kifolyás 25
1.2.4. Kifolyási tömegáram 28
2. A KUTATÁSI FELADAT MEGFOGALMAZÁSA 35
2.1. Modellezés 35
2.2. Boltozódás 35
2.3. Kifolyás 36
3. A BOLTOZÓDÁS ÉS A KIFOLYÁS KAPCSOLATA 38
3.1. Instabil boltozatok 38
3.2. Jelenség kísérleti igazolása 38
3.3. Térfogati és tölcséres kifolyás közben fellépő boltozódás 39
3.4. Kifolyási tömegáram állandósága 40
4. BOLTOZATALAK MEGHATÁROZÁSA 42
1. Mérés 42
2. Variációs módszer 46
5. KIFOLYÁSI TÖMEGÁRAM MEGHATÁROZÁSA 53
1. Elméleti összefüggés tölcséres kifolyás esetén 53
2. Számítási és mérési eredmények összehasonlítása 56
3. Alkalmazhatósági határok 67
6. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK 70
ÖSSZEFOGLALÁS 73
SUMMARY 74
IRODALOM 75
MELLÉKLET 80

JELÖLÉSJEGYZÉK

$\boldsymbol{D}$ – alakváltozási sebességtenzor
$\boldsymbol{E}$ – egységmátrix
$\boldsymbol{F}$ – feszültségtenzor

a – gyorsulás
b – ívdarab vastagsága
d – kifolyónyílás átmérője
d_p – átlagos szemcseméret
$f(x)$ – boltozat alakjának síkmetszetét leíró függvény
ff – folyási tényező
ff_a – folyási tényező aktuális értéke
ff_c – folyási tényező kritikus értéke
g – nehézségi gyorsulás
h – boltozat magassága
k – oldalnyomás-tényező
p_h – vízszintes nyomás a tárolt halmazban
p_v – függőleges nyomás a tárolt halmazban
$\overline{p}$ – felületen megoszló erőrendszer
$\overline{q}$ – térfogaton megoszló erőrendszer
t – résméret
u – átlagos energiasűrűség
$\overline{u}$ – elmozdulásmező
v – sebesség

A' – aktuális áramlási keresztmetszet
D – tároló átmérője
E_p – teljes potenciális energia
F_v – falsúrlódási erő
G – ívdarab súlya
H – tárolóba töltött anyag magassága
$H(\alpha)$ – folyási tényező korrekciós konstans
I – boltozatra felírt funkcionál
Q – kifolyási térfogatáram
R – tároló sugara
U – alakváltozási energia
W – kifolyási tömegáram

α – kifolyókúp félnyílásszöge
α_b – ív szöge a silófalnál Johanson szerint
δ – boltozati alaktényező
ϕ – belső súrlódási szög
ϕ_f – falsúrlódás szöge
ϕ_r – természetes rézsűszög
γ – fajsúly
κ – állapotjellemző
ρ – halmazsűrűség
σ_1 – konszolidációs feszültség
σ_c – nyomószilárdság

BEVEZETÉS

A dolgozatom tárgya a szemcsés anyagok (halmazok) és azok speciális viselkedési formáinak elemzése. Szemcsés halmaznak nevezzük azokat az anyagokat, amelyek a halmaz kiterjedéséhez képest kis méretű szilárd részekből állnak. Ezek a halmazok sok esetben szilárd testként viselkednek, bizonyos körülmények között azonban folyadékként. Ilyenek például a talaj, a különböző szemestermények, a műtrágyák, a homok, a kőzetek, stb. Például a homok, mint szemcsés halmaz szilárd anyagként képes teherviselésére, de ha edénybe töltjük, akkor a folyadékokra jellemző módon kitölti azt (bár nem mindig teljes mértékben). Tárolásuk során a figyelembe kell venni speciális tulajdonságaikat. A vízszintes tárolókban a folyási tulajdonságok hátrányként jelentkeznek, hiszen nem lehet tetszőlegesen fölhalmozni, valamint a falra is jelentős nyomást fejt ki. A függőleges tárolóban (silóban) való tárolást épp a folyadékszerű viselkedés teszi lehetővé, hiszen a jól megtervezett tárolóból a szemcsés anyag minden segédberendezés alkalmazása nélkül kifolyik. Ezt a típust gravitációs ürítésű silónak nevezik. Ha a körülmények valamilyen kitároló berendezés használatát követelik meg, a hozzáfolyás abban az esetben is gravitációs. A vizsgálataim tárgya a gravitációs ürítés.

Gravitációs ürítésű silók tervezésekor két fő problémakört kell figyelembe venni. A használhatóság egyik feltétele, hogy a betöltött anyag kitárolását biztonsággal végre lehessen hajtani. Ezt a boltozatok kialakulása tudja megakadályozni, így a boltozódást el kell kerülni, vagy meg kell szüntetni. A másik fontos tervezési paraméter a tárolt közeg kifolyási tömegárama. Ennek ismerete elengedhetetlen a kapcsolódó berendezések kiválasztása, tervezése során. Tapasztalataim szerint a silók tervezésekor erre nem fordítanak elég figyelmet. Ipari méretű silón nem tudtam méréseket végezni, mert az összes vizsgált silón a csatlakozó szállító berendezések alul voltak méretezve kifolyási tömegáram szempontjából a kifolyónyíláshoz képest. Utólag pedig a csere a legtöbb esetben már nem, vagy csak jelentős költséggel lehetséges.

A dolgozatom célja annak kidolgozása, hogy tervezhető legyen a kifolyási tömegáram. Az eddigi módszerek és azok korlátainak megismerése után új alapokon nyugvó modell megalkotása, amely az eddigieknél számos szempontból jobb. Dolgozatomban a megoldáshoz vezető lépéseket, a közben felmerült problémák megoldásait mutatom be, és az eredményeket összehasonlítom kísérleti eredményekkel.

1. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

1.1. Szemcsés halmazok mechanikai modellezése

A szemcsés anyagok (halmazok) mechanikai viselkedését kétféle módon lehet modellezni: kontinuum (folytonos) vagy mikroszerkezeti (diszkrét) modellel.

1.1.1. Mikroszerkezeti modellezés

A mikroszerkezeti vagy diszkrét modellezés a számítástechnika fejlődésével kapott lehetőségeket, a sokaság "mikroszkopikus", minden egyes szemcse viselkedését nyomon követő szimulációjára. E kutatások főként a szemcsés halmazokban fellépő jelenségek leírására irányultak. A szimulációs módszerek fejlesztésének egy igen fontos eredménye, hogy az egyedi szemcsék, illetve a súrlódási/ütközési folyamatok mikro szintű elemzését nagymértékben sikerült pontosítani - ezek egyike sem magától értetődő kérdés.

Diszkrét modell használata esetén a valós szemcsés halmazt idealizált szemcsék (ún. diszkrét elemek) együtteseként vizsgáljuk [Cundall: 1979.], amelyek viselkedését számítógéppel szimuláljuk. Az elemek képesek önállóan eltolódni, elfordulni és deformálódni. Az egymással érintkező elemek belső erőket adhatnak át egymásnak. A külső terhelések hatására létrejövő elmozdulások (majd ezekből az elemekben létrejövő feszültségek és deformációk) számítására többféle eljárás ismert [Bagi: 2002.].

A diszkrét modellezést számos szemcsés anyagokkal kapcsolatos probléma vizsgálatára alkalmazzák sikerrel [Hirshfeld: 1997.,2001.], elterjedését az informatikai eszközök folyamatos fejlődése teszi lehetővé (hasonlóan a végeselem-modellezéshez).

1.1.2. Kontinuum modellezés

A szemcsés halmazok folytonos tömegeloszlású, vagy kontinuumként történő modellezése, azaz a mechanikából ismert szilárd testként történő modellezése esetén a leíró tenzorokat az elemi részekből nem összegzéssel, hanem integrálással kapjuk. A mikroszerkezeti modellezéstől eltérően nem kell külön geometriai modellezést is végezni a használatához. A szilárd testektől való eltéréseket speciális fizikai-, szilárdsági és anyagjellemzőkkel vesszük figyelembe.

Végeselem-módszer segítségével a kontinuum modellt a diszkrét modellhez hasonlóan alkalmazhatjuk, beépítve a modellbe a szükséges jellemzőket. Pontos modellt használva ez a módszer sem egyszerűbb, mint a mikroszerkezeti, mert elkerüljük ugyan a geometriai leírás problémáját [Bagi: 2000.], de több anyagjellemzőt kell használni.

Azonban kontinuum modellt alkalmazva lehetőségünk van egy-egy probléma analitikus vizsgálatára. Az analitikus eredmények gyakorlati alkalmazás szempontjából nagyon hasznosak, ha egyszerűek és a gyakorlat számára megfelelően pontosak (pl. Janssen, lásd 1.2.1). Dolgozatomban a kifolyás témakörében felmerült probléma egy analitikus megoldását mutatom be.

1.1.2.1.Lineárisan rugalmas anyagmodell

Tudjuk, hogy a szemcsés halmazok nemlineáris és nem rugalmas anyagok. A porozitás csökkenésével a rugalmassági modulus folyamatosan növekszik, és a terhelés megszűnése után az anyag nem nyeri vissza eredeti alakját. Ha a nyomás szűk tartományban változik, akkor dolgozhatunk egy közel állandó rugalmassági modulussal. Ha csak a terhelés szakaszát vizsgáljuk, akkor nem okoz hibát a visszarugózás részlegessége. Konkrét mechanikai problémák megoldásakor, ezen korlátok között, szemcsés halmazok esetén is használható a lineárisan rugalmas modell. Természetesen tisztában kell lennünk a megoldás korlátaival. Lineárisan rugalmas anyagként a szemcsés halmaz ugyanazokkal az egyenletekkel írható le, mint a szilárd testek.

1.1.2.2.Bilineáris anyagmodell

A szemcsés anyagok közül vannak olyanok (pl. kőzetek) amelyek az anyagszerkezeti vagy belső szerkezeti tönkremenetel után más tulajdonságokat mutatnak, mint az eredeti állapotban. Ezeknél az anyagoknál az eredeti és a törés utáni rugalmassági modulus jól elkülöníthető, két külön érték. A Csizmadia-féle megközelítéskor ezt két lineáris szakaszra bontjuk. Innen származik a bilineáris elnevezés [Csizmadia: 1998.]. Ezt a modellt a többi szemcsés anyagra is használhatjuk, ha a vizsgált tartományt megfelelő módon két részre osztjuk, és két rugalmassági modulust használunk.

1.1.2.3.Hypoplasztikus anyagmodell

Ez a modell képes kezelni a szemcsés anyag viselkedését terhelés és tehermentesítés során, figyelembe véve az így létrejövő anyagtulajdonság változásokat. A modell egy differenciális tenzoregyenlet, amely leírja a szemcsés anyag feszültségi és deformációs állapotát, képes kezelni a tönkremeneteli állapotot és az anyagtulajdonságok változását.

Az eredeti modellt 1977-ben Kolymbas állította fel. Ez egy matematikai modell, amely egy teljes függvénysornak a kutatások során jellemzőnek talált tagjait tartalmazza. Általános formája:

$$\overset{o}{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{LD} + \boldsymbol{N}\|\boldsymbol{D}\| \qquad (1)$$

ahol a **F** a feszültségtenzor, az **L** a lineáris, az **N** a nemlineáris függvénye **D**-nek. Egy részletesebb alak [Kolymbas, Bauer, 1993]:

$$\overset{o}{\boldsymbol{F}} = c_1 \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{FD} + \boldsymbol{DF}\right) + c_2\left(\boldsymbol{FD}\right)_I \boldsymbol{E} + c_3 \boldsymbol{F}\sqrt{\boldsymbol{D}_I^2} + c_4 \boldsymbol{F}_I \sqrt{\boldsymbol{D}_I^2}\,\boldsymbol{E} \qquad (2)$$

ahol a **D** a deformációsebesség tenzora, **E** az egységtenzor, c_1, c_2, c_3, c_4 konstansok. Ez a matematikai modell jó közelítéssel leírja az anyag viselkedését, azonban nem veszi figyelembe a porozitás változását, így csak adott porozitás esetén igaz. Ezen kívül a tönkremeneteli állapotot sem tartalmazza, pedig az alkotóknak az volt a célja, hogy egy bonyolultabb összefüggéssel a legtöbb tulajdonságát leírják a szemcsés halmazoknak. A modellben négy konstans szerepel, de mivel ezeknek nincs fizikai tartalmuk, ezért külön-külön nem lehet mérni azokat. A modellt kell kalibrálni. Ezt a típust lehet alkalmazni kohéziós szemcsés anyagokra is. [Bauer: 1995.]

Az 1990-es évek elején a Gudehus által vezetett kutatócsoport a modell fejlesztésébe kezdett. Ennek eredményeként fejlettebb, bár ezzel együtt bonyolultabb modelleket alkottak meg. Jelenleg két modellt használnak, az egyiket Bauer és Gudehus [1996], a másikat Wolffersdorff [Kolymbas: 2000.] publikálta. A kettő között lényegi különbség nincs, itt az első változatot mutatom be részletesebben [Gudehus: 1999.]:

$$\overset{o}{\boldsymbol{F}} = f_s\left[\hat{a}^2\boldsymbol{D} + \hat{\boldsymbol{F}}\left(\hat{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{D}\right)_I + f_d\hat{a}(\hat{\boldsymbol{F}} + \hat{\boldsymbol{F}}^*)\|\boldsymbol{D}\|\right] \qquad (3)$$

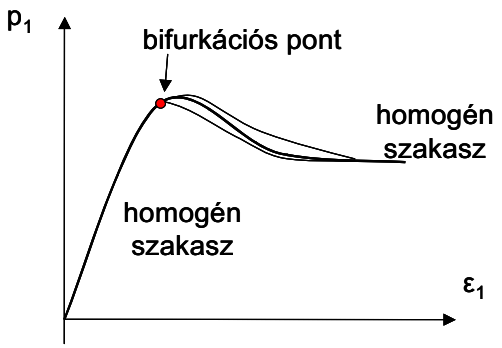
ahol az f_s a merevségi tényező, három konstanst tartalmaz, az f_d a nyomástól függő porozitásból képezett állandó, négy konstanst tartalmaz, a pedig a tönkremeneteli határhelyzetre jellemző faktor, egy konstans.

Az új modell kiküszöbölte az előzőek hiányosságait, azaz tartalmazza a tönkremeneteli állapotot, és a porozitást is kezeli. Ezen kívül a könnyebb kezelhetőség érdekében faktorizált (dimenzió nélküli) formában van. A pontosabb modell azonban nyolc konstanst tartalmaz, és azok olyan formában vannak, hogy anyagjellemzőként lehessen meghatározni.

A hypoplasztikus modellt bonyolultsága miatt csak numerikus számításokhoz lehet felhasználni, néhány nagyon egyszerű speciális esetet kivéve. A gyakorlati alkalmazásokban végeselem-programrendszerben szerepel, mint nemlineáris anyagtörvény.

1.1.2.4.Cosserat kontinuum

Az eddig felsorolt modellek közös jellemzője, hogy a kontinuumnak tekintett anyagot elemi hasábokra osztva kezeli, amelyek élei megnyúlnak és lapszögei megváltoznak, de egymáshoz képest nem fordulnak el. A szemcsés halmazok leírására ez a módszer egészen addig alkalmas, amíg a halmaz homogén. Ez azt jelenti, hogy amikor a halmazban csúszások, csúszási síkok jönnek létre, akkor azok közvetlen környezetében a klasszikus kontinuum modellezés nem ad megfelelő közelítést. Az 1. ábrán egy klasszikus triaxiális nyomódiagram látható. Amíg az anyag homogén, azaz nem jönnek létre csúszások, addig a kontinuum közelítés jó eredményt ad. Amikor a csúszó síkok elkezdenek kialakulni, azt bifurkációs pontnak nevezzük. Innentől a klasszikus kontinuum közelítéssel különböző eredményeket kapunk. Ennek oka az, hogy az eredményt a felosztás sűrűsége jelentősen befolyásolja. A felosztás az eredményt azért befolyásolja, mert a modellben csak egy elemsor igénybevétele lesz nyírás, és ennek a torzult rétegnek a vastagsága nyilvánvalóan hatással van az eredményre, ami pedig nem fogadható el. A Cosserat-kontinuum – a hypoplasztikus modellben alkalmazva [Huang, Bauer: 2003.] – ezt a hibát küszöböli ki.



1. ábra Klasszikus triaxiális nyomódiagram

Elméletüket a 1906-ban publikálták a Cosserat fivérek. A Cosserat-kontinuum elméletben az anyagi ponthoz hat független kinematikai változót rendeltek. Ezek az elmozdulásvektor és az elfordulásvektor 3-3 komponense. Ekkor az elemi rétegre ható erők egyensúlyán kívül (mert elfordulás is lehetséges) a nyomatékok egyensúlyát is figyelembe veszik.

Az eredetileg lineárisan rugalmas anyagra felírt Cosserat-kontinuum alkalmazható hypoplasztikus anyagmodell esetén is. Ekkor korlátozva van a maximális elemnagyság is, ami kb. a közepes szemcseátmérő ötszöröse. Ekkor jól követhető a csúszási rétegek viselkedése, amelyek vastagsága – a kísérletek szerint – a közepes szemcseátmérőnél egy nagyságrenddel nagyobb. Jó eredményt értek el egyszerű, kis méretű próbatest esetén [Huang, Bauer: 2003]. Azonban egy ilyen sűrű felosztás valós méretű anyaghalmazra a jelenlegi számítógépes kapacitás mellett sem oldható meg, még síkbeli esetben sem.

1.1.3. Kontinuum modelleknél használatos fizikai, mechanikai jellemzők

1.1.3.1. Anyagjellemzők

Külső súrlódási tényező

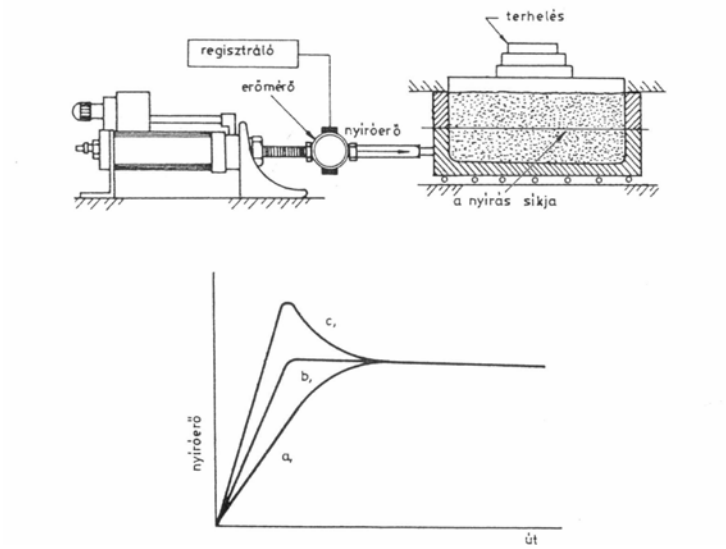
A szemcsés halmaz esetében külső súrlódási tényezőn a halmaz és egy, vele mechanikai kapcsolatban álló test közötti súrlódási tényezőt értjük. Ez a fizikából ismert, szilárd testek közötti súrlódási tényező fogalmával egyezik meg. Mérését elvégezhetjük egyszerűen, ha a halmaz szemcséit egy merev lapra ragasztjuk, és ezzel az oldalával egy változtatható meredekségű lejtőre helyezzük, és figyeljük, mekkora szögnél következik be a megcsúszás [Sitkei: 1981.]. Ez a külső súrlódási szög, amelynek tangense a külső súrlódási tényező az adott szemcsés anyag és a lejtő anyaga között. Másik mérési módszer [Kézdi: 1969.; Sitkei: 1981.], ha a nyíródobozos készüléket – amelyet a következőkben bemutatunk –, használjuk fel úgy, hogy az egyik dobozfél helyére az adott anyagból készült lapot helyezzük.

A belső súrlódási szög, természetes rézsűszög, kohézió

Az ömlesztett anyagok (szemes és szemcsés) legfontosabb mechanikai jellemzői a belső súrlódási szög és a kohézió. A természetes rézsűszög inkább technológiai paraméter. Belső súrlódási szöget a halmazon belüli súrlódási tényezőből számítjuk, amely a halmaz tönkremeneteli határgörbéjének meredeksége.

Természetes rézsűszög (Φ_r) alatt azt a vízszintessel bezárt szöget értjük, amely szög mentén az ömlesztett anyag felhalmozásakor megáll.

A belső súrlódási szög és a kohézió értékének meghatározásához az anyag tönkremeneteli határgörbéjére van szükségünk. Ezt triaxiális berendezéssel vagy nyíródobozzal (2. ábra) állíthatjuk elő. Mindkét módszernél a különböző terhelésekhez tartozó tönkremeneteli Mohr-köröket vesszük fel, mivel a szilárd anyagoktól eltérően ezek nem állandó átmérőjűek. A köröket a τ-σ síkon ábrázoljuk, és burkológörbét illesztünk rájuk (3. ábra). A nyíródobozos készülék vázlata a 2. ábrán látható.



2. ábra. Nyírókészülék, nyíródiagramok [Sitkei: 1981.]

Itt a tönkremenetel úgy jön létre, hogy ömlesztett anyag szemcséi egy sík mentén elcsúsznak egymáson. Az anyag normális irányú terhelése súlyok felrakásával hozható létre. A doboz osztott kivitelű, a felső része rögzített, az alsó rész a mérés alkalmával vízszintesen elmozdul, s vele együtt a benne levő anyag is. A nyírási síkban fellépő τ nyírófeszültségek eredőjének legyőzésére fordított erőt erőmérő cellával mérjük, és az elmozdulás függvényében ábrázoljuk. Ennek a görbének a vízszintes szakasza a tönkremeneteli szakasz, ezt a nyíróerőt használjuk a tönkremeneteli feszültségállapot meghatározására.

