Szent István Egyetem

SZEMCSÉS ANYAGOK KIFOLYÁSI ÉS BOLTOZÓDÁSI TULAJDONSÁGAI

Doktori értekezés tézisei

Oldal István

Gödöllő
2007.

A doktori iskola megnevezése:	**Műszaki Tudományi Doktori Iskola**
tudományága:	**Agrárműszaki Tudomány**
vezetője:	**Dr. Szendrő Péter** egyetemi tanár, az MTA doktora Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar Mechanikai és Géptani Intézet Gödöllő
témavezető:	**Dr. M. Csizmadia Béla** egyetemi tanár, a műszaki tudomány kandidátusa Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar Mechanikai és Géptani Intézet Gödöllő

....

Az iskolavezető jóváhagyása A témavezető jóváhagyása

Tartalom

1. TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEK, CÉLKITŰZÉS 4
1.1. Bevezetés 4
1.2. A kutatási feladat megfogalmazása 4
3. KÍSÉRLETI VIZSGÁLATOK 6
3.1. Instabil boltozatok vizsgálata 6
3.2. Boltozat alakjának mérése 7
3.4. Mérések a nagy modellsilón 11
3.5. A kisebb silómodell 12
4. ELMÉLETI VIZSGÁLATOK 14
4.1. Variációs módszer a boltozatalak meghatározására 14
4.2. Kifolyási tömegáram meghatározása 15
5. EREDMÉNYEK 19
5.1. δ mérése 19
5.2. Sebességeloszlás vizsgálata 20
5.3. Kifolyónyílás átmérőjének hatása 22
5.4. A garat kúpszögének vizsgálata 23
4. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK 26
5. SZAKMAI PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE 29

1. TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEK, CÉLKITŰZÉS

1.1. Bevezetés

A dolgozatom tárgya a szemcsés anyagok (halmazok) és azok speciális viselkedési formáinak elemzése. Szemcsés halmaznak nevezzük azokat az anyagokat, amelyek a halmaz kiterjedéséhez képest kis méretű szilárd részekből állnak. Ezek a halmazok sok esetben szilárd testként viselkednek, bizonyos körülmények között azonban folyadékként. Ilyenek például a talaj, a különböző szemestermények, a műtrágyák, a homok, a kőzetek, stb. Például a homok, mint szemcsés halmaz szilárd anyagként képes teherviselésére, de ha edénybe töltjük, akkor a folyadékokra jellemző módon kitölti azt (bár nem mindig teljes mértékben). Tárolásuk során a figyelembe kell venni speciális tulajdonságaikat. A vízszintes tárolókban a folyási tulajdonságok hátrányként jelentkeznek, hiszen nem lehet tetszőlegesen fölhalmozni, valamint a falra is jelentős nyomást fejt ki. A függőleges tárolóban (silóban) való tárolást épp a folyadékszerű viselkedés teszi lehetővé, hiszen a jól megtervezett tárolóból a szemcsés anyag minden segédberendezés alkalmazása nélkül kifolyik. Ezt a típust gravitációs ürítésű silónak nevezik. Ha a körülmények valamilyen kitároló berendezés használatát követelik meg, a hozzáfolyás abban az esetben is gravitációs. A vizsgálataim tárgya a gravitációs ürítés.

1.2. A kutatási feladat megfogalmazása

1.2.1. Boltozódás

A boltozatok kialakulásának kritériumait a folyási tényező és folyási függvény felhasználásával tudjuk kezelni. **A boltozatok alakjának meghatározása azonban a nem kutatott területek közé tartozik**. Ennek oka az lehet, hogy a boltozatok kialakulásának, és az ebből adódó feszültségeknek a kutatók sokkal nagyobb jelentőséget tulajdonítottak. Ez jogos, ha ezeket a témaköröket szűken értelmezzük. Azonban a feszültségek, és a kifolyás elméleti vizsgálatához szükségünk van a **kifolyónyílás feletti szabad felület alakjának** ismeretére. Erre eddig is szükség volt, de a kutatók ezt a problémát a célnak legjobban megfelelő, könnyen kezelhető alak kiválasztásával átlépték. Ahol szükséges, ott az alakot egyszerűen közelítették valamilyen függvénnyel. Ez vagy kör vagy parabola. Azonban ezeknek a függvényeknek a helyességét nem vizsgálják,

így az eredmény is tartalmazza a közelítés hibáját. Ez azért nem szokott gondot okozni, mert a kúpos kialakítású silóknál a különböző függvények kis mértékben térnek el egymástól, így a hiba is kicsi marad. Azonban a későbbi modell pontosságának érdekében a **kutatásaim során ez az egyik terület, amelyet részletesebben vizsgálok.** Az eddigieknél pontosabb leírásra azért van szükség, mert a kifolyási modellemnek meghatározó eleme a boltozat alakja.