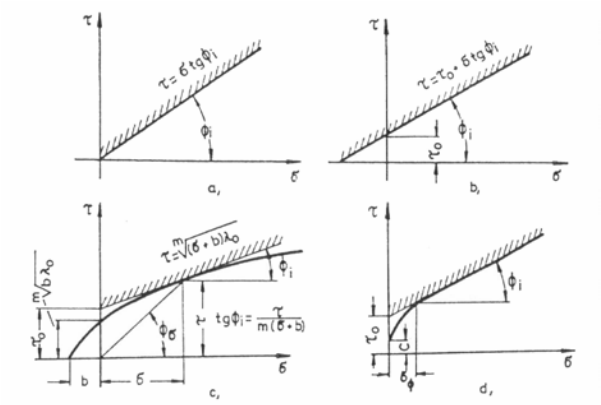
Különböző szemcsés anyagoknak a tipikus tönkremeneteli határgörbéit láthatjuk a 3. ábrán.

A 3a. ábrán ideális ömlesztett anyag törvény-szerűséget mutat. Itt a határgörbe egyenes és az origón megy át. Az egyenes egyenlete:

$$\tau = \sigma \cdot tg\Phi \qquad (4)$$

ahol a Φ belső súrlódási szög. Így viselkednek például a szemes termények és a száraz homok is.

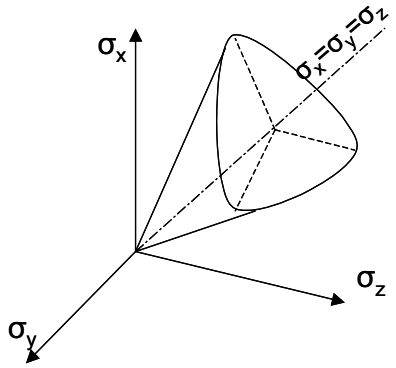
A 3b. ábra τ és σ között szintén lineáris összefüggést mutat, az egyenes azonban nem megy át az origón. Ez azt jelenti, hogy zérus normálfeszültség esetén is kell egy kezdeti nyírófeszültség az anyag elnyírásához. Ezt kohéziónak nevezzük.



3. ábra. Törési határgörbék [Sitkei: 1981.]

Az egyenes egyenlete: $$\tau = \tau_o + \sigma tg\Phi \qquad (5)$$

A c. és d. esetben az anyag viselkedése nemlineáris. Azonban a számításokhoz ezekben az esetekben is az előző két egyenlet valamelyikét használjuk, mert a tényleges görbe közelítő egyenlete a megoldást jelentősen megnehezíti, vagy lehetetlenné teszi.

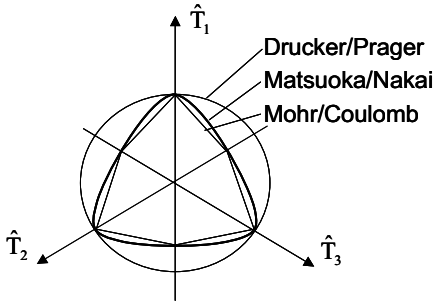


4. ábra. Tönkremeneteli határgörbe [Kolymbas: 2000.]

A szemcsés anyag tenzoros leírásakor a törési határgörbe σ_x- σ_y- σ_z koordináta rendszerben való leírására is szükség van. A 4. ábrán ennek a jelenleg használatos Matsuoka-Nakai-féle megközelítését láthatjuk.

Ha az egységnyi deviátor síkon ábrázoljuk a törési határgörbét (5. ábra), jól megfigyelhetjük az egyes közelítések közötti különbségeket. A legjobb közelítést a Mohr-Coulomb felület [Kolymbas: 2000.]

adja, azonban ez a sarkok miatt nem írható fel folytonosan deriválható függvényként. Emiatt nem ezt használják. A sarkok lekerekítésére sok közelítő függvény született, ezek közül a Matsuoka és Nakai által [Bauer: 1996.] kidolgozott függvény a legelterjedtebb. Ezen kívül igen elterjedt a Drucker-Prager-féle – kevésbé pontos – leírás. Ennek oka, hogy ez a közelítés (körkúp) igen egyszerűen, egyetlen sugárral leírható, könnyen kezelhető. A COSMOS/M végeselem programrendszer is Drucker-Prager törési modellt használ talajhoz.

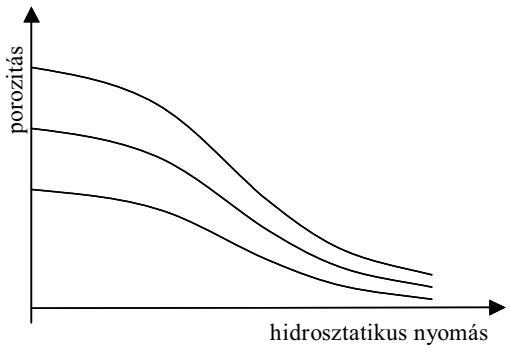


5. ábra. Törési határgörbék az egységnyi deviátor síkon [Kolymbas: 2000.]

Sűrűség, porozitás

A sűrűség valamely térfogategységben foglalt anyag tömege. A szemcsés anyagok esetében beszélhetünk a szemcse és a halmaz sűrűségéről. A halmazsűrűség (vagy térfogattömeg) egyszerűen számítható a halmaz tömegének és térfogatának hányadosaként. A gyakorlatban előfordul a fajsúly, ami a halmaz súlyának és térfogatának hányadosa, valamint a hektoliter-súly [Gyimes, Véha: 2004.].

A halmazsűrűség változik a porozitás függvényében. A porozitás a pórusok aránya a teljes térfogathoz. A porozitás sem tekinthető állandónak, függ a kezdeti állapottól és a nyomásváltozástól. A porozitás az 6. ábrán látható módon a kezdeti porozitásnak megfelelő görbe szerint [Biarez, Hicher: 1994] változik. A tárolókban uralkodó nyomás esetén a görbe első szakaszán mozgunk.



6.ábra
Porozitás-nyomás görbék
[Biarez, Hicher: 1994]

Idő

A szemcsés halmazok tulajdonságai időben a szilárd testekhez képest nagyobb mértékben, és gyorsabban változnak. Ennek oka, hogy a tárolás során a saját súlyával terhelt anyag folyamatosan tömörödik. A tömörödés bizonyos esetekben már néhány nap alatt érzékelhető mértékű, ezért figyelembe kell venni.

1.1.3.2.Geometriai jellemzők

Szemcsék nagysága és alakja

A szemcsés anyagok mechanikai tulajdonságára jelentős hatással van a halmazt alkotó szemcsék nagysága és alakja. Az anyag változó nagyságú szemcsékből áll. Ezt a szemcsék méret szerinti eloszlásával és a közepes mérettel szokás jellemezni. A szemcsék méretének csökkenése a kolloid mérettartományba (pl. porok) a kohézió növekedésével jár. Szintén a kohéziót növeli a szemcsék alakjának jelentős eltérése a gömbalaktól.

A szemcsék közötti pórusokat levegő és víz tölti ki. Ezek aránya is befolyásolja azt, hogy az anyag nyírószilárdsága csak súrlódásból, vagy súrlódásból és kohézióból adódik. A nedvességtartalom növelésekor a kohézió egyre jelentősebb befolyással van az anyag tulajdonságaira.

A szemcsék ezen tulajdonságai a kontinuum-modell esetében csak közvetve, a halmaztulajdonságokon keresztül vannak jelen, diszkrét modell esetében ezek szerepe alapvető jelentőségű.

1.2. Szemcsés anyagok tárolása silókban

Jelenleg hazánkban a szemcsésanyag-tárolóknak két fő típusát telepítik: könnyűszerkezetes csarnokokat (horizontális tároló), és könnyűszerkezetes síkfenekű magas tárolókat. [Bánszky: 2006] A csarnokok legfőbb előnye a

kisebb gyártási költség, a magas tárolók előnye pedig a jobb minőségű tárolás. A gyakorlatban vízszintes és magas tárolókra is használják a siló elnevezést, azonban dolgozatomban silónak a magas tárolókat nevezem.

Silók tervezésekor biztosítanunk kell, hogy a lehető legkevesebb költség mellett a siló biztonságos, üríthető legyen, a hozzákapcsolt technológiai berendezések tervezhetőek legyenek.

A legtöbb anyag kohézió nélküli szemcsés közegként kerül a siló tárolóterébe. A tárolótér kiüríthetősége nyilvánvalóan megkívánja, hogy ez a tulajdonság a tárolás során se változzék meg. Ez tárolt anyagonként eltérő kezelést igényelhet. Azokat az ún. higroszkópos anyagokat, amelyek a levegő nedvességét lekötve darabossá vagy tömbszerűvé állhatnak össze, légmentesen lezárható térben kell tárolni, (ilyenek pl. a cement, az égetett mész, a kősó, a cukor, egyes műtrágyák stb.) Azokat a szerves őrleményeket viszont, amelyekben anaerob körülmények közt víz kilépésével járó vegyi folyamatok indulhatnak el, (pl. a lisztben,) csak intenzív átszellőztetés mellett lehet silóban tárolni. Vizsgálataim során kohézió nélküli anyagokkal foglalkozom.

1.2.1. Feszültségek a silók szerkezetében

A silók tervezésének problémáját nem magának a szerkezetnek a méretezése jelenti, hanem a szemcsés anyagból származó terhelések pontatlan ismerete. A szakszerűtlen üzemeltetés során is keletkezhetnek olyan – csak a szemcsés anyagra jellemző – ismeretlen terhelések, amelyekkel a tervező nem számolhat. A következőkben a szemcsés halmazban ébredő feszültségek (nyomások) számítási módszereit tekintjük át és utalunk az ebből keletkező, a szerkezetet érő terhelésre.

1.2.1.1. Feszültségek a silóban tárolt szemcsés halmazban

A silónyomások meghatározására 1895-ben publikált legegyszerűbb (kontinuum modellen alapuló) elmélet a Janssen-féle elmélet.

A Janssen-féle elmélet egyszerűsítő feltételezései a következők:

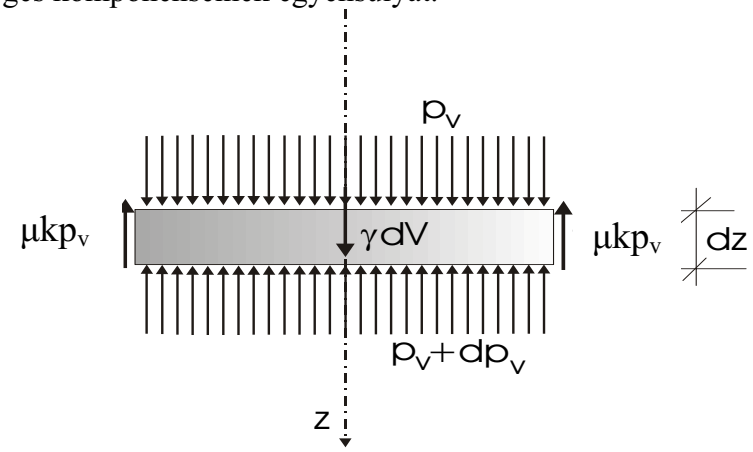
- a siló tárolóterét R sugarú, h magasságú függőleges tengelyű egyenes körhengernek tekintjük; (körtől eltérő alak esetén egyenértékű sugárral számolunk, amelyet az áramlástanban használatos hidraulikus sugárhoz hasonlóan határozunk meg)
- a tárolt közeget homogénnek, minden pontjában a mozgás és a nyugalom határán lévő, kohéziómentes, ϕ belső súrlódási szögű, γ fajsúlyú szemcsés anyagnak tekintjük;

- a közeg és a silófal között a Coulomb-törvénynek megfelelő súrlódást tételezünk fel, (a súrlódási tényezőről fel kell tennünk, hogy $\mu \leq \text{tg}\ \phi_f$);
- a nyomások értékét adott z magasságban állandónak tekintjük,
- bevezetünk a vízszintes és a függőleges nyomás arányára egy k viszonyszámot, amelyet oldalnyomás-tényezőnek nevezünk,

$$k = \frac{p_h(z)}{p_v(z)} \tag{6}$$

- így a vizsgálatot egyetlen $p_v(z)$ függvény meghatározására vezetik vissza, k értékét Janssen állandónak tekinti.

A $p_v(z)$ függvény meghatározásához írjuk fel a közegből egymástól dz távolságban fekvő két vízszintes síkkal kivágott rétegre ható erők függőleges komponenseinek egyensúlyát.



7. ábra. Elemi réteg egyensúlya

$$R^2\pi p_v + dzR^2\pi\gamma - R^2\pi\left(p_v + dp_v\right) - \left(2R\pi dz\right)\mu k p_v = 0\,. \tag{7}$$

Ezt az egyenletet átalakítva a:

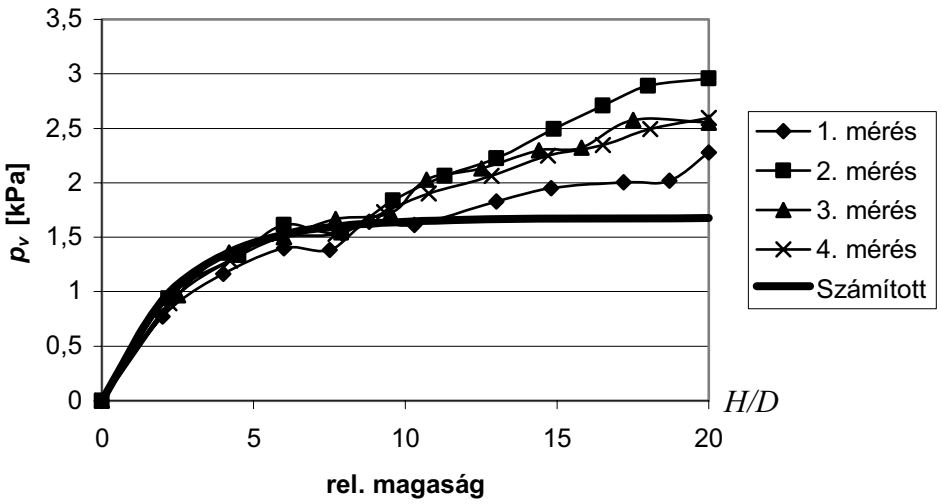
$$\frac{dp_v}{dz} + \frac{2\mu k}{R}\,p_v = \gamma\,. \tag{8}$$

elsőrendű lineáris inhomogén differenciálegyenlethez jutunk. Ennek megoldását azzal a feltétellel keressük, hogy a közeg felső határfelületéhez rögzített origó magasságában p_v=0.

A differenciálegyenlet megoldása a következő p_v függvény:

$$p_v = \frac{R\gamma}{2\mu k}\left(1 - e^{-\frac{2\mu k}{R}z}\right) \tag{9}$$

A $p_v(z)$ függvény ismeretében egyszerű szorzásokkal megadhatók a vízszintes nyomáseloszlást és a falsúrlódást leíró függvények is.



8. ábra. Silónyomás a magasság-silóátmérő függvényében
[Oldal: 2003.]

A nyomáseloszlásnak a Janssen-elmélet szerinti jellegét a közvetlen nyomásmérések több-kevesebb eltéréssel igazolták. Vitathatatlan a hasonlóság a mért és a számítható görbék lefutásában, ill. abban, hogy R, γ és μ növelése vagy csökkentése tényleg olyan értelemben módosítja a nyomások nagyságát, ahogyan azt a képletek tükrözik, de a számszerű értékek lényegesen nagyobb eltéréseket mutatnak annál, mint amit a mérnöki számítások körében még elfogadhatónak tekinthetünk.

Az eltérések egyik kézenfekvő magyarázata az, hogy k értékét némileg önkényesen a keresztmetszeten belül állandónak, ráadásul minden magasságban azonosnak tételezték fel. A k meghatározásának módszerében tér el Janssen elméletétől Enstadt [1975] és Drescher [1995].

Enstadt a következő feltételezéseket teszi:

- a szemcsés halmaz képlékeny,
- a silófal mentén mindenhol megcsúszási határhelyzet van.

Enstadt szerint ekkor k a következőképpen számítható:

$$k = \frac{1 + \sin\delta \cos 2\kappa}{1 - \sin\delta \cos 2\kappa}, \qquad (10)$$

ahol:

$$\kappa = \frac{1}{2}(\phi_f + \nu) \qquad (11), \qquad \sin\nu = \frac{\sin\phi_f}{\sin\delta}. \qquad (12)$$

Drescher szerint a konstans értéke:

$$k = \frac{1 - \kappa \sin\phi}{1 + \kappa \sin\phi} tg\phi_f, \qquad (13)$$

ahol κ értéke aktív állapotban 1 (aktív, más néven Rankine állapot: a halmaz minden pontjában megcsúszási határállapot van, pl. térfogati kifolyás közben 3.3. fejezet, az egész halmaz mozog), passzívban -1 (passzív állapot: az anyag képes terhelések fölvételére, pl. betöltés után, a halmaz nyugalomban van).

A mérések azt mutatták, hogy a silónyomás-eloszlás erősen függ attól is, hogy a mérést milyen műveleti fázisban végzik. A Janssen-féle eredményekkel a legjobb egyezést a töltés fázisában végzett mérések eredményei mutatják. Tartós tárolás során a falra jutó nyomások általában növekszenek, de ez a növekedés nem olyan mértékű, hogy használhatatlanná tenné a számított értékeket.

Gyökeresen megváltozik azonban a helyzet az ürítés állapotában. Ebben az állapotban a nyomások a Janssen-féle elmélettel adódó nyomáshoz képest jelentősen megnövekednek a kifolyás módjától függően.

Jelenleg nem áll rendelkezésünkre olyan vizsgálati módszer, amely a szemcsés közegnek az ürítés során bekövetkező állapotváltozásait mechanikailag korrekt módon figyelembe tudná venni, így az "ürítési nyomásugrás" mibenlétére csak feltételeken alapuló magyarázatokat tudunk adni.

Ezek a magyarázatok többnyire abból a tényből indulnak ki, hogy a kifolyási keresztmetszet a cellakeresztmetszethez képest kicsiny, ezért a kifolyó anyag a cellában nemcsak függőlegesen, hanem vízszintesen is mozog. Ez a mozgás egyetlen központos és körszimmerikus kifolyónyílás esetén kisebb-nagyobb eltéréssel forgásszimmetrikus képet mutat, több kifolyónyílás esetén ennél sokkal összetettebb. A kifolyónyílás fölött egy fellazulási zóna alakul ki, melyben a halmaz folyadékszerű tulajdonságai dominálnak, emiatt a függőleges és a vízszintes nyomások aránya az 1-hez

közelebb kerül. A nyomáseloszlásban megjelenő diszkontinuitás a fellazulási zóna határán kívül is érezteti a hatását, ennek az a következménye, hogy k értéke a zónahatárhoz közeli rétegben 1-nél magasabbá válik. A nyomás átrendeződése tehát a silófalat terhelő vízszintes nyomás megemelkedését eredményezi. Ezt a jelenséget nevezzük ürítési nyomásugrásnak. Magát a zónahatárt kis stabilitású egyensúlyi és elmozdulási feltételek jelölik ki, (olyanok tehát, amelyek az erők és az elmozdulások kis megzavarása esetén lényegesen eltérő helyen teljesülnek,) emiatt a zónahatár alakja és az ürítési nyomásugrás által érintett falszakasz helye kísérletenként nagy eltérést mutat, sőt, egy kísérleten belül is időről-időre változik.

Egyes anyagoknál a fellazulási zóna a kifolyónyílástól a tárolt anyag felszínén kialakuló tölcsérig futó vékony henger (tölcséres kifolyás 3.3. fejezet), más anyagoknál növekvő nagyságú ellipszoid, amely hamarabb érinti a hengerfalat, mint ahogy az ellipszoid csúcsa a tárolt anyag felszínéig érne (térfogati kifolyás). Ha a fellazulási zóna nem fut ki a hengerfalig, az ürítési nyomásugrás nem mutatkozik, ha viszont igen, a zónahatár környezetében a silónyomás nagysága akár két-háromszorosára is megnőhet a tárolási nyomás értékének [Reimbert: 1987.].

Gyakori megoldás, különösen gabonatároló silóknál, hogy a holtterek kialakulásának elkerülése érdekében több ürítőnyílást alkalmaznak. Ennek az a hátrányos következménye, hogy az ürítés során megbomlik a tárolási nyomáseloszlás körszimmetriája, így az ürítési nyomásugráshoz tartozó nyomáseloszlás is aszimmetrikussá válik.

Az ürítési nyomásugrás elkerülésére, ill. mérséklésére számos módszert próbáltak ki. Ezeknek a módszereknek közös alapelve az, hogy a fellazulási zónahatárt valamilyen módon távol kell tartani a hengerfaltól. Ilyen módszer az ún. depressziós cső alkalmazása [Reimbert: 1987.]. A depressziós cső a legnagyobb tárolási magasságot megközelítő hosszúságú perforált acélhenger, amelyet az ürítőnyíláshoz rögzítenek. Az a szerepe, hogy az ürítési nyomásugrást okozó fellazulási zónát a cső belsejében tartva a tárolt anyag felszínéig fölvezesse. Az ürítőnyílás megnyitásakor a csőben jelentkező nyomásugrás nyomáskülönbséget hoz létre a perforált csőfal két oldalán lévő anyag közt, ez a nyomáskülönbség nem engedi, hogy a kifolyt anyag a tárolótér alján elhelyezkedő szemcsés anyagból pótlódjon a csőben, így az utánpótlás folyamatosan a tárolt anyag felszínéről érkezik. A depressziós cső valóban hatékony eszköz az ürítési nyomásugrás elkerülésére. Más hasonló elven működő megoldások is léteznek, pl. egymás fölött légréssel elhelyezkedő fölfelé szűkülő csonka kúpok vagy csonka gúlák. Komoly gondot jelent viszont a cső megfelelő rögzítése, mert a nyomásviszonyok körszimmetriájának bármilyen okból történő

megbomlása igen nagy terheket és nem tervezett igénybevételeket kelthet a csőben. Sok esetben fordul elő ilyenkor a siló ürítőnyílása fölött stabilitásvesztés vagy törés a silófalban. A cső alkalmazása esetén viszont minőségi probléma származhat abból, hogy a tárolótérből a betárolás sorrendjével ellentétes sorrendben távozik az anyag.

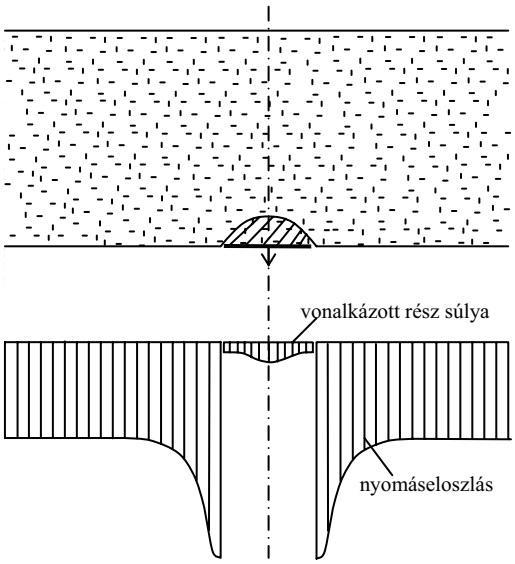
1.2.1.2. Szabványos számítási módszer

A jelenleg érvényes magyar szabvány (MSZ ENV 1991-4), amely az Eurocode 1 európai szabvány magyar megfelelője, Janssen összefüggését javasolja a magas silók nyomásainak számítására. Azzal a megkötéssel, hogy a silóátmérő tízszeres magasságáig használható (8. ábra), és az egyes anyagokra táblázatban közli a *k* tényező különböző anyagokra jellemző empirikus (kísérleti úton meghatározott) értékét és térfogatsúlyát. Így a szabvány az elmélet bizonytalanságait a gyakorlati méretezésben elfogadható mértékűre csökkenti annak korlátait figyelembe véve, miközben többször hangsúlyozza a mérések szükségességét.

1.2.2. Boltozódás

1.2.2.1. Boltozati hatás szemcsés halmazokban

Az előző fejezetben tárgyaltak szerint, ha szemcsés anyagot tárolunk, akkor az nyomást fejt ki a tároló falára. A vizsgálatoknál a támasztást folytonosnak feltételezzük, ami nem minden esetben igaz, mivel a tároló funkciójából adódóan a falnak lehetnek mozgatható részei.



9. ábra. Boltozati hatás ábra [Kézdi: 1975.]

Boltozati hatás akkor jön létre, amikor a támasznak egy része mozog, a többi helyben marad (9. ábra). Szilárd testnél egy ilyen helyzetben a támasz egy részének elmozdulása (a támasz egy részének megszűnése) esetén az elmozduló rész terhelése nullára csökken, és a megmaradó támaszon oszlik szét. Szemcsés anyagoknál a támasz egy részének elmozdítása után, az anyagban olyan feszültségi állapot jön létre, amely hatására az elmozdított támaszon csökken a terhelés, ezt nevezzük boltozati hatásnak. [Kézdi: 1975.] Ez a boltozati hatás minden szemcsés anyag esetében fellép, a támasz elmozdulásának mértékére azonban a különböző szemcsés anyagok eltérően reagálnak. A kohéziómentes anyagok együtt mozognak a támasszal, ha a támasz megszűnik, kifolynak. A kohéziós szemcsés halmazoknál előfordul, hogy az anyag megtartja önmagát, ekkor nemcsak boltozati hatás érvényesül, hanem stabil boltozat jön létre.

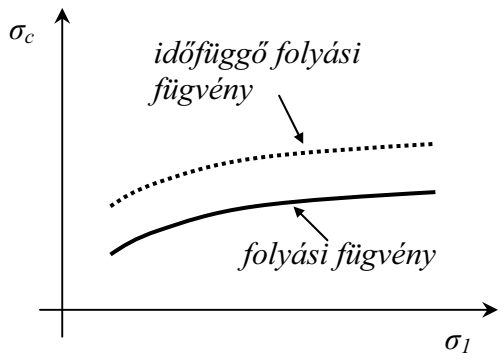
1.2.2.2. Boltozat létrejötte

A silóban való tárolás fontos kérdése a boltozódás. Mivel a silóban tárolt anyagot a tárolás után mindig kiürítjük, ezért itt a boltozat kialakulása kimondottan káros jelenség – ellentétben az alagutakkal. Elsődleges cél tehát a boltozat kialakulásának megakadályozása. Ez azonban nem mindig

lehetséges, ekkor kerülnek alkalmazásra a különböző boltozódásgátló, illetve boltozattörő berendezések [Tomay: 1982.] . A tervezés során előre tudnunk kell, hogy a tárolt anyagban várható-e boltozódás. Ha a siló funkcióját a boltozódás miatt nem képes ellátni, utólagos boltozódásgátló berendezést kell beépíteni és a csatlakozási pontokat is utólag kell kialakítani. Ez a tervezési hiba jelentős többletköltséget okozhat.

A boltozódás tervezésére Jenike [1964.] módszere terjedt el. A boltozat létrejöttét a Jenike által kidolgozott módszerrel a következőképpen vizsgáljuk. Elsőként egy újabb jellemzőt, a folyási függvényt kell bevezetnünk. A folyási függvény a szemcsés anyag kéttengelyű feszültségállapothoz tartozó tönkremeneteli feszültsége a háromtengelyű előtömörítés függvényében. Így azt az állapotváltozást modellezzük, ami a silóban az anyaggal történik. Elsőként a zárt silóban az anyag a saját súlyának terhelése alatt tömörödik (háromtengelyű feszültségállapot), az ürítőnyílás nyitása után egy irányban a terhelés megszűnik (kéttengelyű feszültségállapot) és ebben az állapotban kérdés a terhelhetőség.

Ennek megfelelően a folyási függvényt úgy mérjük ki, hogy triaxiális nyomókészülékben merev oldalsó megtámasztás mellett adott σ_1 ún. konszolidációs feszültséget hozunk létre, azaz függőleges nyomást működtetünk. Ezután megszüntetjük a nyomást, majd az oldaltámaszt, és megmérjük a tömörített anyaghalmaz nyomószilárdságát σ_c. Szemcsés anyag esetében az adott konszolidációs feszültségekhez tartozó nyomószilárdsági értékeket adják az anyagra jellemző folyási függvényt. A szemcsés anyagok reológiai tulajdonságaiból következik, hogy a folyási függvény függ a konszolidációs feszültség működtetésének idejétől. A hosszabb idejű tömörítés magasabb nyomószilárdságot eredményez. Ezért egy anyaghoz több folyási függvény tartozik, amelyek a terhelés időtartamával jellemezhetőek [Jenike: 1973.]. Így kezelhetővé válik a hosszú idejű tároláskor bekövetkező anyagjellemző-változás.



10. ábra. Folyási függvények

A boltozódás létrejöttének vizsgálatához meg kell határozni a folyási tényezőt is, amely a kifolyónyílás mérete (d) és az ehhez tartozó kritikus

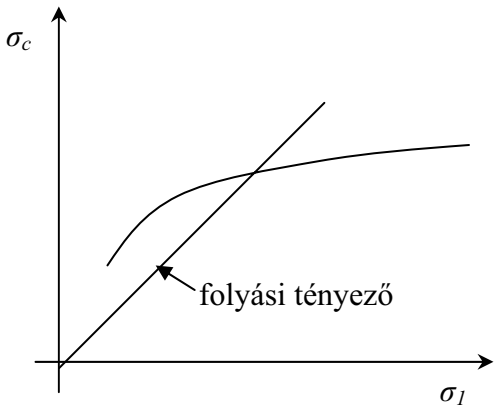
(boltozódási) feszültség közötti kapcsolatot írja le. Kör keresztmetszet esetén:

$$ff = \frac{2\sigma_1}{\gamma d}, \qquad (14)$$

négyzet keresztmetszet esetén:

$$ff = \frac{\sigma_1}{\gamma d} \qquad (15)$$

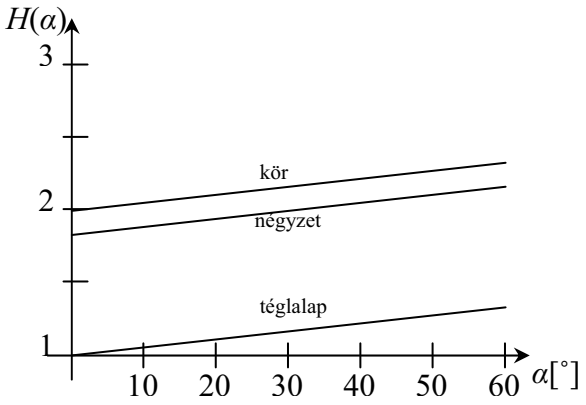
összefüggéssel számíthatjuk ki. Miután meghatároztuk a folyási tényező értékét, ábrázoljuk a folyási függvénnyel együtt. A két görbe metszéspontja a kritikus pont:



11. ábra. Kritikus pont

$$ff_c = ff.$$

Kör alakú nyílást vizsgálva minden d kifolyási átmérőhöz külön folyási faktor tartozik, adott pontban (azonos σ_1):



12. ábra. H konstans a hajlásszög függvényében

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{2\sigma_1}{\gamma d}, \qquad (16)$$

$$d = \frac{2\sigma_c}{\gamma}. \qquad (17)$$

Ez azt jelenti, hogy a boltozat kialakulását megfelelően nagy kifolyónyílás választásával akadályozhatjuk meg. Ez nem mindig valósítható meg, mert – könnyen beláthatjuk – nem készíthetünk tetszőlegesen nagy kifolyónyílást.

Jenike módszere nem veszi figyelembe a folyási tényező számításakor a garat hajlásszögét. Újabb kutatások szerint ennek hatása $H(\alpha)$ konstans
.ábra értékével vehető figyelembe [Jacob: 2000.]:

$$d = \frac{H(\alpha)\sigma_c}{\gamma}. \qquad (18)$$

A konstans változását a 12. ábrán szereplő diagramban láthatjuk. Ennek ismeretében ki tudjuk számítani azt a legkisebb kifolyónyílást, amelynél a boltozat nem alakul ki.

Keppler módszere

Keppler [2006.] egy boltozódási algoritmust dolgozott ki, amellyel az előzőnél pontosabb – boltozódás szempontjából – kritikus nyílásméretet lehet meghatározni. A módszer lényege, hogy a silóba töltött szemcsés anyag végeselem-modelljét vizsgálja a következő szempontok szerint: a kifolyónyílás fölött minden kontinuumelemet megvizsgál, ha az adott elemre teljesül valamelyik tönkremeneteli feltétel, akkor azt eltávolítja. Ezután újra fölépíti a modellt, majd újra megvizsgálja a törési feltételeket. A lépéseket addig ismétli, amíg az anyagban már nincs több kritikus elem, vagy az összes kifolyik.

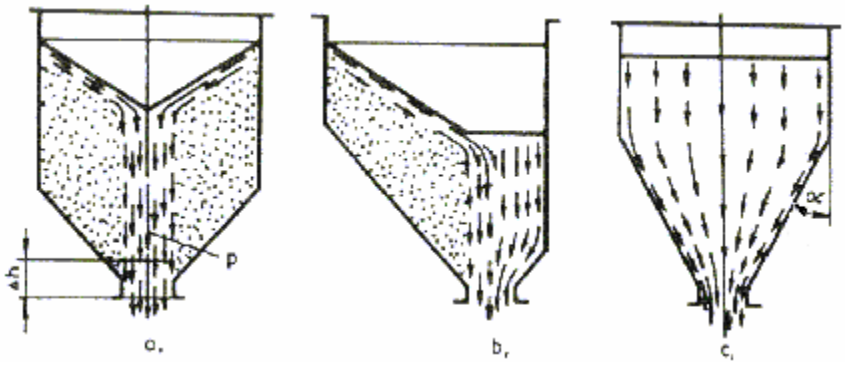
1.2.3. Kifolyás

Ha az előzőekben tárgyalt boltozódási jelenséget elkerüljük, akkor az anyag kifolyik a silóból. A tervezéskor a kifolyás számos jellemzőjét ismernünk kell. Elsőként a kifolyási módot kell meghatároznunk. A kifolyási mód alapvetően befolyásolja a szilárdsági méretezést, mert a silófalban keletkező feszültségek a 3.1. fejezetben tárgyaltak szerint két-háromszoros eltérést is mutathatnak azonos silógeometria mellett. Ezen kívül a kifolyás tömegáramát is befolyásolja, amely jellemző szintén tervezési paraméter, a kapcsolódó technológiai berendezések tervezésekor, kiválasztásakor.

Kifolyási módok

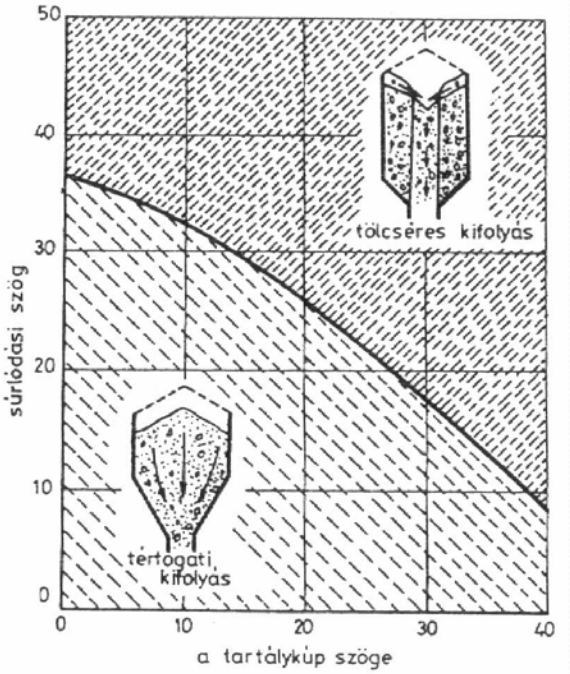
A kifolyási mód a tervezés szempontjából fontos jellemző, mivel jelentősen megváltoztatja a feszültségi és áramlási viszonyokat.

A tartályból való kifolyás jellegzetes módozatait a 13. ábra szemlélteti. Amikor az anyagnak csak a kifolyónyílás fölötti része mozog, és ennek következtében a halmaz tetején a természetes rézsűszögnek megfelelő kúpos felszín („tölcsér”) alakul ki, tölcséres kifolyással van dolgunk (13.a ábra).



13. ábra. Kifolyási módok [Sitkei: 1981.]

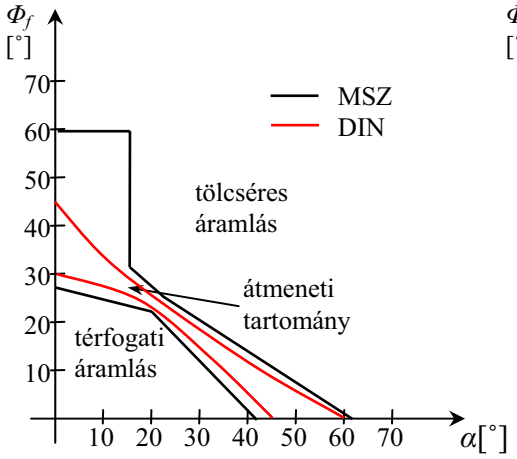
Ekkor a felső rétegből történik a hozzáfolyás. A másik jellegzetes áramlási kép a térfogati (13.c ábra). Ekkor a teljes térfogat mozgásban van, és ennek megfelelően a hozzááramlás is a teljes térfogatból történik.



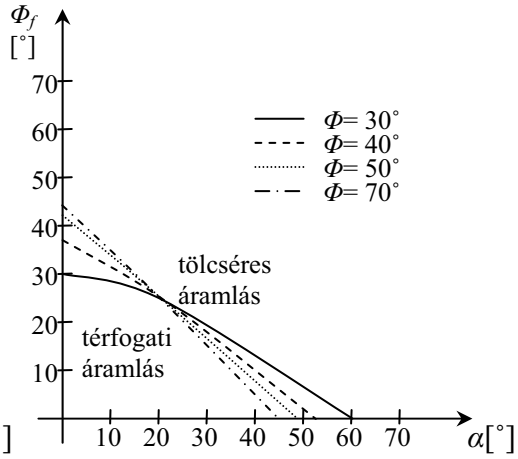
14. ábra. Tölcséres és térfogati kifolyás [Sitkei: 1981.]

A 13.b. ábra közbenső helyzetet mutat, amikor a kifolyás aszimmetrikus, és részben tölcséres, részben térfogati.

A két jellegzetes kifolyási mód létrejötte a fenék hajlásszögétől és a



15. ábra. Kifolyási módok
[MSZ ENV 1991-4 ; DIN 1055]



16. ábra. Kifolyási módok
[Jenike: 1987.;Schulze: 1994.]

falsúrlódás tényezőjétől függ [Sitkei: 1981; MSZ ENV 1991-4:2000.; DIN 1055: 1987.] elsősorban. Az irodalomban a kifolyási mód meghatározására diagramok állnak rendelkezésünkre. Ezek egymáshoz hasonlóak, de nem egyeznek meg. Most a hengeres silókra vonatkozó diagramokat vizsgáljuk, négyszög keresztmetszetű silókra ugyanezek a megállapítások igazak. A 14. ábrán látható diagram éles határvonalat mutat a kétféle áramlási mód között, és eszerint a kifolyási mód csak a két paramétertől, a falsúrlódás szögétől és a garat kúpszögétől függ. A 15. ábrán látható, magyar szabványban szereplő diagramban is ez a két paraméter szerepel, azonban a határvonal nem olyan éles a kétféle kifolyási mód között. Szerepel egy átmeneti tartomány, ahol mindkét áramlási forma létrejöhet, ami olyan mértékű mérési bizonytalanság, ami egy hiányzó paraméterre utal. A német szabványban ez a tartomány szűkebb, de még mindig egy paraméter. A 16. ábrán a hiányzó paraméter, a belső súrlódás is szerepel [Schulze: 1994.], ami a szabványban átmeneti zónának nevezett terület bizonytalanságát megszünteti.

A tervezéskor el kell döntenünk, hogy melyik kifolyási módot szeretnénk elérni, a technológia melyiket kívánja meg. Ehhez ismernünk kell a két kifolyási mód előnyös és hátrányos tulajdonságait, és ez alapján kiválasztani a nekünk megfelelőt.

A tölcséres kifolyási mód előnyei:
- sokkal kisebb falsúrlódási erő lép fel,
- kisebb önsúlyú siló,
- kisebb abrazív kopást eredményez,
- nincs szükség drága alépítményekre,
- alacsony költség.

Hátrányai:
- a betárolás és ürítés sorrendje felcserélődik, így a siló alján tárolt részek sokkal hosszabb ideig tartózkodnak a silóban, ami egyenlőtlen minőségváltozással jár,
- a silót nem lehet teljesen kiüríteni gravitációsan,
- az ürítéskor csak az anyaghalmaz egy része mozog, emiatt a reológiai folyamatok hatására létrejövő tömörödés nem lazul fel,
- a rétegek egymáson való elcsúszása miatt az anyag osztályozódik, inhomogénná válik.

A térfogati kifolyás előnyei:
- a betárolás és kitárolás sorrendje azonos,
- gravitációs úton a siló teljes mértékben kiüríthető,
- az anyaghalmaz egésze mozog, így homogén marad.

Hátrányai:
- sokkal drágább a megvalósítás,
- gyorsabban kopik a silófal,
- nagyobb terhelések a silófalra.

A költségek miatt a nagy méretű silókat inkább tölcséres kifolyással tervezik, mert a megvalósítás költségei a kisebb erők, kisebb magasság miatt jelentősen kisebbek. Térfogati kifolyású silókat csak a tárolási minőség elsősége esetén építenek.

1.2.4. Kifolyási tömegáram

A szemestermények kohéziója zérus vagy igen kicsi, ezért ezek a tartályokból gravitációs úton könnyen kifolynak. Az összetömörödő és tapadó anyagok (lisztek, műtrágyák stb.) kifolyása ugyanakkor sok problémát okoz, a tartályok kifolyórésének helyes geometriai kialakítása ma is félempirikus módszerek segítségével történik.

A silóból való kifolyás tömegárama a technológiai berendezések tervezése, kiválasztása szempontjából fontos paraméter. A kifolyás számítása nem történhet a hidrodinamika általánosan ismert

összefüggéseivel, mivel a szemcsés anyagok egészen más áramlási tulajdonságokkal rendelkeznek, mint a folyadékok. A különbség az eltérő súrlódási tulajdonságokon alapul. A folyadékok belső súrlódása – a viszkozitás – a közeg sebességétől függ, statikus helyzetben értéke zérus. A szemcsés anyagok belső súrlódása állandó érték, nyugalmi helyzetben is működik. (Bár előfordul, hogy szemcsés halmaz esetében is alkalmaznak viszkozitást [Böhrnsen et al.: 2004.], de ennek csak a modell stabilitása miatt volt szükség.) A különböző elméleti és kutatási eredmények abban megegyeznek, hogy a szemcsés anyagok kifolyási sebessége az anyaghalmaz magasságától független, ellentétben a folyadékokkal. A gyakorlat számára is használható, különböző számítási módszerek születtek a magasságtól független, időben állandó tömegáram kiszámítására. Jelenleg a két legismertebb Johanson [1965.] és Beverloo [1961.] számítási összefüggései. Johanson a térfogati kifolyásra, Beverloo a tölcséres kifolyásra dolgozta ki módszerét.