1.2.2. Kifolyás

A kifolyási tömegáram kiszámítására két összefüggés használatos, a **Beverloo és Johanson** módszer. Vizsgálom ezek korlátait, pontosságukat, és viselkedésüket a mérési tartomány szélső helyzeteiben. Beverloo empirikus formulájának ellenőrzését mindenképpen érdemes elvégezni, hogy a konstansok értékeit esetleg elméleti úton is meg lehessen határozni, így fizikai értelmezést is adni azoknak, esetleg egy jobb közelítést elérni a modell egyszerűségének és stabilitásának megtartása mellett.

Jellemzője mindkét formulának, hogy az anyagtulajdonságok közül csak a **halmazsűrűség**et veszi figyelembe, mint paramétert. Ezen kívül csak a **siló geometriájá**val számolnak. Ez a tapasztalatokkal nem egyezik, ugyanis a különböző anyagoknál nemcsak a tömegáram, hanem a térfogatáram nagysága is eltérő, azaz nem elég a halmazsűrűséget figyelembe venni számításkor. Ezt a mérések értékelésekor részletesen, adatokkal alátámasztva bemutatom. Célom, hogy modellem ezt a problémát is kezelje.

Ha a kísérletek alátámasztják azt a feltételezést, hogy a **boltozat alakjának hatása van a kifolyásra** is, a szabad felület alakján keresztül, akkor **ennek vizsgálata lesz a kutatásaim újabb területe**. Valamint akkor erre az összefüggésre, mint elméleti alapra egy új, a jelenség fizikai tartalmát is leíró **kifolyási modellt** lehet építeni, ami **a kutatásaim legfőbb célja**.

3. KÍSÉRLETI VIZSGÁLATOK

3.1. Instabil boltozatok vizsgálata

3.1.1. Vizsgálati módszer

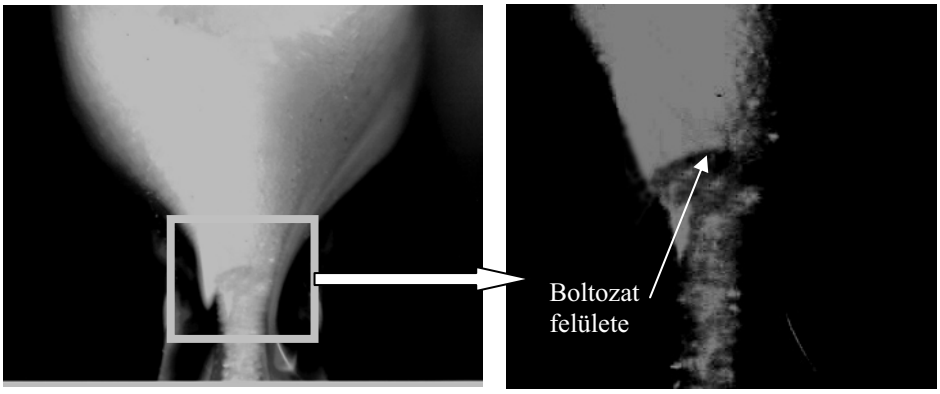
Szemcsés anyagok boltozódását akkor célszerű vizsgálni, amikor a boltozat megakadályozza a kifolyást, azaz amikor az anyaghalmaz nyugalomban van. Ezt a stabil állapotot létrehozó boltozatot stabil boltozatnak nevezem. De a szemcsés anyagok esetén nemcsak ekkor lép fel boltozati hatás. A boltozati hatás minden olyan esetben fellép, amikor a tárolt anyag egy részének a támasztása megváltozik. A kifolyás esete is ilyen, mivel ekkor az anyag támasztását megszüntetjük. Ekkor a nyílás fölött kialakuló anyagívet instabil boltozatnak nevezem, mivel annak alakja és hatása is hasonló a stabil boltozatéhoz azzal a különbséggel, hogy a kifolyás közben folyamatosan összeomlik és újra felépül.

A jelenséget kísérletileg is igazolni lehet, ha a kifolyási kísérleteket úgy végezzük el, hogy a kifolyás folyamata látható legyen. A láthatóságnak két feltétele van. Az egyik, hogy a tartály fala átlátszó legyen. A másik, hogy a kifolyónyílásnak nem szabad túl nagynak lennie, mert akkor a kialakuló íveket magától az áramló anyaghalmaztól nem látjuk. A feltételek mindegyikét kielégítjük, ha a kísérletekhez egy homokórát választunk.