1.2.4.1. Johanson módszere

Johanson a térfogati kifolyást vizsgálta. Elméleti úton jutott el a kifolyási tömegáram kiszámítási módszeréhez [Johanson, 1965.], a következő feltételek mellett:

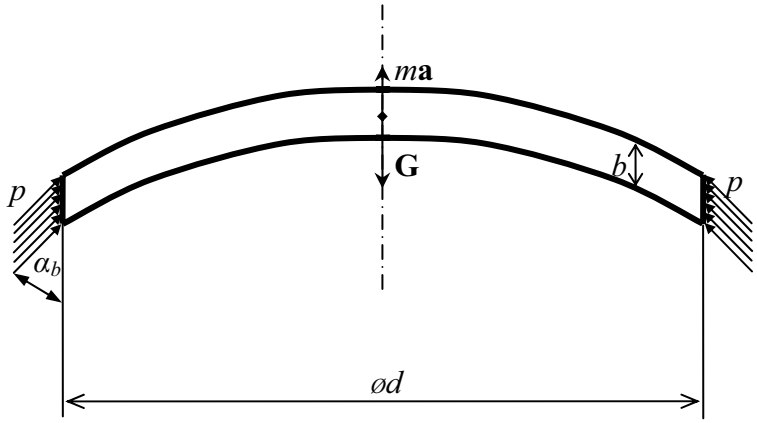
- a tárolt anyag belső súrlódással és kohézióval rendelkező, szilárd szemcsés anyag,
- a kifolyás folytonos és az anyag sűrűsége nem változik jelentős mértékben,
- a garatban a kifolyónyílás fölött az anyag állandó vastagságú íveket alkot, amelyeknek állandó a gyorsulásuk,
- az anyag áramlása miatt az ívekben olyan nyomás alakul ki, amely nagyobb a kritikusnál,
- ez a nyomás kiszámítható.

D'Alembert módszer alapján az ív egyensúlya [Johanson: 1965.]:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}. \tag{19}$$

Függőleges irányú vetülete (17. ábra), rendezve az F_v falsúrlódási erőre:

$$F_v = G - \frac{G}{g} a \tag{20}$$



17. ábra. Elemi ívre ható erők

G az ívdarab súlya, amely hengeres siló esetén:

$$G = \gamma \frac{d^2 \pi}{4} b\,, \tag{21}$$

F_v a falsúrlódási erő, α_b az ív meredeksége, b az ív vastagsága.

$$F_v = F \cdot \cos\alpha_b = p(\sin\alpha_b) d\pi b \cos\alpha_b\,. \tag{22}$$

F_v maximális értéke α_b=45° esetén:

$$F_v = pd\pi b \frac{1}{2}\,. \tag{23}$$

F_v értékét behelyettesítve (20)-ba:

$$pd\pi b \frac{1}{2} = G - G\frac{a}{g}\,. \tag{24}$$

A boltozat tönkremeneteli kritériuma alapján p nyomás értéke megegyezik a folyási függvény adott állapothoz tartozó σ_c értékével. Ezt és a boltozat súlyát behelyettesítve:

$$\sigma_c d\pi b \frac{1}{2} = \gamma \frac{d^2\pi}{4} b - \gamma \frac{d^2\pi}{4} b \frac{a}{g}, \tag{25}$$

$$2\sigma_c = \gamma d\left(1 - \frac{a}{g}\right), \tag{26}$$

$$\gamma d = 2\sigma_c + \frac{\gamma d}{g} a. \tag{27}$$

Általános esetben ez az egyenlet tartalmaz egy légáramlásból származó tagot is, de ennek csak poroknál van jelentősége. Esetünkben ettől eltekintünk, és tovább rendezzük az egyenlet:

$$\sigma_c = \frac{\gamma d}{2}\left(1 - \frac{a}{g}\right). \tag{28}$$

Ennek reciprokát vesszük és bővítjük a konszolidációs feszültség értékével:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{2\sigma_1}{\gamma d} \frac{1}{1 - \frac{a}{g}}, \tag{29}$$

ahol az egyenlet bal oldala az aktuális folyási tényezővel ff_a, az egyenlet jobb oldalának első tényezője pedig a kritikus folyási tényezővel ff egyezik meg. Ezt helyettesítve és rendezve:

$$a = g\left(1 - \frac{ff}{ff_a}\right). \tag{30}$$

A boltozat a gyorsulása két részre osztható. Az egyik rész a garat szűküléséből adódó gyorsulás a_c, a másik része a nyitáskor fellépő sebességnövekedésből származó gyorsulás a_v.

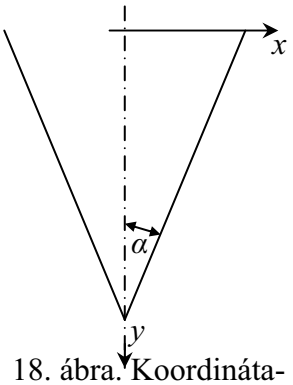
$$a = a_c + a_v \tag{31}$$

A kifolyási keresztmetszet csökkenéséből adódó gyorsulás:

$$a_c = \frac{dv}{dt}, \tag{32}$$

$$a_c = v\frac{dv}{dy}. \qquad (33)$$

Az átlagsebesség: $v = \frac{konst}{A'}$, ahol *A'* az aktuális áramlási keresztmetszet. Ha a fajsúly állandó, akkor a térfogatváltozások megegyeznek:



18. ábra. Koordináta-rendszer a garatban

$$\left.\begin{aligned} dV &= -vdA' \\ dV &= A'dv \end{aligned}\right\} \quad dv = -\frac{v}{A'}dA', \quad (34)$$

$$A' = x^2\pi, \qquad (35)$$

$$\frac{dx}{dy} = -tg\alpha, \quad (36) \qquad dy = -\frac{dx}{tg\alpha}, \quad (37)$$

Helyettesítve:

$$a_c = -\frac{v^2}{A'}\frac{dA'}{dy}, \qquad (38)$$

$$a_c = \frac{2v^2 tg\alpha}{x}. \qquad (39)$$

A kifolyónyílásnál *x* értéke *d/2*, ekkor:

$$a_c = v^2\frac{4}{d}tg\alpha. \qquad (40)$$

Az kifolyás indításakor fellépő gyorsulás értéke (31)-ból:

$$a_v = a - a_c. \qquad (41)$$

Ezt (30) és (40)-be helyettesítve:

$$a_v = g\left(1 - \frac{ff}{ff_a}\right) - v^2\frac{4}{d}tg\alpha. \qquad (42)$$

A nyitáskor a v sebesség nulláról növekszik az állandó értékig, eközben a_v értéke lecsökken zérusra. Az állandósult állapotban a sebesség:

$$0 = g\left(1 - \frac{ff}{ff_a}\right) - v^2 \frac{4}{d} tg\alpha \,, \tag{43}$$

$$v = \sqrt{\frac{dg}{4tg\alpha}\left(1 - \frac{ff}{ff_a}\right)} \,. \tag{44}$$

A kifolyási tömegáram értéke ekkor:

$$W = \gamma A v \,, \tag{45}$$

$$W = \gamma \frac{d^2 \pi}{4} \sqrt{\frac{dg}{4tg\alpha}\left(1 - \frac{ff}{ff_a}\right)} \,. \tag{46}$$

A könnyen folyó anyagoknál ff/ff_a hányados nullához közeli érték, ezért a gyakorlatban nem is számolnak vele. Boltozódási határhelyzetben pedig $ff_a = ff$, ekkor a kifolyási tömegáram értékére az összefüggés helyes, zérus eredményt ad.

1.2.4.2. Beverloo módszere

A tömegáram meghatározására Beverloo kísérleti úton határozta meg a kifolyási tömegáram függvényét [Beverloo: 1961.] , amely a következő:

$$W = 0{,}58 \rho_b g^{0,5} \left(d - k d_p\right)^{2,5} \tag{47}$$

ahol:

- ρ_b a halmazsűrűség,
- d a kifolyónyílás mérete,
- k konstans (általában 1,4),
- d_p szemcseméret
- g nehézségi gyorsulás.

Az összefüggés tölcséres kifolyás esetében alkalmazható. Figyelembe veszi a szemcsék által csökkentett kifolyási átmérőt. Az összefüggésben nem szerepel a garat hajlásszöge, tehát annak változását nem veszi

figyelembe. Ezt abban az esetben lehet megtenni, ha a kifolyás tölcséres. Tölcséres kifolyás esetén az anyag nem az ürítőgarat fala mentén áramlik, hanem egy halmazon belüli csatornában. Ekkor feltételezhetjük, hogy a kifolyást a garat hajlásszöge nem befolyásolja.

2. A KUTATÁSI FELADAT MEGFOGALMAZÁSA

2.1. Modellezés

A modellezésekor abban mindegyik szerző azonos véleményen van, hogy a szemcsés anyagok anyagtulajdonságai közel sem állandóak. Ha pontosan akarunk modellezni, akkor a legjobb mindig az adott helyzetben az anyag tulajdonságait megmérni. Az anyagtulajdonságok közül a belső súrlódás az, amelyiket minden kontinuum modellben megtaláljuk. A szemcsés anyagra megalkotott modellek egyre bonyolultabbá válnak, egyre pontosabban írják le az anyag viselkedését, amelyek kezelése természetes módon egyre több számítási munkát, számítógépes kapacitást követel. Ezek a modellek egyre több, speciális anyatulajdonságot tartalmaznak, ami az előbb említett bizonytalanságok miatt azzal a következménnyel jár, hogy:

- egy adott, ismert tulajdonságú halmaz viselkedését egyre **nagyobb pontossággal** tudjuk leírni,
- ehhez **növekvő számítási igény** társul,
- sajnos ezzel ellentétben a változók számának növelésével egyre **nagyobb** a modell jóságának **bizonytalansága**.

A kutatónak magának kell eldöntenie, hogy a modellek közül melyiket választja a megoldáshoz. A gyakorlati szakemberek számára azonban a lehető legegyszerűbb, de megbízható modellekre van szükségük. Ezért olyan kontinuum modellt használok, amelyre alapozva a kifolyást kellő pontossággal, és a végeredményt egyszerű összefüggéssel le tudom írni.

2.2. Boltozódás

A boltozatok kialakulásának kritériumait a folyási tényező és folyási függvény felhasználásával tudjuk kezelni lényegében a Jenike által kidolgozott módon vagy Keppler boltozódási algoritmusával.

A boltozatok alakjának meghatározása azonban a nem kutatott területek közé tartozik. Ennek oka az lehet, hogy a boltozatok kialakulásának, és az ebből adódó feszültségeknek a kutatók sokkal nagyobb jelentőséget tulajdonítottak. Ez jogos, ha ezeket a témaköröket szűken értelmezzük. Azonban a feszültségek, és a kifolyás elméleti vizsgálatához szükségünk van a **kifolyónyílás feletti szabad felület alakjának** ismeretére. Erre eddig is szükség volt, de a kutatók ezt a problémát a célnak legjobban megfelelő, könnyen kezelhető alak kiválasztásával átlépték. Ahol szükséges, ott az alakot egyszerűen közelítették valamilyen függvénnyel. Ez

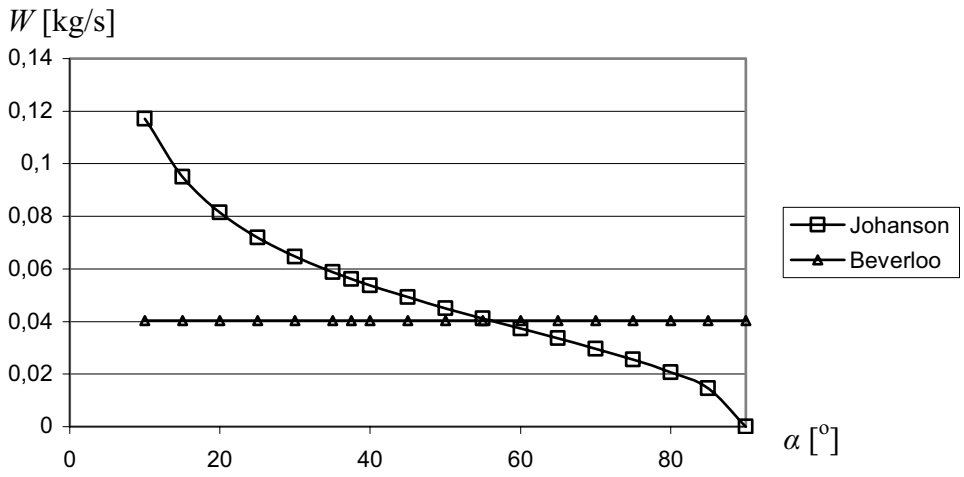
vagy kör [Peschl: 1969.] vagy parabola [Tomay: 1970.]. Azonban ezeknek a függvényeknek a helyességét nem vizsgálják, így az eredmény is tartalmazza a közelítés hibáját. Ez azért nem szokott gondot okozni, mert a kúpos kialakítású silóknál a különböző függvények kis mértékben térnek el egymástól, így a hiba is kicsi marad. Azonban a későbbi modell pontosságának érdekében a **kutatásaim során ez az egyik terület, amelyet részletesebben vizsgálok.** Az eddigieknél pontosabb leírásra azért van szükség, mert a kifolyási modellemnek meghatározó eleme a boltozat alakja.

2.3. Kifolyás

A kifolyási tömegáram kiszámítására használatos két összefüggés alkalmazásának feltétele, hogy ismerjük a kifolyási módot. Ennek meghatározására az 1.2.3. fejezetben bemutatott egyre pontosabb módszerek jól használhatóak. Azt azonban meg kell vizsgálni, hogy a **Beverloo és Johanson módszerének mik a korlátai**, milyen pontosságúak, és hogyan viselkednek a mérési tartomány szélső helyzeteiben. Beverloo empirikus formulájának ellenőrzését mindenképpen érdemes elvégezni, hogy a konstansok értékeit esetleg elméleti úton is meg lehessen határozni, így fizikai értelmezést is adni azoknak, esetleg egy jobb közelítést elérni a modell egyszerűségének és stabilitásának megtartása mellett.

Jelenleg az 1.2.4. fejezetben bemutatott két számítási formulát használják. A tölcséres kifolyásnál Beverloo, térfogati kifolyásnál Johanson módszerét. Adott silóméretre a kétféle módon számított értékeket ábrázolom a 19. ábrán, ahol a W kifolyási tömegáram a garat félkúpszögének függvényében változik.

Jellemzője mindkét formulának, hogy az anyagtulajdonságok közül csak a **halmazsűrűség**et veszi figyelembe, mint paramétert. Ezen kívül csak a **siló geometriájá**val számolnak. Ez a tapasztalatokkal nem egyezik, ugyanis a különböző anyagoknál nemcsak a tömegáram, hanem a térfogatáram nagysága is eltérő, azaz nem elég a halmazsűrűséget figyelembe venni számításkor. Ezt a mérések értékelésekor részletesen, adatokkal alátámasztva bemutatom. Célom, hogy modellem ezt a problémát is kezelje.



19. ábra. Számított tömegáram értékek

Ezen kívül a Johanson-féle formula csak szűk tartományban lehet érvényes, ugyanis a szélső esetekben zérus és végtelen nagyságú tömegáramot mutat, ami nem lehetséges. A zérus előfordulhat ugyan boltozódáskor, de a boltozat kialakulása a garat kúpszögével nincs ilyen közvetlen függvénykapcsolatban.

A Beverloo modell másik hiányossága pedig az, hogy tisztán tapasztalati úton, mérésekkel vették föl, így a konstansok és a paraméterek fizikai kapcsolata nincs tisztázva. **Célom egy, a mérésekkel hasonlóan összhangban lévő, de a Beverloo modell hibáit nem tartalmazó modell elméleti úton történő előállítása.**

Ha a kísérletek alátámasztják azt a feltételezést, hogy a **boltozat alakjának hatása van a kifolyásra** is, a szabad felület alakján keresztül, akkor **ennek vizsgálata lesz a kutatásaim újabb területe**. Valamint akkor erre az összefüggésre, mint elméleti alapra egy új, a jelenség fizikai tartalmát is leíró **kifolyási modellt** lehet építeni, ami **a kutatásaim legfőbb célja**.

3. A BOLTOZÓDÁS ÉS A KIFOLYÁS KAPCSOLATA

3.1. Instabil boltozatok

Szemcsés anyagok boltozódását akkor célszerű vizsgálni, amikor a boltozat megakadályozza a kifolyást, azaz amikor az anyaghalmaz nyugalomban van. Ezt a stabil állapotot létrehozó boltozatot stabil boltozatnak nevezem. De a szemcsés anyagok esetén nemcsak ekkor lép fel boltozati hatás. A 3. fejezetben leírt boltozati hatás minden olyan esetben fellép, amikor a tárolt anyag egy részének a támasztása megváltozik. A kifolyás esete is ilyen, mivel ekkor az anyag támasztását megszüntetjük. Ekkor a nyílás fölött kialakuló anyagívet instabil boltozatnak nevezem, mivel annak alakja és hatása is hasonló a stabil boltozatéhoz azzal a különbséggel, hogy a kifolyás közben folyamatosan összeomlik és újra felépül. Ezt Keppler [2006.] elméleti úton is bizonyította.

3.2. Jelenség kísérleti igazolása

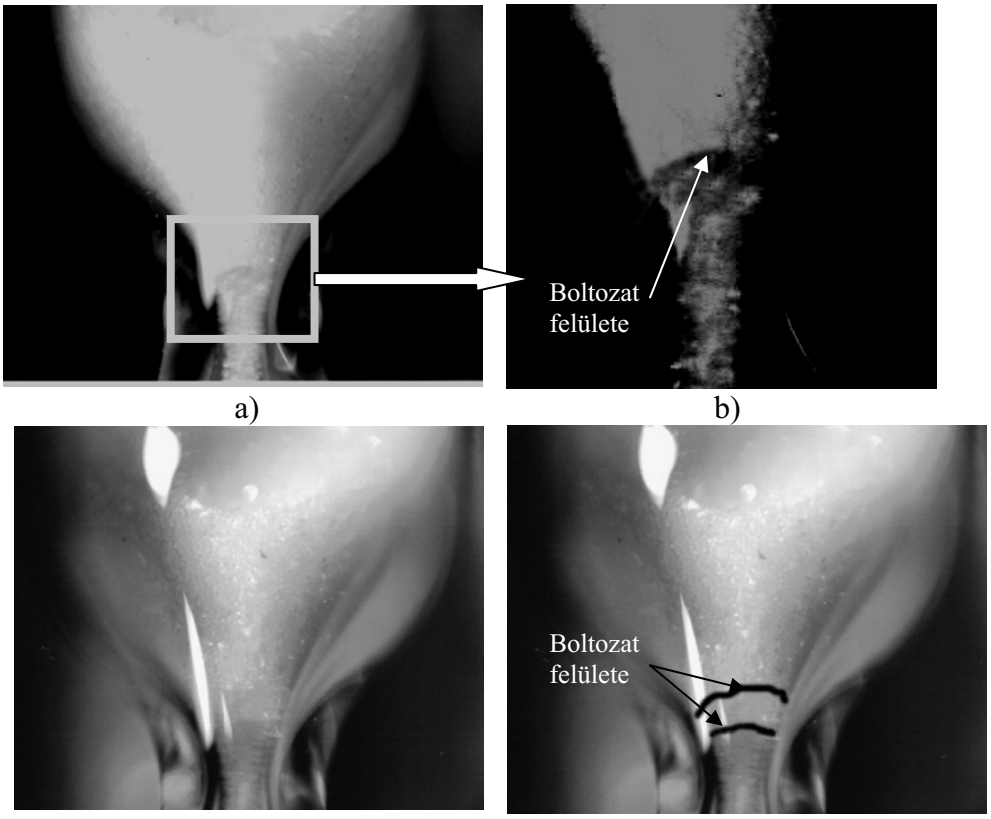
3.2.1. Kísérleti modell

A jelenséget kísérletileg is igazolni lehet, ha a kifolyási kísérleteket úgy végezzük el, hogy a kifolyás folyamata látható legyen. A láthatóságnak két feltétele van. Az egyik, hogy a tartály fala átlátszó legyen. A másik, hogy a kifolyónyílásnak nem szabad túl nagynak lennie, mert akkor a kialakuló íveket magától az áramló anyaghalmaztól nem látjuk. A feltételek mindegyikét kielégítjük, ha a kísérletekhez egy homokórát választunk.

A homokórában lévő áramlást fényképezzük. Szemből villanófénnyel a mozgásokat „befagyasztva” a kifolyás egyes fázisairól készítünk képeket.

3.2.2. Eredmények

A 20.a) ábrán, valamint ennek kinagyított és módosított kontrasztú részletén a b) ábrán a kifolyás azon pillanata látszik, amikor az instabil boltozat kialakult. A c) ábrán két boltozat vonala látható. Az egyik kezd összetörni, míg a második kezd kialakulni. Ezen a képet a módosított kontraszttal sem lehet jobban láthatóvá tenni a boltívet, ezért berajzoltam a két vonalat a d) ábrába.



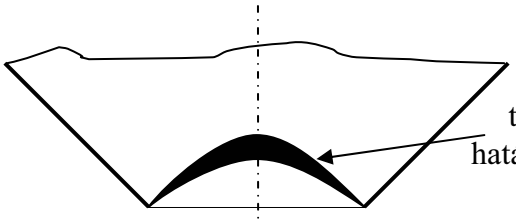
20. ábra Instabil boltozatok kialakulása és összeomlása kifolyáskor

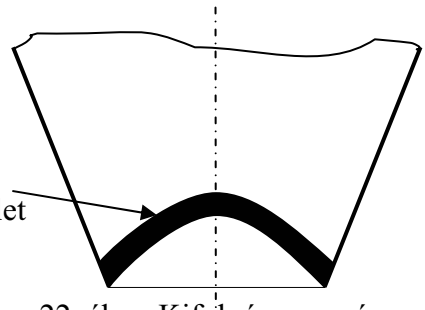
Feltételezésem szerint az instabil boltozatok sorozatos összeomlása és a szemcsék kihullása adja a kifolyó anyagtömeget. A kifolyás közbeni instabil boltozódást Keppler elmélete és a kísérleteim bizonyítják. Az ezekre alapozott elmélet eredményeinek helyessége szintén alátámasztja létezésüket.

3.3. Térfogati és tölcséres kifolyás közben fellépő boltozódás

A kifolyás módja természetesen hatással van az instabil boltozatokra is. A tölcséres kifolyáskor a siló kúpszöge nincs hatással a boltozatra, hiszen az anyag önmagán csúszik el. Ekkor a boltozat szélei nem mozognak (21. ábra), ami a modellezésben segít, hiszen ott ismerjük a halmaz sebességét. A térfogati kifolyásnál sajnos ilyen fix pontot nem tudunk kijelölni, mert az egész halmaz mozog (22. ábra), a boltozatnak nincs ismert sebességű pontja.

Ezért a térfogati kifolyás esetére a modellem nem ad tisztán elméleti eredményt.





törési
határfelület

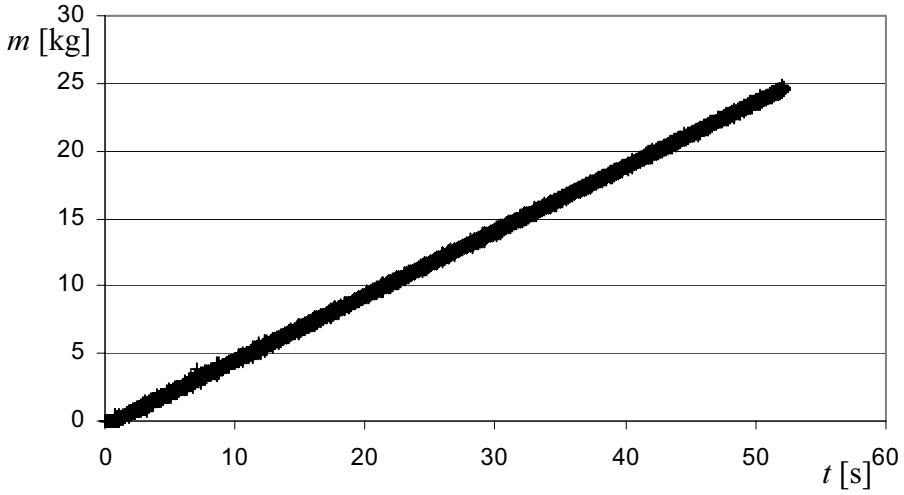
21. ábra. Kifolyó anyagrész tölcséres áramlás esetén

22. ábra. Kifolyó anyagrész térfogati áramlás esetén

Instabil boltozatok mindkét kifolyási esetben kialakulnak, az 5. fejezetben (37. ábra) mutatom be az instabil boltozatok kialakulásának a kifolyási modell segítségével megállapított határát.

3.4. Kifolyási tömegáram állandósága

Az irodalomban és a gyakorlatban ismert a szemcsés anyagok kifolyási tömegáramának állandósága, azaz függetlensége az anyaghalmaz magasságától. Azonban ezt tényként fogadják el, magyarázat nélkül. Ezt az állandóságot méréseink is igazolják (5.2. fejezet), a kifolyt anyag tömegét az idő függvényében leíró görbe időben állandó meredekségű (23. ábra), a görbe meredeksége pedig maga a tömegáram, ami a siló töltöttségétől független volt. Kivételt képez a kifolyás vége, amikor már csak a tölcsér alján maradó anyag folyik, ekkor (sík fenék esetén, 31. ábra) a tömegáram változik. Ezt már nem vizsgálom, hiszen ekkor a kifolyónyílás fölött már nincs összefüggő anyaghalmaz, tehát már boltozati hatás sem léphet föl.



23. ábra. Kifolyt anyagtömeg változása az idő függvényében

Folyadékok esetében a kifolyási sebesség, ezzel együtt a tömegáram értéke is a folyadékoszlop magasságának függvényében változik. Ennek oka, hogy a folyadék sebességéből adódó nyomás egyensúlyban van a folyadékoszlop magasságából származó nyomással. Szemcsés halmazoknál – bár folyadékszerű a viselkedés – ez másképp történik. Az anyagmagasságból adódó nyomás sem azonos a hidrosztatikus állapot esetével és a kifolyási sebességből adódó nyomás sem. Az egyensúly természetesen ebben az esetben is fennáll, azonban az instabil boltozatok miatt a nyomás értéke, és ezzel együtt az anyag gyorsulása is zérus. A boltozat alatti nyomás zérustól nem különbözhet, ennek következtében a kifolyási tömegáram független az anyaghalmaz magasságától.

Összegezve elmondhatjuk, hogy az instabil boltozatok miatt a kifolyási sebesség állandó az anyaghalmaz magasságának függvényében. A konkrét sebességek kiszámításához azonban szükségünk van a boltozat alakjának ismeretére is.

4. BOLTOZATALAK MEGHATÁROZÁSA

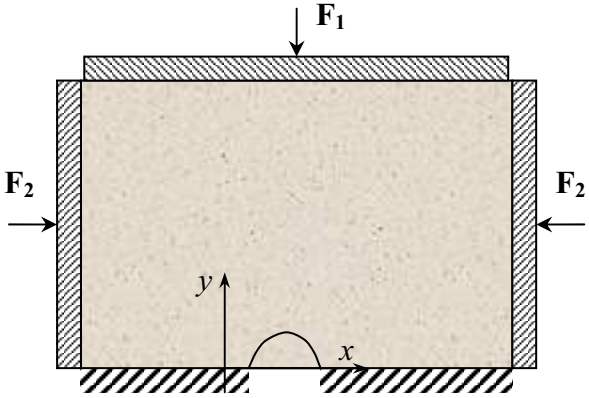
1. Mérés

A boltozat alakját leíró függvényt elsőként méréssel határoztuk meg [Oldal: 1999.]. A kezdeti boltozódási méréseink azt a célt szolgálták, hogy a kifolyási jelenség tanulmányozásánál úgy lehessen a feltételeket kialakítani, hogy a boltozódás elkerülhető legyen. Ennek érdekében vizsgáltuk azokat a tényezőket, amelyek a boltozat kialakulására, stabilitására és összeomlására hatással vannak. A későbbiekben a kifolyás jelenségét vizsgáltam, a boltozódási mérések közül az alak mérési eredményeit használtam fel.

Berendezés leírása

A Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszék talajmechanikai laboratóriumában már meglévő boltozódásvizsgáló berendezéssel (24. ábra) kezdtük el a kísérleteket. A készülékben a boltozat síkbeli modelljét lehet létrehozni úgy, hogy a vizsgált szemcsés anyagot téglalap alakú, felül nyitott üregbe öntjük. Az üreg egyirányú boltozat kialakulását teszi lehetővé, mert egy irányban viszonylag közel lévő párhuzamos sík plexilapokkal határolt, függőleges és vízszintes irányban viszont a lehetőségekhez képest kellően nagy. Az üreg alján elzáró lemezekkel beállítható méretű rés van, amely fölött a boltozat kialakulhat. A lemezek adott szélességűek, a boltozat kialakulásának várható helyén a plexilapra négyzetrácsot helyeztünk, így közvetlenül leolvasható a rés szélessége, és a boltozat geometriai méretei. Egy pálca szélessége 10 mm, a maximálisan beállítható résméret 220 mm A berendezésen a kifolyási rést pálcák kihúzásával állítjuk be.

Az eredeti berendezésnek rögzített oldalfalai voltak, így a mérések során adott anyagminőség mellett csak a függőleges terhelést tudtuk változtatni. Ez az akkori céloknak nem felelt meg, mert nem lehetett megállapítani az oldalirányú terhelést. Ezért módosítást kellett végezni a berendezésen. A változtatás lényege az volt, hogy az oldalfalak mozgathatóak lettek, így mérni, és befolyásolni lehet a terhelés nagyságát oldalirányban is. Az oldalfalak mozgatását két-két csavarorsós mozgatórúddal oldottuk meg, a rudakban ébredő erőt pedig mérőkengyelek beépítésével mértük (24. ábra).



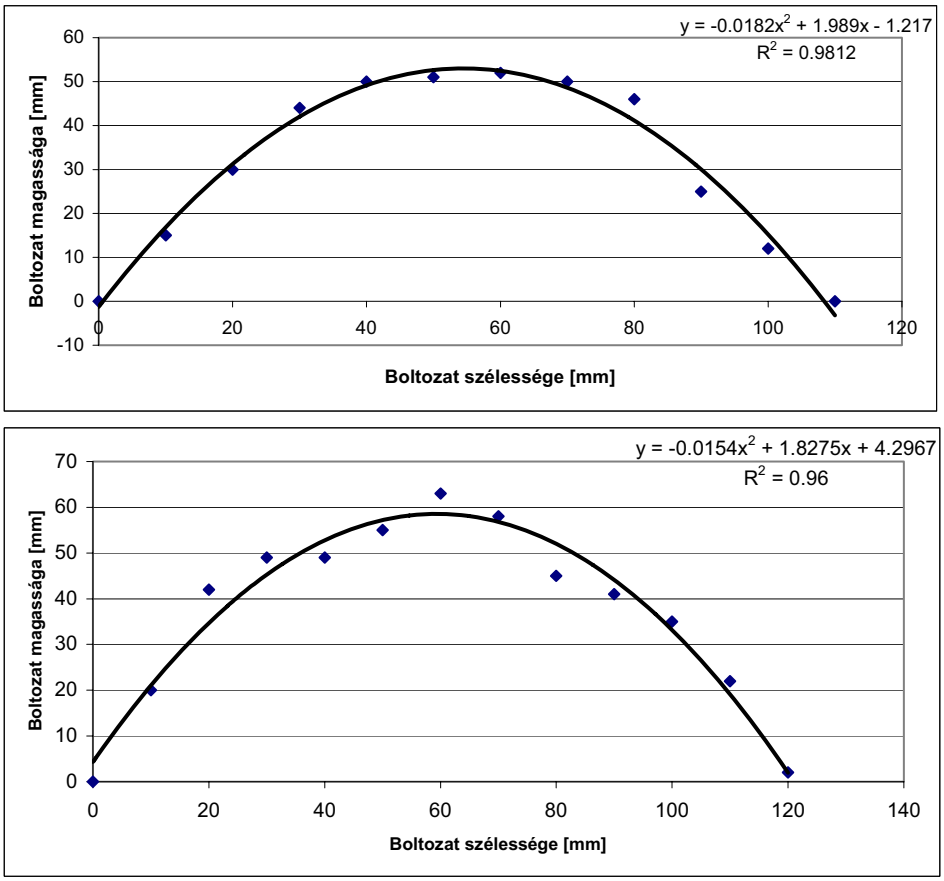
24. ábra. Boltozódásvizsgáló berendezés

A mérés leírása

A mérések során alkalmazott szemcsés halmaz nedves homok volt. A mérés megkezdése előtt, amikor szükséges volt, akkor be kellett állítani a homok nedvességtartalmát. Erre azért volt szükség, hogy a boltozat biztosan kialakuljon. A mérésekhez lezártuk a szerkezet alját, feltöltöttük a nedves homokkal, és elvégeztük a boltozódási mérésekhez szükséges beállításokat. Jelen munka szempontjából ezek a körülmények nem fontosak, így azok ismertetését elhagyom [részletesen: Oldal: 1999.], mert azok a boltozat kialakulását, stabilitását, magasságát befolyásolják, de a leíró függvény mindig ugyanaz. Az erők nagyságának változása a függvény állandóit változtatja meg, magát a függvényt nem.

Eredmények a boltozat alakjára

A boltózódásvizsgáló berendezésen elhelyezett négyzetrács segítségével a boltozat ívét pontonként regisztrálni lehetett. Az így kapott pontok természetesen nem illeszkednek tökéletesen egy bizonyos görbére, hiszen a nedves homok nem volt tökéletesen homogén, és a boltozat ívét kisebb anyagdarabok feltapadása törte meg. Azonban a pontokat ábrázolva görbét tudunk rájuk illeszteni. Az illesztett görbék korrelációját meghatározva következtetni tudunk az illesztés pontosságára. Minél jobban közelíti a homogén állapotot a betöltött anyag, annál pontosabban közelíti a mért pontsor az elméleti görbét. A 25. ábrán a két legjobban közelítő mérés látható, a többi mérési eredmény a függelékben megtalálható. A mérésekből kiderül, hogy a boltozat ívét másodfokú görbékkel kellő pontossággal lehet közelíteni.

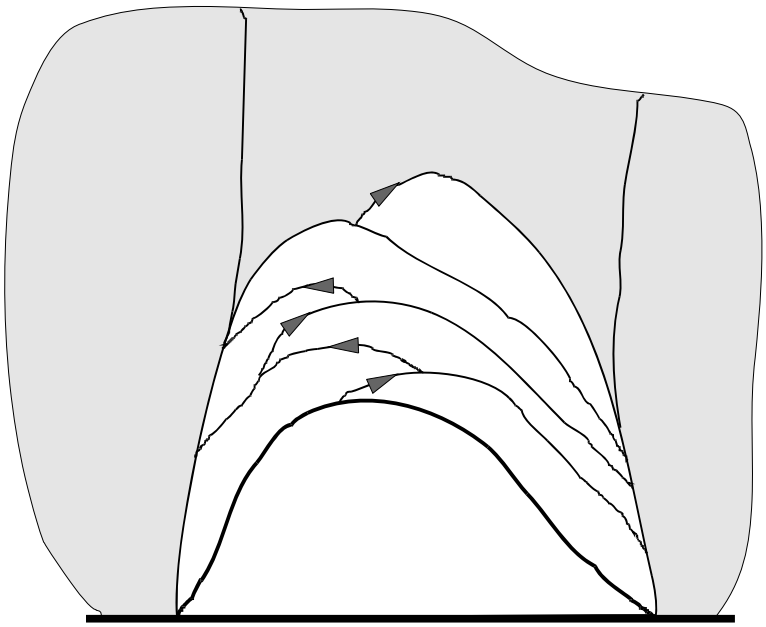


25. ábra. A boltozat alakjának közelítése másodfokú függvénnyel

A boltozat összeomlása

Ha az anyag megfelelően összetömörödött, akkor egy stabil boltozat jött létre. A stabil boltozat önmagától nem omlott össze, és ha külső hatással megzavartuk, új boltozat alakult ki, ami újra stabil volt. Egészen addig kialakult stabil boltozat, amíg egy kritikus pontot el nem értünk, amit túllépve a kialakult boltozat már instabil volt.

A mérések során, amikor a homok nedvességtartalma, és ezzel együtt kohéziója csökkent, vagy a tömörítés nem volt kellően nagy, találkoztunk egy a kifolyás szempontjából érdekes jelenséggel, az instabil boltozattal. Ez önmagától összeomlik, az összeomlás ebben az esetben szakaszos volt. (26. ábra)



26. ábra. A boltozat összeomlásának folyamata

A beomláskor a beomlás egy kezdő repedésből indult el, és ez a repedés továbbterjedt. (26. ábra) Ezután egy újabb boltozat alakult ki. A boltozatok kialakulása és beomlása egyre gyorsabb ütemben történt, és egy kritikus értéket elérve az anyagtömeg leomlott. A lecsúszáskor nem az egész anyagtömeg csúszott le, hanem az anyagtól függő rézsűszögű lejtő maradt. [Oldal: 1999.]

2. Variációs módszer

4.2.1. Variációs probléma megfogalmazása

A boltozat alakját matematikai formában függvénnyel írhatjuk le. Esetünkben a pontos vagy közelítő függvény típusát keressük, amivel jól leírhatjuk a boltozatalakot. Mivel az alak természetes úton alakul ki, feltételezzük, hogy a „rendszer” energiaminimumra törekszik. A teljes potenciális energia minimum elv alapján a testben felhalmozódó teljes potenciális energia minimumát keressük [Oldal: 2006.]. Ha a problémát így közelítjük meg, akkor annak megoldására a variációs módszer a megfelelő, a Lagrange-féle variációs elvhez hasonlóan járunk el.

4.2.2. Funkcionál felírása

Funkcionálnak valamely halmaznak a valós számok halmazába történő leképezését nevezzük [Kósa: 1973.]. A variációszámítással funkcionálok szélsőértékeit határozhatjuk meg. Esetünkben a teljes potenciális energia értéke a valós szám. Mivel az anyag térfogata nem állandó, ezért nem az energiát, hanem annak fajlagos értékét az átlagos energiasűrűséget írjuk fel funkcionálként. Azaz a boltozat alakjától, mint változótól függő függvényt.

Egy elemi hasábon a feszültségek által végzett alakváltozási munka, az alakváltozási energia:

$$dU = \frac{1}{2}\left[\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{zy}\gamma_{zy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{xy}\gamma_{xy}\right] dxdydz \quad (48)$$

A szemcsés anyagban keletkező feszültségek a peremfeltételek függvényében változnak. A peremfeltételeket állandó értéken tartjuk, kivéve a boltozat alakját, mint kinematikai peremfeltételt. A halmazban keletkező feszültségeket az alak bonyolultsága miatt végeselem-modell segítségével számíthatjuk. Hengeres siló esetében tengelyszimmetrikus modellt használunk. Ekkor az egy elemben felhalmozódó belső energia:

$$U_i = \int_{V_i} u(x, y, f(x))dV \quad (49)$$

A teljes anyagtömegben felhalmozódó alakváltozási energia:

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} \int_{V_i} u(x, y, f(x))dV \ , \qquad (50)$$

ahol:

- *f(x)* a boltozat alakját leíró függvény,
- $n \in N$, a végeselem-modell elemszáma.

A test teljes potenciális energiája [Csizmadia, Nándori:1999.]:

$$E_p = U - \sum_{i=1}^{n} \int_{V_i} \overline{u} \cdot \overline{q} dV - \sum_{i=1}^{n} \int_{A_{pi}} \overline{u} \cdot \overline{p} dA \qquad (51)$$

Az átlagos energiasűrűség:

$$u = \frac{E_p}{V} \qquad (52)$$

A boltozatra felírt funkcionál:

$$I = u(f(x)) = \frac{E_p(f(x))}{V(f(x))} \qquad (53)$$

4.2.3. Az alakot leíró függvényosztály

Kontinuum anyagmodell esetén kimondhatjuk, hogy a boltozat alakját leíró függvény folytonos. Ezen kívül feltételezhetjük, hogy nemcsak a függvény, hanem annak deriváltjai is folytonosak. Ebben az esetben analitikus függvényt keresünk.

4.2.4. A variációs feladat felírása

A boltozat alakját az az analitikus *f(x)* függvény írja le, amely a következő funkcionál szélső értékét szolgáltatja:

$$I[f(x)] = u(f(x)), \tag{54}$$

azaz, [Kósa, 1973.] amelyre: $\delta I = 0$. (55)

Ez a függvény az alábbi Euler-Lagrange-differenciálegyenletnek a megoldása:

$$\frac{\partial}{\partial f}\big(u(f(x))\big) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial f'}\big(u(f(x))\big) - \frac{\partial^2}{\partial f \partial f'}\big(u(f(x))\big) f'(x) - \frac{\partial^2}{\partial f \partial f'}\big(u(f(x))\big) f''(x) = 0 \tag{56}$$

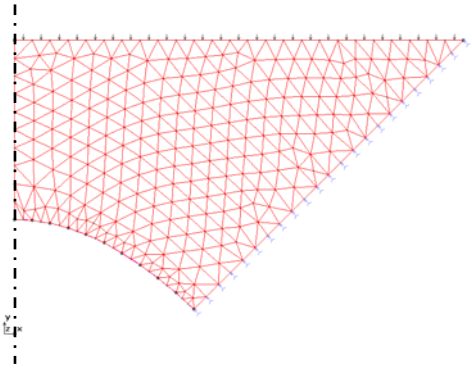
4.2.5. A probléma egy megoldása

A variációs feladat megoldásához szükségünk van az energiasűrűséget leíró függvényre, majd ezt behelyettesítve az Euler-Lagrange-differenciálegyenletbe annak megoldása lesz a boltozat alakját leíró függvény. Az energiasűrűség leírásához fel kell írni, majd meg kell oldani egy többismeretlenes peremérték problémát. Az ebből felírt Euler-Lagrange-differenciálegyenlet pedig várhatóan nem oldható meg analitikusan. Ezért numerikusan kell megoldást keresni úgy, hogy az ismert feltételekkel végeselem-modellt hozunk létre. Majd az ebből kapott diszkrét feszültségmezőt, és összes alakváltozási energiát felhasználva a legegyszerűbb analitikus függvények közül megkeressük azt, amelyik a funkcionál minimumát szolgáltatja.

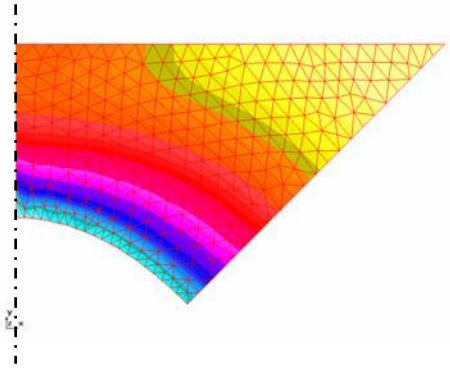
A feszültségmező meghatározása

A feszültségmező meghatározásához a siló kifolyókúpjának geometriáját leíró (Ø100mm, 45°-os félkúpszög) végeselem-modellt készítünk. A modellezéshez a COSMOS/GEOSTAR programot használjuk.

A PLANE2D elemtípus tengelyszimmerikus változatát választottuk, és ehhez lineárisan rugalmas anyagmodellt. A modellen a terhelést az anyag súlya jelenti, a silófalat merevnek modelleztem.



27. ábra. A boltozódó anyaghalmaz végeselem-modellje



28. ábra. Feszültségek az anyaghalmazban

Próbafüggvények előállítása

Olyan függvényeket keresünk, amelyekre teljesülnek a következő feltételek:

- páros függvény,
- az x=0 helyen deriváltja zérus,
- átmegy az általunk megadott két ponton.

A megoldást az analitikus függvények között keressük. Az analitikus függvényeket Taylor-sorral közelíthetjük. Azonban ezek közül csak a párosakat vehetjük figyelembe a boltozat szimmetriája miatt. Vizsgáljuk a legelső figyelembe vehető tagot, a másodfokút. (A negyedfokú tag felírásához több feltételre lenne szükség.) Ezen kívül meg kell vizsgálnunk még a körívet, mint a másik előforduló közelítést (2.2. fejezet). Ezzel és a koszinusz görbével is elvégezzük a behelyettesítést.

Miután eldöntöttük, hogy milyen típusú függvényeket vizsgálunk, meg kell határozni a konkrét függvényeket. A végeselem-modell előállításakor a fél boltozat szélességét tíz egyenlő részre osztottam, így a modellben a függvényeket tizenegy koordinátával írom le.

A boltozat ismert pontjainak koordinátái:

1. $x_1 = 0$, $y_1 = 30$mm,
2. $x_2 = 20$mm, $y_2 = 20$mm.

Körív illesztése

A kör egyenlete:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2, \qquad (57)$$

ahol az ismeretlen x_0, y_0 a kör középpontjának koordinátái, R a kör sugara. Az egyenleteket megoldva x_0=0, y_0=5, R=25 értékeket kaptuk. Így a görbe egyenlete:

$$x^2 + (y - 5)^2 = 25^2 \qquad (58)$$

Koszinusz görbe illesztése

A boltozat alakjára a koszinuszgörbe negyed periódusát illesztve a görbe egyenlete:

$$y = 30\cos(0{,}04205343\mathrm{x}). \qquad (59)$$

Másodfokú görbe illesztése

A parabola egyenlete:

$$y = a\,x^2 + b\,x + c. \qquad (60)$$

Az egyenletrendszert megoldva az eredmények: a=-0,025; b=0; c=30. Így a parabola egyenlete:

$$y = -0{,}025\mathrm{x}^2 + 30. \qquad (61)$$

A közelítő függvény kiválasztása

A funkcionál szélsőértékét keressük. Az integrál értékét numerikus közelítéssel határozzuk meg a következő módon. A teljes testben felhalmozódó alakváltozási energia értékét a végeselem-modell lefuttatásával megkapjuk, az elmozdulásmező ismeretében pedig a külső erők munkája számítható. Ezután a test térfogatát kiszámítjuk. Az egész testre vonatkozó átlagos energiasűrűséget a teljes potenciális energia és a térfogat hányadosa adja.

Az egyes függvényekhez tartozó térfogatok:

$$V_{kör} = \frac{100^2\pi}{4}\cdot\frac{50}{3}+\frac{40^2\pi}{4}\cdot 20\cdot\frac{2}{3}-\int_0^{20}(5+\sqrt{25^2-x^2})\cdot 2\pi x dx =$$

115715mm^3. (62)

$$V_{\cos} = \frac{100^2\pi}{4}\cdot\frac{50}{3}+\frac{40^2\pi}{4}\cdot 20\cdot\frac{2}{3}-\int_0^{20}(30\cos(0{,}04205343\mathrm{x}))\cdot 2\pi x dx =$$

115927mm^3. (63)

$$V_{par} = \frac{100^2\pi}{4}\cdot\frac{50}{3}+\frac{40^2\pi}{4}\cdot 20\cdot\frac{2}{3}-\int_0^{20}(30-0{,}025x^2)\cdot 2\pi x dx =$$

116239mm^3. (64)

Az egyes függvényekhez tartozó funkcionálok értékei:

Körív: $I_{kör}$ = 1,4425.

Koszinusz görbe: I_{cos} = 1,4213.

Másodfokú parabola: I_{par} = 1,4216.

Az egyes görbékhez tartozó funkcionálok értékeit összehasonlítva kiderül, hogy a funkcionál minimumát a parabola alak mellett veszi fel. Ez várható is volt, miután a boltozat alakjáról feltételeztük, hogy analitikus. Mivel bármely analitikus függvény esetében a Taylor-sor első tagja (az adott feltételek mellett) parabola, így az alak leírásakor a másodfokú függvény maximális hibája mindössze a magasabb fokú tagok összege. Ha megvizsgáljuk a másik két függvényt, akkor láthatjuk, hogy az azokhoz tartozó funkcionálok értékei igen kis mértékben térnek el a minimális értéktől. A kis eltérés annak köszönhető, hogy a függvény közelében lévő eltérések mellett az ettől távolabb eső, a kúpban lévő többi anyagmennyiség hasonlóan viselkedik, mivel a peremfeltételek azonosak (Saint-Venant-elv). Ezen kívül a kis magasság és rövid ív miatt sem jelentős a függvények közti különbség. Ennél hosszabb és magasabb ív (sík fenék) esetén a különbségek nagyobbak lesznek. A szakirodalomban található körív alakú közelítés létjogosultságát éppen az adja, hogy csak rövid és alacsony ívek leírásánál használják, ahol ez nem jelent olyan nagy hibát. Azonban a boltozat közvetlen közelében az eltérések nagyok hiszen az egész anyaghalmazra

átlagolva is látható különbségek adódtak. A boltozat alakját a vizsgált függvények közül a másodfokú parabolával tudjuk legjobban közelíteni. Ezt a 4.1. fejezetben bemutatott kísérleti eredmények is alátámasztják. Ezért a későbbiekben parabola függvényt fogok alkalmazni a boltozat ívének leírására.

5. KIFOLYÁSI TÖMEGÁRAM MEGHATÁROZÁSA

1. Elméleti összefüggés tölcséres kifolyás esetén

5.1.1. Instabil boltozódás

A kifolyási tömegáram számítására alkalmas összefüggésem alapja az instabil boltozatok folyamatos kialakulása és összeomlása. Feltételezésem szerint a halmaz áramlásának „szűk keresztmetszetét" a boltozat határfelülete jelenti. A felsőbb rétegek nagyobb keresztmetszete nagyobb átfolyást tenne lehetővé, de az instabil boltozódás miatt megakad az anyagáram (sebessége zérus), amely csak a boltozatok összetörése után hullik ki a kifolyónyíláson, szabadeséssel [Oldal: 2004.]. Így a kifolyónyíláson kiáramló anyag sebességét szabadesésként lehet számítani.

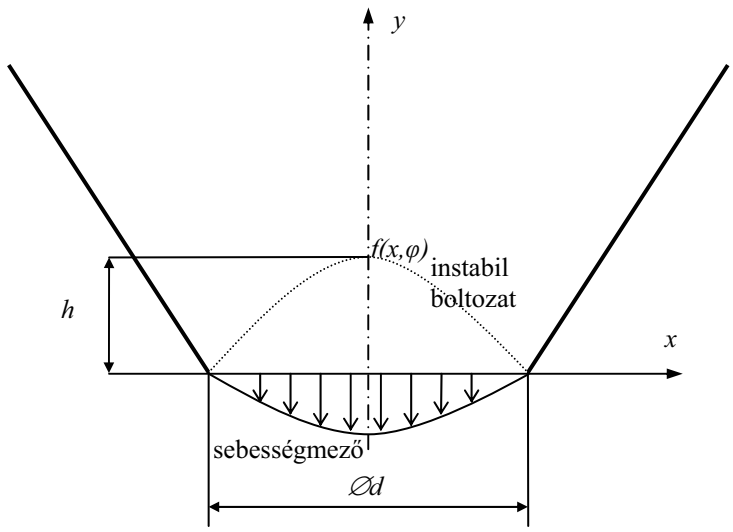
5.1.2. Kifolyási sebesség

Az 3.4. fejezetben leírtak szerint a kifolyáskor időben (ezzel együtt az anyagmagasság függvényében) állandó a sebesség. Az előző megállapítás (szabadesés) és a leíró függvény ismeretében az állandó sebesség értéke számítható.

A sebességet a boltozat magassága és alakja határozza meg, valamint a boltozat felületénél a sebesség (kezdősebesség). Tölcséres kifolyásnál az 3.3. szerint a peremen a sebesség zérus. Így a kifolyónyílásnál a sebességeloszlást ki lehet számítani zérus kezdősebességű szabadesésként.

Ekkor a kihullás az általam instabil boltozatnak nevezett törési határgörbétől (határfelület) indul, amelyet az *f(x)* függvény ír le (29. ábra). A számítást legcélszerűbb polárkoordináta-rendszerben végezni. A határfelületet a boltozatalak meghatározásánál leírtak (4. fejezet) alapján egy forgási paraboloidként írjuk le:

$$f(x,\varphi) = h\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right) \qquad (65)$$



29. ábra. Kifolyónyílás és környezete

Szabadeséskor a kifolyónyílásnál a legnagyobb sebesség:

$$v = \sqrt{2gh}\,. \tag{66}$$

Esetünkben a magasság, így a sebesség is helyfüggő (x,y,φ polárkoordináta-rendszerben):

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g \cdot f(x,\varphi)} \tag{67}$$

Helyettesítve a felület függvényét:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g \cdot h\left(1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)} \tag{68}$$

Az instabil boltozat maximális magassága közvetlenül nem mérhető, de bevezetünk egy δ boltozati alaktényezőt, amely a halmaz anyagjellemzőinek függvénye. A $\delta = h/d$, azaz a boltozat magasságának és szélességének aránya. Ezt helyettesítve, és rendezve:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)} \qquad (69)$$

Ez a számítási mód az eddigiekhez képest a sebességeloszlást is leírja, nem csak az átlagértéket [Oldal: 2005.]. Természetesen az átlagsebesség is kiszámítható, a további számításokhoz erre szükségünk is van:

$$v = \frac{\int_0^{\frac{d}{2}}\int_0^{2\pi}\sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}x\,d\varphi\,dx}{\frac{d^2\pi}{4}} = \frac{2}{3}\sqrt{2g\delta d} \qquad (70)$$

5.1.3. Térfogatáram

A sebesség ismeretében a térfogatáram értéke meghatározható. Johanson és Beverloo módszerével számítva azt kapjuk, hogy a térfogatáram anyagtól független, mivel az összefüggésekben egyetlen anyagjellemzőként a halmazsűrűség szerepel. Az ilyen módon kapott eredmények pedig azt a feltevést tartalmazzák, hogy a különböző anyagokra számított tömegáramok csak a sűrűségek arányában különböznek egymástól. Méréseink (5.2.7.) nem igazolják ezt, a különböző anyagok esetén nemcsak a tömegáram, hanem a térfogatáram értékek is különböztek. Az átlagsebesség felhasználásával az általam számított térfogatáram:

$$Q = v \cdot A = \frac{2}{3}\sqrt{2g\delta d}\cdot\frac{d^2\pi}{4} \qquad (71)$$

A kifolyónyílás mérete és az a keresztmetszet, amelyen az anyag valóban kifolyik, nem ugyanakkora. Azt feltételezem, hogy azok a szemcsék hullanak ki, amelyeknek több, mint fele a nyílás fölött van. Így a sugarat a szemcseméret felével, az átmérőt a szemcseméretel csökkentem hasonlóan Beverloo módszerével. Ekkor:

$$Q = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}} \qquad (72)$$

Az összefüggésből kiderül, hogy a különböző anyagokra számított térfogatáram a δ négyzetgyökével arányos. Az eddigi módszerek ezt az anyagok közti különbséget nem vették figyelembe. A különböző szemesterméneyk esetében ezt a hibát az 5.2. fejezetben hasonlítom össze.

5.1.4. Tömegáram

A silók méretezésekor a tömegáram az a technológiai paraméter, amelynek tervezhetőségére szükség van. Ez a térfogatáram és a halmazsűrűség ismeretében kiszámítható.

A halmaz sűrűsége a kifolyás során változik. Ezt, a mozgó anyaghalmazban mérni nem tudjuk. Feltételezhetjük, hogy hatással van rá a kifolyási sebesség, ezen keresztül pedig a boltozat magassága befolyásolja.

$$\rho = \rho(v) = \rho(h) = \rho(\delta) \qquad (73)$$

Mivel a térfogatáram számítási összefüggésében is szerepel a δ, így a sűrűségváltozást egy konstansként vehetem figyelembe. Ezt külön mérni nem tudjuk, így külön konstansként nem szerepeltetem. A δ arányossági tényező **magában foglalja a sűrűségváltozást** is, hiszen ennek értékét is kifolyási méréssel határozzuk meg, ezért a két konstanst nem választom külön. A modellben ezután a klasszikus értelemben vett, tömörítetlen halmaz halmazsűrűségét alkalmazom.

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot\rho\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}} \qquad (74)$$

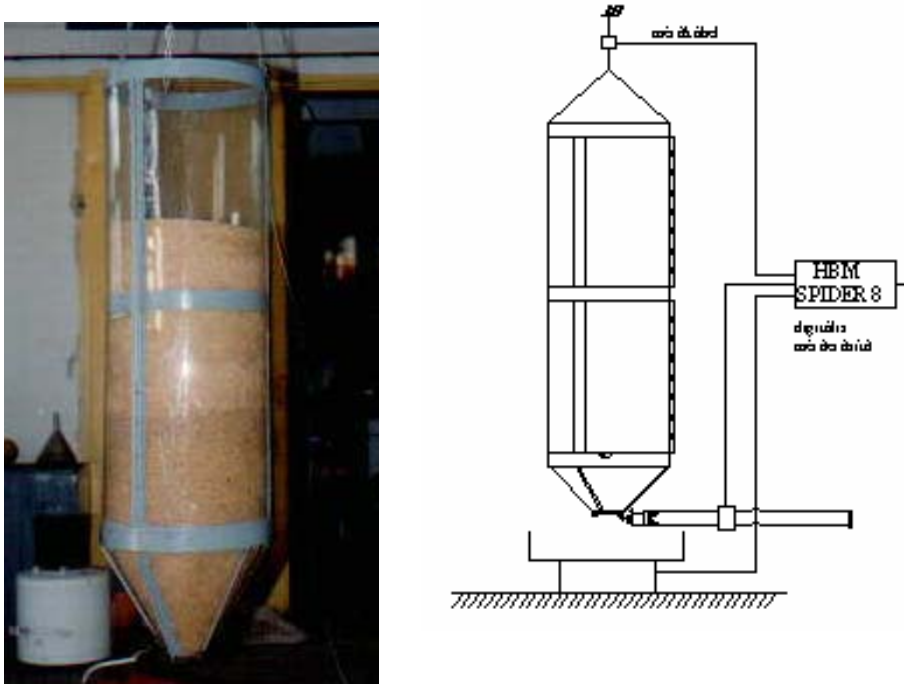
Az összefüggés tölcséres kifolyás esetén minden esetben jól használható. Térfogati kifolyásnál azonban nem teljesül az a feltétel, hogy a kifolyónyílás peremén nem mozog a halmaz, így az instabil boltozódás nem úgy jön létre, mint a térfogati áramlás esetén. Ezt az esetet külön vizsgálom az 5.3-as fejezetben.

2. Számítási és mérési eredmények összehasonlítása

A modellemben szereplő δ tényező kalibrálását a különböző anyagokra kifolyási mérésekkel végzem el. Ezután a modell viselkedését a különböző paraméterek függvényében egy kisebb, több mérés elvégzésére alkalmas silón vizsgálom, összehasonlítva a Johanson és Beverloo modelljével.

5.2.1. Mérések a nagy modellsilón

A méréseket egy már rendelkezésre álló silón kezdtem el.



30. ábra. Silómodell

A kísérletek elvégzéséhez a 30. ábrán látható mérő és kiértékelő berendezéssel felszerelt silómodellt használtuk. Ezt a berendezést az OTKA TO25365 [Szüle: 2001.] keretében dolgozták ki a Mechanikai és Géptani Intézet kísérleti laboratóriumában. Az 1250 mm magas és 440 mm átmérőjű átlátszó műanyag henger 0,18 m^3 térfogatú, melyhez az alsó végén egy cserélhető kúpos toldat csatlakozik. Három kúpot készítettünk egységesen 100 mm átmérőjű kifolyónyílással, valamint egy toldattal, amellyel a kifolyónyílások átmérője 50 mm-re változtatható. A kúpokra jellemző félkúpszög α=30°, 45°, 60°. A kísérletek során a silóban lévő, és a mérőedénybe kifolyt anyag tömegét mértük az idő függvényében, és számítógépen rögzítettük.

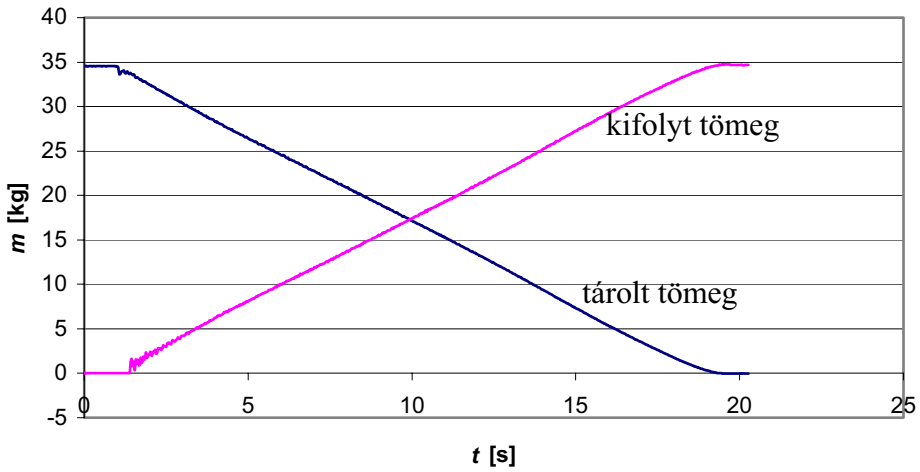
A mérőberendezés kialakítása lehetővé tette a kifolyás megfigyelését. A különböző kúposságú garatokban a vizsgált anyagok kifolyási módja különböző volt (lásd 1.2.3 fejezet).

A mérések során a mintavételi frekvencia 50 Hz volt. A méréseket háromszoros ismétléssel hajtottuk végre.

A kifolyási jelenség értékelése egyrészt vizuális módszerrel történt. Elsőként a kifolyás módját állapítottuk meg. Ezt az átlátszó tartályfalon keresztül figyeltük meg. Amikor a kifolyás során az egész anyagréteg együtt mozgott a fal mentén és a siló tengelyében egyaránt, térfogati, ha a falnál nem mozgott, tölcséres kifolyást állapítottunk meg.

A tömegmérési eredmények értékelésekor első lépésként minden mérési adatsorból, ami összetartozó tömeg és időpont értékeket tartalmaz, meghatároztam egy átlagos tömegáramot. Ezek a tömegáram-adatok szolgáltak alapul a későbbi kiértékelésnél.

A 31. ábrán egy kifolyási mérés összetartozó tömeg-idő értékpárjait láthatjuk. A csökkenő görbe a silóban, az emelkedő görbe a mérőedényben levő anyag tömege az idő függvényében. A két görbe közti időbeli eltolódás annak a következménye, hogy a silóból kifolyó anyag a mérőedénybe érkezés előtt szabadon esik. A kifolyás kezdetekor a siló nyílásától a mérőedénybe érésig eltelt idő, így az eltolódás nagyobb. A végén az eltérés kisebb, mert a mérőedényben emelkedik a halmaz magassága, a szemcséknek kisebb utat kell szabadeséssel megtenniük, így kisebb a szabadesés időtartama.



31. ábra. Tömeg-idő diagram

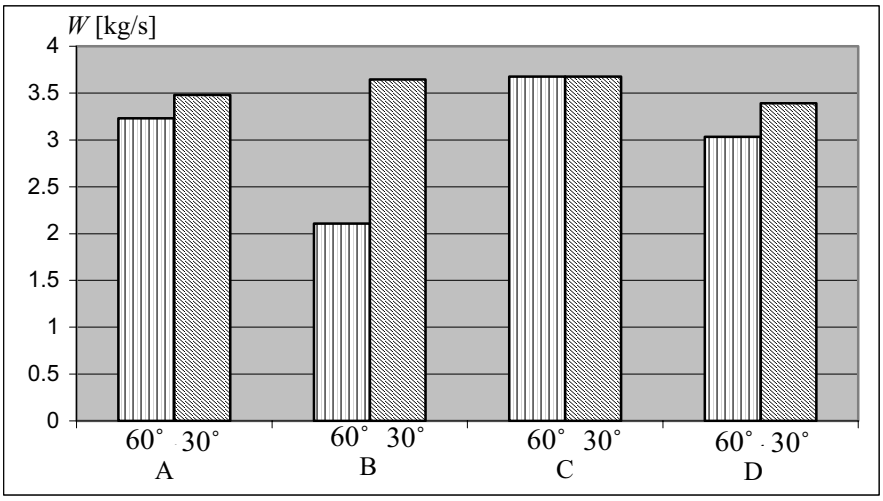
5.2.2. δ mérése

Az 1. táblázatban a tömegáram adatokból számított boltozati alaktényezőket láthatjuk. A 60°-os félkúpszög esetén mért adatok a mérvadóak, ugyanis ezek a tölcséres áramlásra – ahol modellem elméletem szerint jól működik – jellemző értékek.

A 34. és 35. ábrán a búza mérési adatait hasonlítottam össze a három modell eredményeivel. 100 és 50 mm-es kifolyási átmérőnél is jó közelítést ad a modellem a 100 mm átmérőhöz kalibrált δ érték mellett. Ezek az adatok bővebb elemzésre sajnos nem alkalmasak. Több mérési pont felvétele a siló mérete miatt csak jelentős anyagi és munka ráfordítással lett volna lehetséges. Ezért a meglévő tapasztalatok birtokában egy kisebb, egyszerűbb, könnyen kezelhető silót terveztem meg.

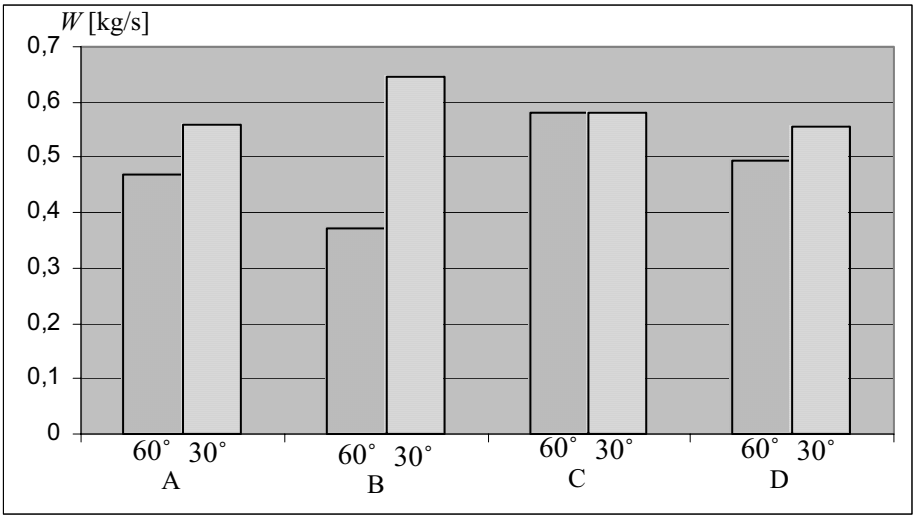
1. táblázat Alaktényezők különböző anyagokra

Anyag	Búza		Kukorica		Zab		PE-LD	
Félkúpszög	60°	30°	60°	30°	60°	30°	60°	30°
δ	**0,4**	0,5	**0,3**	0,55	**0,3**	0,55	**0,3**	0,35



34. ábra. Tömegáram értékek 100 mm-es kifolyónyílás esetében (60˚ és 30˚-os félkúpszög, búza)

A Mért értékek
B Johanson modellje
C Beverloo modellje
D Saját modellem

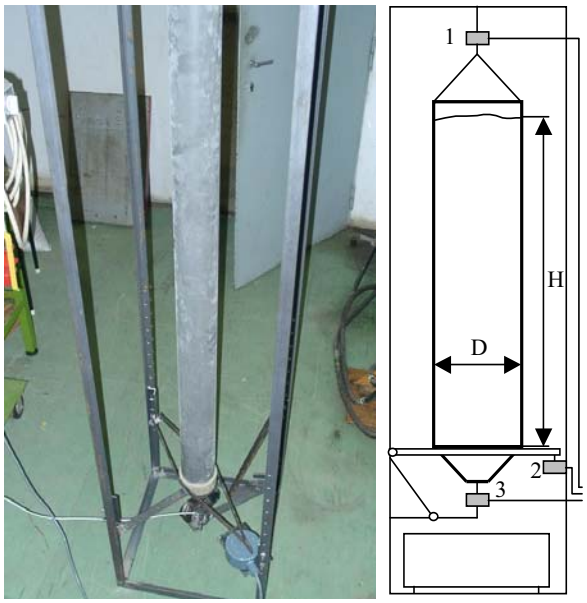


35. ábra. Tömegáram értékek 50 mm-es kifolyónyílás esetében
(60˚ és 30˚-os félkúpszög, búza)

A Mért értékek
B Johanson modellje
C Beverloo modellje
D Saját modellem

5.2.3. A kisebb silómodell

A második silómodellt úgy terveztem meg, hogy a kifolyónyílás átmérője és a garat kúpszöge széles skálán változtatható legyen, kis költség mellett. A siló átmérőjét csökkentettem, így könnyebben kezelhető és egy-egy mérés gyorsabban, elvégezhető. A siló átmérője 100 mm, magassága 1500 mm. A vizsgálatokat az OTKA 35022 [Csizmadia: 2004.] kutatási téma keretében végeztük. A kifolyókúp cserélhető, és a kis méret miatt a cserekúpok is könnyen elkészíthetőek. Három erőmérőt építettem be, amelyekkel a silóra (1), kúpra (2) és a záróelemre (3) ható erőket lehet mérni. A kifolyásnál értelemszerűen csak az első kettőt használjuk. Ezen kívül a mérőrendszer megegyezik az első silónál alkalmazott berendezéssel.

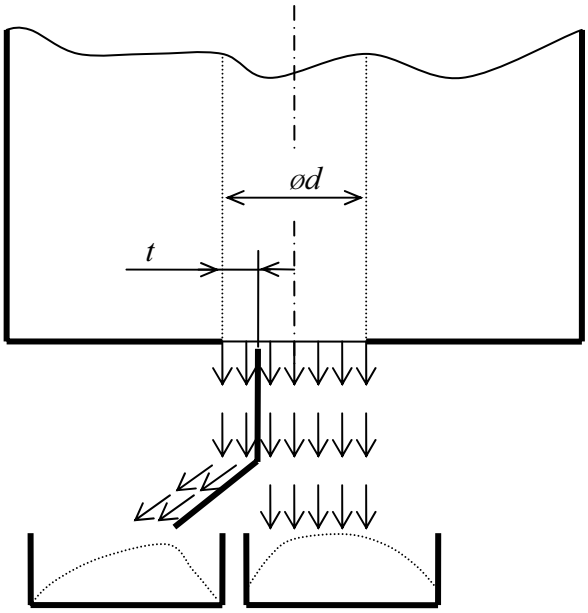


36. ábra. Modellsiló

A kísérletek célja a modellem pontosságának vizsgálata volt, változó silógeometria esetén. Ennek érdekében két fő kifolyási kísérletsorozatot végeztem el. Elsőként a kifolyónyílás mérete és a kifolyási tömegáram közti függvénykapcsolatot vizsgáltam, majd a kifolyókúp szögének hatását vizsgáltam.

Sebességeloszlás mérése

Modellem az eddigi modellekkel ellentétben a kifolyónyílásnál nem állandó sebességet mutat. Ennek ellenőrzésére a kifolyónyílásnál lévő sebességeloszlás mérését végeztem el. A mérés elve, hogy a kifolyó anyagáramot terelőlemez segítségével, előre meghatározott résmérettel kettéosztom, és ezek tömegáramából számítom ki az egyes felületeken átáramló anyag sebességét. (37. ábra)



37. ábra. Sebességeloszlás mérése

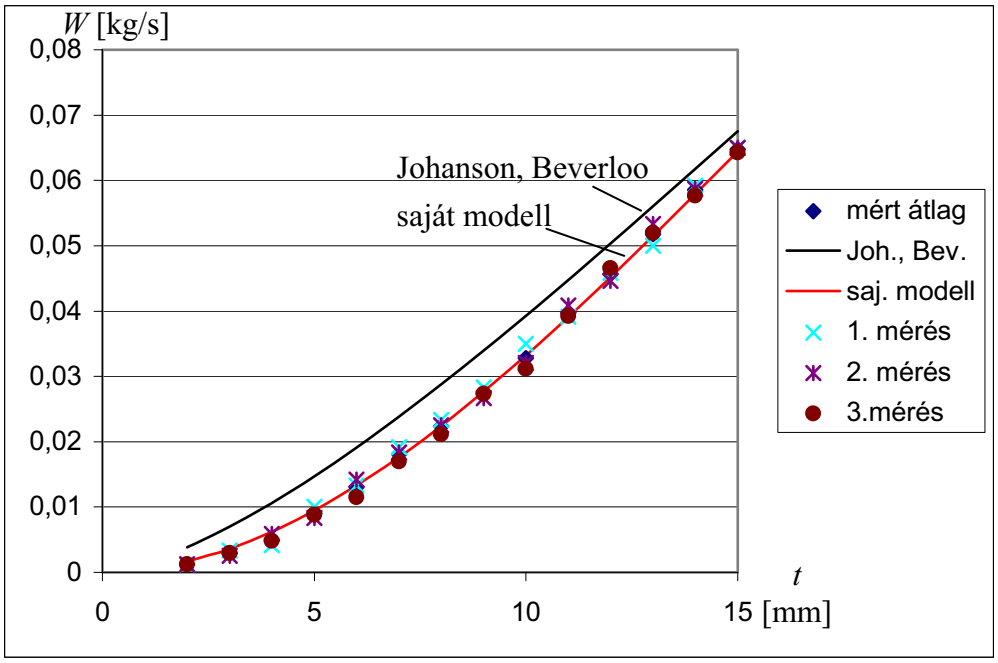
A mérések eredménye a t résméret függvényében változó tömeg és a kifolyásához szükséges idő. Ezekből elsőként a kifolyási tömegáram eloszlását lehet meghatározni. Ezt összehasonlítom a különböző módszerekkel számított értékekkel. A Johanson és Beverloo által feltételezett állandó sebesség esetén a tömegáram eloszlása egyszerűen az adott résmérethez tartozó körszelet területével arányos. Modellem szerint pedig a (69)-es összefüggés szerint a kifolyási sebességből a következőképpen számítható [Oldal: 2007.]:

$$W = \rho \int_{-\varphi}^{\varphi} \int_{\frac{R\cos(\varphi)}{\cos(\alpha)}}^{R} \sqrt{2g\delta d} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)} x dx d\alpha \qquad (75)$$

ahol φ a t résméret esetén a nyíláshoz tartozó középponti szög fele:

$$\varphi = \arccos\left(1 - \frac{t}{R}\right) \qquad (76)$$

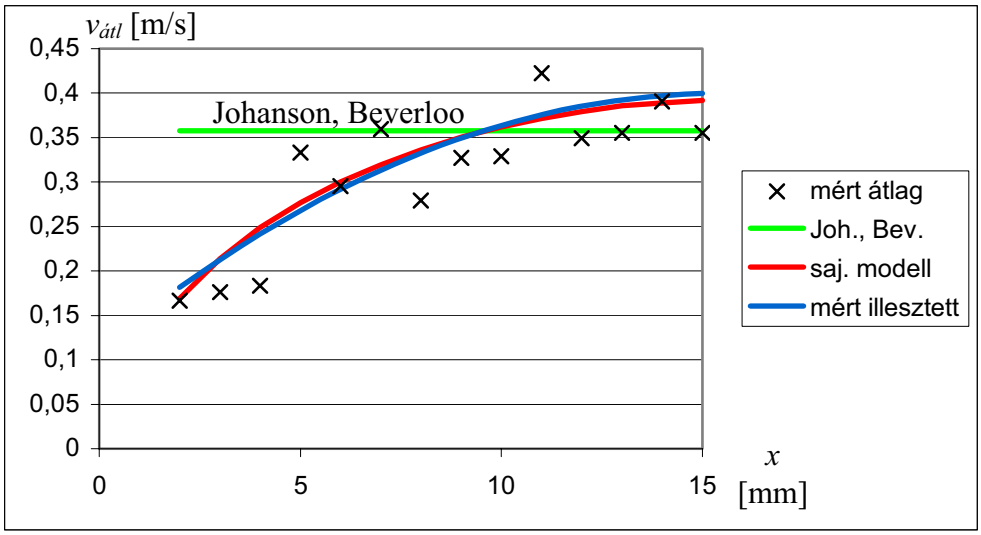
Az adott résmérethez tartozó kifolyási tömegáramok mért és számított értékeit a 38. ábrán mutatom be.



38. ábra. Tömegáram a résméret függvényben

A kifolyónyílás átmérője 31 mm volt, a résméretet 2 mm-től 1 mm-ként növeltem 15 mm-ig. A mért anyag mák volt. A méréssorozatot háromszoros ismétléssel végeztem el. A 38. ábrán jól látszik, hogy a kifolyási tömegáram mért eloszlása az én modellemmel mutat egyezést. Ebből arra következtettem, hogy a sebességeloszlást a modellem az eddigieknél jobban közelíti. A közvetlen összehasonlítás érdekében az adatokból meghatároztam a kifolyónyílásnál 1 mm széles körszeletekhez tartozó kifolyási sebességeket, amelyek 39. ábrán láthatóak.

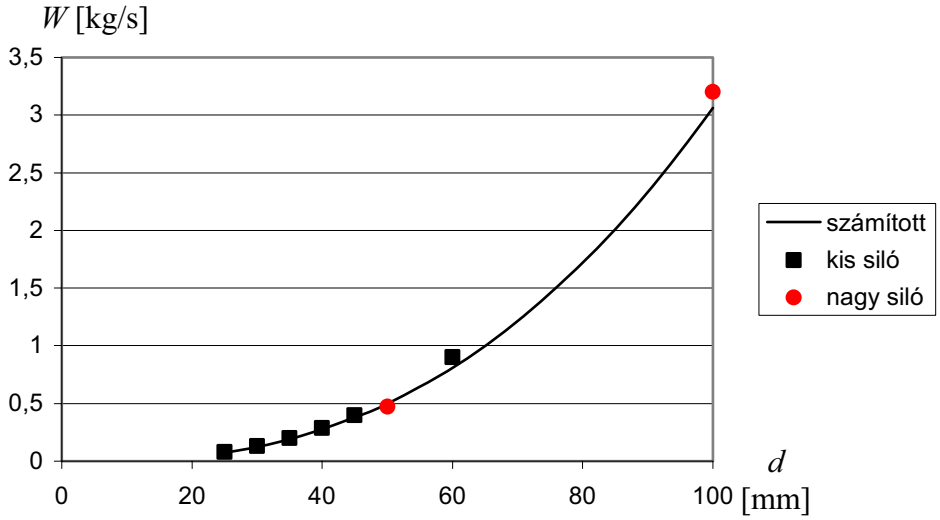
A mérések eredményeként kapott pontok által meghatározott függvényt nem ismerjük. Ezért Taylor-sort illesztettem a pontokra a harmadfokú tagig elvégezve a közelítést. A szimmetria miatt a harmadfokú tag kiesett. Az illesztett görbe az ábrán kék színű. A Johanson és Beverloo által feltételezett állandó sebességet a vízszintes szaggatott vonal mutatja, a modellem alapján számított értékeket piros görbén ábrázoltam. Az eredmények vizsgálata után megállapítható, hogy a modellem a mérésekkel jó egyezést mutat. Ez egyben azt is jelenti, hogy az eddigi modelleknél alkalmazott feltételezésekkel ellentétben a kifolyási sebesség nem állandó.



39. ábra. Sebességeloszlás a kifolyónyílás sugara mentén

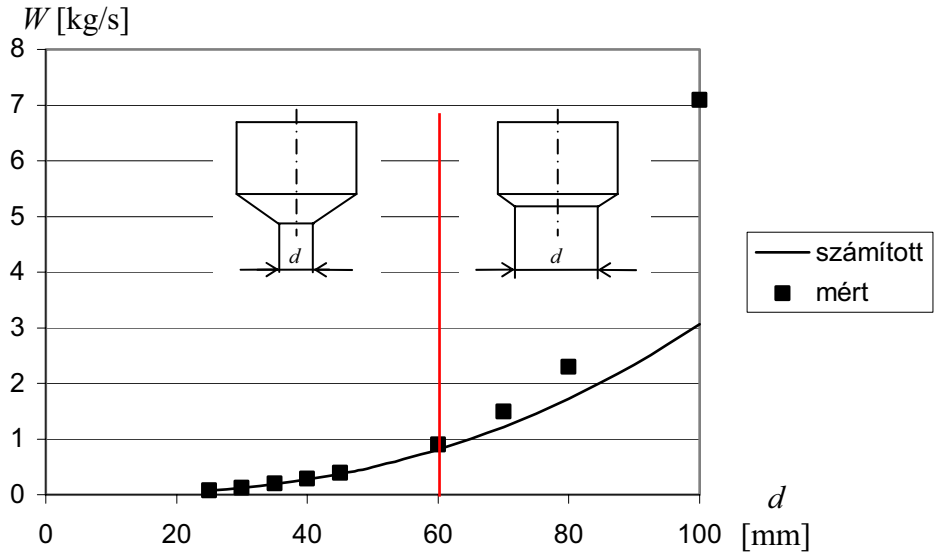
Kifolyónyílás átmérőjének hatása

A kísérleteket 25, 30, 35, 40, 45, 60, 70, 80, 90, 100 mm-es átmérőjű kifolyónyílással, búzával végeztük el háromszoros ismétléssel. A kifolyókúp félkúpszöge 45˚ volt. A mérések eredményeit a melléklet 2. táblázatban foglaltam össze. A 40. ábrán egy közös diagramban láthatjuk a mért és a modellem segítségével számított eredményeket.



40. ábra. Mért és számított tömegáram értékek

A számítási **modellem** a – siló átmérőjéhez képest – kis átmérőknél **jól közelíti** a **mért értékeket**. Ezután a kifolyónyílás méretét tovább növeltem. A 41. ábrán látható ahogy a nyílás mérete megközelíti a silóméretet, a mért tömegáramok egyre jobban eltérnek attól. A 100 mm-es nyílásnál már kétszeres az eltérés. A 440 mm átmérőjű siló esetében a modell 100 mm-es nyílásméretnél is jó eredmény ad, amint a 40. ábrán látható. Ennek oka, hogy ha a nyílás nagysága közelít a silóátmérőhöz, akkor a modell alapját képező boltozati hatás már nem lép föl. Véleményem szerint ez Keppler [2006.] azon esete, amikor az anyagban ébredő feszültségek miatt már nem alakul ki boltozat, ott ennek határairól nem esik szó. Ezzel a méréssorozattal az instabil boltozatok létrejöttének, ezzel együtt modellem érvényességnek határát mértem meg. **A modell pedig a silóátmérő 60%-ának megfelelő méretű kifolyónyílásig jó eredményt ad**. A gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából nem jelent korlátot, mert valóságos silóknál nem fordul elő az átmérőhöz képest ilyen nagy méretű kifolyónyílás. A kifolyónyílás legkisebb mérete a mérések során a szem átmérőjének tízszerese. Az átmérőt Beverloo, Johanson és az én modellem is azonos módon kezeli, így annak helyessége várható volt. A kúpszög vizsgálata a modellezés szempontjából lényegesebb, mivel azt mindhárom modell különbözőképpen kezeli. A következő mérési sorozat a kúpszög vizsgálatára vonatkozik.



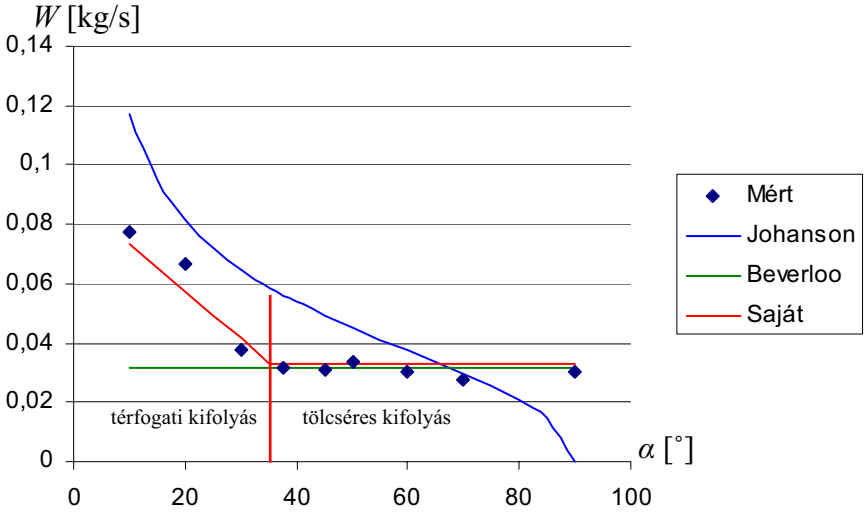
41. ábra Mért és számított tömegáram értékek

A garat kúpszögének vizsgálata

A garat hajlásszögének vizsgálatához 10, 20, 30, 37,5, 45, 90˚-os (síkfenék) félkúpszögű kifolyókúpokat használtam. A kifolyási átmérő 20 mm volt. A mérés eredményeit a 2. táblázatban és a 42. ábrán foglaltam össze.

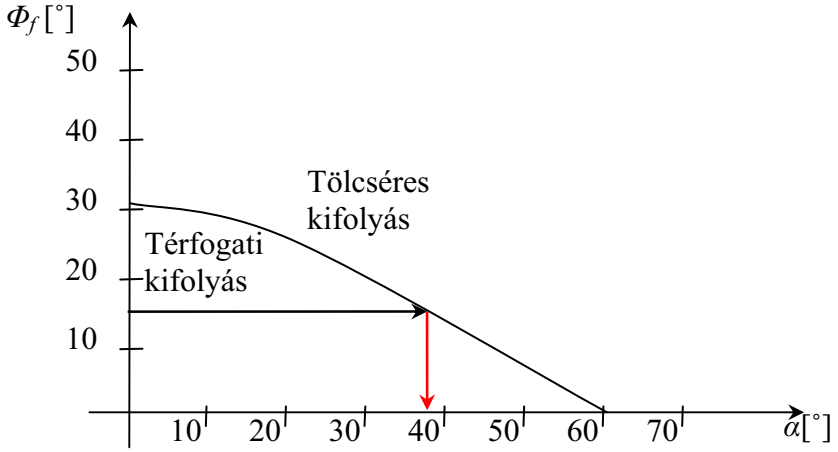
2. táblázat

Félkúpszög [°]	*W* [kg/s]	δ
10	0.077	1,96
20	0.067	1,2
30	0.038	0,62
37.5	0.031	0,4
45	0.031	0,4
90	0.03	0,4



42. ábra. Mért és számított tömegáramok (búza)

Látható, hogy a 37,5˚-nál laposabb kifolyókúp esetén közel állandó a tömegáram, meredekebb kifolyókúp esetén növekszik. A 43. ábrán láthatjuk, hogy a kifolyási mód megváltozása ugyanennél a kúpszögnél következik be. Oka, hogy térfogati áramlás esetén a kúpszöggel együtt



43. ábra. Kifolyási mód változása a kúpszög függvényében (búza)

változnak a kifolyónyílás környezetében a peremfeltételek. A tölcséres kifolyás esetén a feltételek állandóak, ekkor a kúpszög változásától függetlenül a kifolyás egy állandó kúpszögű anyaghalmazon csúszik le.

Modellem érvényességi határát tapasztalati úton ki lehet terjeszteni a térfogati kifolyásra, ha δ értékét a kúpszög függvényében veszem föl (2. táblázat).

3. Alkalmazhatósági határok

A kifolyási modellem azokra az anyagokra igaz, amelyeknek nincs, vagy elhanyagolható kohéziója van. A méréseket szemesterményeken és műanyag granulátumon végeztem el, amelyek ezt a feltételt teljesítik.

A kifolyónyílás átmérőjének széles skálán történő változása esetén is érvényesek a modellek, egészen a silóátmérő 60%-áig, gyakorlatban tehát minden esetben, ennél nagyobb kifolyónyílásnál nem silóról, hanem csőről beszélünk. Kétféle silón végeztem méréseket, és az eredmények az adott feltételekkel mindkettőn érvényesek voltak. Ezért feltételezem, hogy az eredmények valóságos silóméretek esetében is változatlan formában érvényesek.

A kifolyónyílás legkisebb mérete a mérések során a szem átmérőjének hétszerese volt.

$$7d_p \leq d \leq 0{,}6D \qquad (77)$$

Johanson és Beverloo módszere a kifolyási térfogatáramot állandónak tekinti, és csak a halmazsűrűséggel szorozva számítja tömegáramot. Ez a méréseinkben szereplő anyagok esetében 10% eltérést okozhat (34., 35. ábra). Azonban modellem ezt a hibát nem tartalmazza, az eltérést a különböző anyagokra mért δ foglalja magában (1. táblázat).

A különböző tömegáram-számítási módok alkalmazhatósági határait leginkább a garat kúpossága befolyásolja. Ebből a szempontból **modellem** a Beverloo modellhez hasonlít, mivel a **tölcséres kifolyás esetében** használható. Alkalmazhatósági határaik a tölcséres és térfogati kifolyás közötti határokkal egyeznek meg, és a teljes tölcséres tartományra érvényesek. A Johnson modell alkalmazhatósága ennél szűkebb, nem az egész térfogati tartományra érvényes. Modellem érvényességi tartománya **kiterjeszthető** a **térfogati áramlásra**, ha a δ paramétert a garat félkúpszögének függvényében választjuk ki a 2. táblázat szerint. Ekkor δ elveszti fizikai tartalmát, a **modell paraméter**évé válik.

Ezt alkalmazva modellemre, az a térfogati tartományon is érvényes lesz, és a Johanson modellnél pontosabb számítást tesz lehetővé. (41. ábra)

Johanson modellje

- elméleti modell,
- térfogati áramlás esetén teljesülnek a peremfeltételek,
- a térfogati áramlás esetén is csak szűk tartományban használható,
- anyagtól függetlennek tekinti a kifolyási sebességet,
- peremeken nagyon nagy hibát tartalmaz.

Beverloo modellje

- tapasztalati modell,
- tölcséres áramlás esetére alkották,
- tölcséres áramlás esetén kis hibával jól használható,
- a hibát az okozza, hogy anyagtól függetlennek tekinti a kifolyási sebességet.

Saját modellem

- elméleti modell,
- tölcséres áramlás esetén teljesülnek a peremfeltételek,
- a tölcséres áramlás esetén teljes tartományban jól használható,
- a kifolyási sebesség esetén figyelembe veszi az anyag tulajdonságait,
- peremeken kis hibát tartalmaz
- kiterjeszthető a térfogati tartományra.

6. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

1. tézis: Szemcsés halmazok silóból való kifolyása nem más, mint instabil boltozatok keletkezésének és összeomlásának sorozata

Ha egy szemcsés halmaz „aljában” egy rést nyitunk, e fölött *mindig* boltozat alakul ki. Ez a boltozat – a peremfeltételeknek megfelelő módon – lehet stabil, ekkor az anyag nem folyik ki, és lehet instabil, ekkor kifolyik.

Feltételezésem szerint a szemcsés anyag áramlásakor ezek az instabil boltozatok korlátozzák a kifolyt anyag mennyiségét. Ennek a hipotézisnek az igazolását részben kísérleti úton bizonyítottam (fotó), részben az ezen feltételezésekkel kapott, tömegáramra vonatkozó számítások eredményei a kísérleti eredményekkel jó egyezést mutatnak (lásd 4. tézis). A kifolyás sebességét, térfogat- és tömegáramot a boltozatok összeomlásakor kihulló anyagmennyiségből számíthatjuk. Ez tölcséres és térfogati kifolyás esetén is igaz.

a. ***A kifolyási tömegáram anyagmagasságtól való függetlensége az első tézissel elméletileg igazolható***

Szemcsés anyagok tartályból (silóból) való kifolyásakor az időegység alatt kiáramlott anyag mennyisége nem függ a kifolyónyílás fölötti anyaghalmaz magasságától (a siló töltöttségi fokától). Így kezeli az összes eddigi kifolyási modell is, de magyarázatot nem ad rá. Az általam feltételezett instabil boltozatok magyarázzák az állandóságot.

A silóban kialakuló feszültségi viszonyok a halmazmagasság függvényében változnak. A halmaz szabad felületén azonban a peremfeltételek állandóak: állandó zérus értékű a nyomás. Ugyanígy zérus értékű a nyomás nyitott kifolyónyílás esetén a nyílás fölött a boltozat határán. A peremfeltételek állandósága miatt a silóban lévő változó feszültségviszonyok a szabad peremeken, így a kifolyónyílás fölött is, állandó értékekről indulnak. Ilyen peremfeltételek esetén a boltozatok egyéb tulajdonságai sem változnak, így az ebből származó kifolyási tömegáram sem.

2. tézis: A boltozatok alakja másodfokú függvénnyel közelíthető

A kifolyási tömegáram számításához a boltozódást feltételezve szükség van a boltozat alakjának ismeretére, ezt másodfokú forgási paraboloiddal közelítettem. Új a függvény variációs úton történő előállítása. A Lagrange-féle variációs elv szerint az anyagban fölhalmozódó teljes potenciális energia valóságos deformációk esetén lesz minimális.

Ehhez hasonlóan a teljes potenciális energia sűrűségét írtam föl funkcionálként, a változó azonban a boltozat alakfüggvénye volt. Próbafüggvények felvétele után végeselem-módszerrel határoztam meg az egyes boltozatalakokhoz tartozó funkcionálok értékeit. A vizsgált függvények közül a másodfokú függvény esetén volt az energia minimális. A boltozat alakját így másodfokú függvénnyel írtam le. Bevezettem egy alakra jellemző állandót, a boltozat magasságának és átmérőjének arányát, amit δ-val jelöltem. Ezzel és az átmérővel egyértelműen leírható a boltozat alakja.

3. tézis: A keresztmetszet mentén a kifolyási sebességeloszlás nem állandó, a következő függvény írja le:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}$$

Ahol:

- x: a kifolyónyílás középpontjától mért távolság (sugár),
- d: kifolyónyílás átmérője,
- g: nehézségi gyorsulás,
- δ: boltozat alaktényezője.

Tölcséres kifolyás esetén a kifolyónyílásnál az anyaghalmaz sebessége a boltozat felületétől szabadeséssel megtett útból számítható. A sebességeloszlást a boltozat alakjából nyerjük.

4. tézis: A siló kifolyási tömegáramát a következő összefüggéssel lehet számítani:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot\rho\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}}$$

Érvényességi határai:

$$7d_p \le d \le 0{,}6D$$

Ahol:

- d: kifolyónyílás átmérője,
- g: nehézségi gyorsulás,
- ρ: halmazsűrűség,
- d_p: szemcseátmérő,
- δ: boltozat alaktényezője
- D: a siló átmérője.

A silók egyik technológiai paramétere a kifolyási tömegáram. Elsőként a sebességeloszlást integrálva a kifolyónyílás felületén, megkapjuk a kifolyási térfogatáram értékét. Beverloo és Johanson számítási módszere a térfogatáram értékének számításakor nem veszi figyelembe a szemcsés anyagok különbözőségét. Az elméletemből levezetett összefüggésben szereplő δ, mint anyagjellemző ezt az eltérést figyelembe veszi, így jobb közelítést ad különböző anyagok esetében.

Az összefüggés hasonló az eddigiekhez: domináns hatása a kifolyónyílás átmérőjének van, és az ugyanazon a 2,5-ik hatványon van. Ezen kívül a halmazsűrűség is az első hatványon szerepel. A legfőbb különbség a konstans szorzóban van. A Johanson-féle számítási módszerben szerepel a kifolyókúp átmérője is. Azonban csak nagyon szűk tartományon közelít a valóságos értékhez, és a szélső esetekben nagymértékű hibát tartalmaz. Beverloo módszere empirikus alapokon nyugszik, így a konstansok értékeinek nincs fizikai tartalma, valamint az anyagtulajdonságok közül csak a halmazsűrűséget veszi figyelembe. Ezen kívül az érvényességi tartománya nem terjeszthető ki a térfogati áramlás esetére. Modellem egy elméleti úton levezetett, fizikai tartalommal bíró konstansokat tartalmazó számítási mód. A modell tölcséres áramlás esetén elméleti, térfogati áramlás esetén félempirikus módon írja le a jelenséget.

ÖSSZEFOGLALÁS

Dolgozatomban a szemcsés halmazok silóból való kifolyását vizsgáltam. A cél egy gyakorlatban is használható kifolyási modell megalkotása volt. Kutatásaim során a kifolyásra egy elméleti modellt alkottam, amely hipotézisem szerint a kifolyás közben fellépő boltozódás jelenségén alapul. A boltozatok létezését kísérletekkel igazoltam. A következő lépésben ezeknek a boltozatoknak az alakját vizsgáltam elméleti és kísérleti úton. Ennek eredményét használtam a kifolyási sebesség, majd a kifolyási tömegáram elméleti meghatározásánál. Ezután silómodelleken hajtottam végre kísérletsorozatokat, amelyek értékelése után a modellem alkalmazhatóságát, és annak érvényességi tartományát meghatároztam.

A munkám eredményeit négy tézisben foglaltam össze:

1. Szemcsés halmazok silóból való kifolyása nem más, mint instabil boltozatok keletkezésének és összeomlásának sorozata.

    a. A kifolyási tömegáram anyagmagasságtól való függetlensége az első tézissel elméletileg igazolható.

2. A boltozatok alakja másodfokú függvénnyel közelíthető.

3. A keresztmetszet mentén a kifolyási sebességeloszlás nem állandó, a következő függvény írja le:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}$$

4. A siló kifolyási tömegáramát a következő összefüggéssel lehet számítani:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot\rho\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}}$$

A modell tölcséres áramlási mód esetén tisztán elméleti, térfogati áramlásra empirikus megoldást ad.

SUMMARY

In my work I examined discharge of granular materials from silos. Aim was a model that can use in practice. During my researcing a theoretical model was made which based on phenomena of arching during discharging. This assumption was confirmed by experiments. Next step was determined shape of arch by theoretical and experimental way. Results of them I used to determine velocity of flow and discharge rate. Then experiment was done in silo models. Evaluation of experiments my model was verified and borders of validity was determined.

Results of my work was summarized in four thesis:

1. Discharge of granular materilas from silos is evaluation and failure of instable arches.

    a. Independence of discharge rate from height of heap is conclusion of first thesis.

2. Shape of arches can describe by quadratic function.

3. At outlet flowing velocity is not constant it can be described by next function:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}$$

4. Discharge rate of silo can be determined by next computational formula:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot\rho\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}}$$

This model gives theoretical solution in case of funnel flow and gives empirical solution in case of mass flow.

IRODALOM

1. Bagi Katalin: Szemcsehalamzok modellezése klasszikus kontinuumként: problémák és ellentmondások, Szemcsés anyagok mikromechanikája, Procs. Mátraháza, 2000. 05. 31. - 06. 02., Műegyetem Kiadó, 2000, Budapest, 21-24.
2. Bagi Katalin: Szemcshalmazok belső erőeloszlásának és deformációjának vizsgálata, Műszaki Mechanika 2002. jan. 30., Budapest, 7-12.
3. Bánszky József: Könnyűszerkezetes gabonatárolók, Könnyűszerkezetes építés, II. 2., 2006., 13-19.
4. Bauer, E., Wu, W.: A hypoplstic constitutive model for cohesive powders, Powder Technology 85, 1995., 1-9
5. Bauer, E.: Calibration of a comprehensive hypoplstic model for granular materials, Soils and Foundations, vol. 36, nr. 1, 1996., 13-26
6. Beverloo, R.: The flow of granular solids through orifices, Chem. Eng. Sci. 15, 1961., 262
7. Biarez, J., Hicher, P-Y.: Elementary Mechanics of Soil Behaviour, Saturated Remoulded Soils, A.A.Balkema, Rotterdam, Broofield, 1994.
8. Böhrnsen, J-U., Antes, H., Ostendorf, M., Schwedes, J.: Silo Discharge: Measurement and Simulation of Dynamic Behaviour in Bulk Solids, Chem. Eng. Technol. 27, 2004.
9. Csizmadia Béla, Nándori Ernő: Mechanika mérnököknek, Szilárdságtan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
10. Csizmadia Béla: Einige Bemerkungen über die natürlichen Gewölbebildung in Kornstrukturierten Haufen, Metode experimentale si numerice in rezistenta materialelor konferencián előadás, Temesvár 1998.

11. Csizmadia Béla: Szemcsés halmazok anyagtulajdonságai és boltozódási hajlama közötti összefüggések felderítése, OTKA T 035022 kutatási zárójelentés, Gödöllő, 2004.
12. Csizmadia Béla, Oldal István: Silóból történő ürítés kísérleti vizsgálata, Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka VI.. Kolozsvár, 2001. márc. 23-24.
13. Csizmadia Béla, Oldal István, Keppler István: Quasi-triaxial appararus for the determination of mechanical properties of granular materials, 20th Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, Győr, 2003. szept. 24-27.
14. Cundall, P.A. - Strack, O.D.L.: A discrete numerical model for granular assemblies Geotechnique, Vol. 29, 1979., 47-65
15. DIN 1055 Teil 6., Lastannahmen für Bauten, Lasten in Silozellen, 1987.
16. Drescher, A., Waters, A.J., Rhoades, C.A.: Arching in hoppers I-II., Powder Technology 84, 1995., 165-183
17. Enstadt, G.: On the theory of arching in mass flow hoppers, Chem. Eng. Sci. 30, 1975., 1273-1283
18. Gudehus, G.: On the physical background of soil strength, Constitutive Modelling of Granular Materials, Springer, Innsbruck, 1999.
19. Hirshfeld, D., Radzyner, Y., Rapaport, D. C.:Molecular dynamics studies of granular flow through an aperture, Physical Review E, vol. 56., nr. 4., 1997.
20. Hirshfeld, D., Rapaport, D. C.: Granular flow from a silo: Discrete-particle simulations in three dimensions, Eur. Phys. J. E. 4., 2001., 193-199
21. Huang, W., Bauer, E.: Munerical investigation in a micro-polar hypoplastic material, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 27, 2003., 325-352

22. Jacob, Karl: Bin and hopper design, Tha Dow Chemical Company Solids Processing Lab, 2000. 03. 17.
23. Janssen, H.A.: Getreidruck in silozellen, Z. Ver. Dt. Ing. 39, 1045-1049, 1895.
24. Jenike, A.W., Johansson J.R., Carson, J.W: Bin loads – part 2: Concepts, Journal of Engineeing for Industry, 1973.
25. Jenike, A.W., Johansson J.R., Carson, J.W: Bin loads – part 3: Mass-flow bins, Journal of Engineeing for Industry, 1973.
26. Jenike, A.W., Johansson J.R., Carson, J.W: Bin loads – part 4: Funnel-flow bins, Journal of Engineeing for Industry, 1973.
27. Jenike, A.W.: Steady gravity flow of frictional-cohesive solids in converging channels, Journal of Applied Mechanics, 1964.
28. Jenike, A.W.: A theory of flow of particulate solids in converging and diverging channels based on a conical yield function, Powder Technology 50 (3), 1987., 229-236
29. Johanson J.R.: Stress and velocity field in the gravity flow of bulk solids, Journal of Applied Mechanics, 1964.
30. Johanson, J. R.: Method of calculating rate of discharge from hoppers and bins, Society of Mining Engineers, 1965.
31. Keppler István: Szemcsés anyagok természetes boltozódása, GÉP 2006/I. 29-33.
32. Kézdi Árpád: Talajmechanika I., Tankönyvkiadó, Budapest 1969.
33. Kézdi Árpád: Talajmechanikai praktikum, Tankönyvkiadó, Budapest 1987.
34. Kolymbas, D., Bauer, E.: Soft Oedometer – A New Testing Device and Its Application for the Calibration of Hypoplastic Constiutive Laws, Technocal Note of American Society for Testing and Materials, 1993.

35. Kolymbas, D.: Introduction to Hypoplasticity, A.A.Balkema, Rotterdam, Broofield, 2000.
36. Kósa András: Variációszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
37. MSZ ENV 1991-4:2000 Eurocode 1:A tervezés alapjai és a tartószerkezeteket érő hatások 4. rész: A silókat és tartályokat érő hatások, 2000.
38. Oldal István: A természetes boltozódás folyamatának kísérleti vizsgálata, TDK dolgozat, Gödöllő, 1999.
39. Oldal István, Dr. Csizmadia Béla: Emptying hard flowing materials from silos, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Bertinoro, 2002. márc. 6-9.
40. Oldal István: Experimental study on pressure distribution in silo model, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Milano Marrittima, 2003. május 7-10.
41. Oldal István, Csizmadia Béla: A model for discharge of a silo, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Porretta Terme, 2004. május 12-15.
42. Oldal István: Method of determining rate of discharge from silo, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Castrocaro Terme, 2005. május 4-7.
43. Oldal István: Parameter identification for computing discharge rate in a silo, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Puchov, 2006. május 10-13.
44. Oldal István: Boltozatok alakjának meghatározása variációs módszerrel, Gép 2006/1.
45. Oldal István: Szemcsés anyagok kifolyásának modellezése silóknál, Gép 2007. (sa)
46. Oldal István: Determination of velocity distribution at silo outlet, Romania North University of Baia Mare Scientific Bulletin, Baia Mare, 2007. (sa)

47. Reimbert, M. and Reimbert, A.: Silos: Theory and practice, Trans Tech Publications, 1987.
48. Schulze, D.: Storage, Feeding, Proportioning, Powder Technology and Pharmaceutical Processes, Handbook of Powder Technology Vol. 9, Elsevier Amsterdam - London - New York - Tokyo 1994, 285-317.
49. Sitkei György: A mezőgazdasági anyagok mechanikája, Akadémia Kiadó, Budapest 1981.
50. Szüle Zsolt: Gravitációs, fluid és csigás ürítésű tartályok elméleti kérdései, kutatási zárójelentés OTKA T 025365, Gödöllő, 2001.
51. Szüle Zs.-Csizmadia B.-Soós P.-Domonkos E.-Oldal I.: Outflow and arching properties of granular materials, Hungarian Agricultural Engineering14/2001., Hungarian Intstitute of Agricultural Engineering, Gödöllő
52. Tomay Tibor: Keveréktakarmány-gyártás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1982.

MELLÉKLET

b65a	b35a	b61a	b31a
0,465612	0,559426	3,258065	3,467445
b65c	b35c	b61c	b31c
0,473658	0,562898	3,219309	3,495115
k65a	k35a	k61a	k31a
0,354258	0,503341	2,830846	3,459706
k65c	k35c	z45b	k31c
0,35332	0,505267	0,305146	3,432967
m65a	m35a	m61a	m31a
0,289089	0,340829	2,02385	2,124037
m65c	m35c	m61c	m31c
0,289313	0,343557	1,908292	2,146819
z65a	z35a	z61a	z31a
0,256317	0,336302	1,754231	2,271063
z65c	z35c	z61c	z31c
0,260537	0,348612	1,793163	2,264238

1. táblázat
Mért kifolyási tömegáram értékek kg/s-ban

Jelölések az 1. táblázatban:
- Első betű: b – búza, k – kukorica, z – zab, m – PE-LD,
- Első számjegy: félkúpszög tizedrésze,
- Második számjegy: kifolyónyílás átmérőjének tizedrésze,
- Második betű: a – teljes feltöltés, c – részleges feltöltés.

D [mm]		25	30	35	40	45
W [kg/s]	1. mérés	0,082	0,128	0,199	0,286	0,395
	2. mérés	0,08	0,129	0,198	0,287	0,395
	3. mérés	0,079	0,129	0,198	0,286	0,397
	Átlag	0,081	0,128	0,198	0,287	0,396
D [mm]		60	70	80	90	100
W [kg/s]	1. mérés	0,909	1,475	2,302	3,695	7,397
	2. mérés	0,894	1,512	2,294	3,739	7,164
	3. mérés	0,9	1,485	2,298	3,683	6,717
	Átlag	0,901	1,491	2,298	3,706	7,093

2. táblázat
Mért kifolyási tömegáram értékek