A homokórában lévő áramlást fényképezzük. Szemből villanófénnyel a mozgásokat „befagyasztva” a kifolyás egyes fázisairól készítünk képeket.

3.1.2. Eredmények

Az 1.a) ábrán, valamint ennek kinagyított és módosított kontrasztú részletén a b) ábrán a kifolyás azon pillanata látszik, amikor az instabil boltozat kialakult.



a) b)

1. ábra Instabil boltozatok kialakulása és összeomlása kifolyáskor

Feltételezésem szerint az instabil boltozatok sorozatos összeomlása és a szemcsék kihullása adja a kifolyó anyagtömeget. A kifolyás közbeni instabil boltozódást kísérleteim bizonyítják. Az ezekre alapozott elmélet eredményeinek helyessége szintén alátámasztja létezésüket.

Folyadékok esetében a kifolyási sebesség, ezzel együtt a tömegáram értéke is a folyadékoszlop magasságának függvényében változik. Ennek oka, hogy a folyadék sebességéből adódó nyomás egyensúlyban van a folyadékoszlop magasságából származó nyomással. Szemcsés halmazoknál – bár folyadékszerű a viselkedés – ez másképp történik. Az anyagmagasságból adódó nyomás sem azonos a hidrosztatikus állapot esetével és a kifolyási sebességből adódó nyomás sem. Az egyensúly természetesen ebben az esetben is fennáll, azonban az instabil boltozatok miatt a nyomás értéke, és ezzel együtt az anyag gyorsulása is zérus. A boltozat alatti nyomás zérustól nem különbözhet, ennek következtében a kifolyási tömegáram független az anyaghalmaz magasságától.

Összegezve elmondhatjuk, hogy az instabil boltozatok miatt a kifolyási sebesség állandó az anyaghalmaz magasságának függvényében. A konkrét sebességek kiszámításához azonban szükségünk van a boltozat alakjának ismeretére is.

3.2. Boltozat alakjának mérése

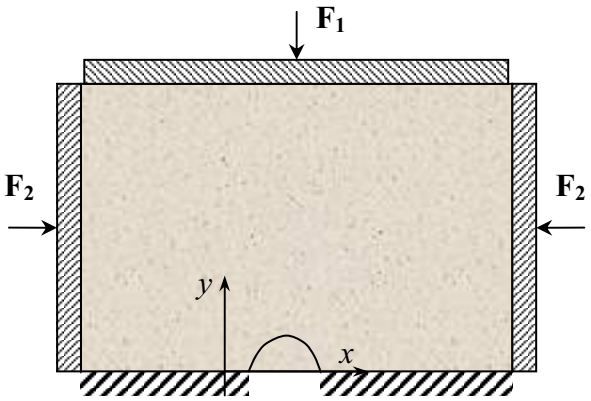
A boltozat alakját leíró függvényt elsőként méréssel határoztuk meg. A kezdeti boltozódási méréseink azt a célt szolgálták, hogy a kifolyási jelenség tanulmányozásánál úgy lehessen a feltételeket kialakítani, hogy a boltozódás elkerülhető legyen. Ennek érdekében vizsgáltuk azokat a tényezőket,

amelyek a boltozat kialakulására, stabilitására és összeomlására hatással vannak. A későbbiekben a kifolyás jelenségét vizsgáltam, a boltozódási mérések közül az alak mérési eredményeit használtam fel.

3.3.1. Berendezés leírása

A Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszék talajmechanikai laboratóriumában már meglévő boltozódásvizsgáló berendezéssel (2. ábra) kezdtük el a kísérleteket. A készülékben a boltozat síkbeli modelljét lehet létrehozni úgy, hogy a vizsgált szemcsés anyagot téglalap alakú, felül nyitott üregbe öntjük. Az üreg egyirányú boltozat kialakulását teszi lehetővé, mert egy irányban viszonylag közel lévő párhuzamos sík plexilapokkal határolt, függőleges és vízszintes irányban viszont a lehetőségekhez képest kellően nagy. Az üreg alján elzáró lemezekkel beállítható méretű rés van, amely fölött a boltozat kialakulhat. A lemezek adott szélességűek, a boltozat kialakulásának várható helyén a plexilapra négyzetrácsot helyeztünk, így közvetlenül leolvasható a rés szélessége, és a boltozat geometriai méretei. Egy pálca szélessége 10 mm, a maximálisan beállítható résméret 220 mm A berendezésen a kifolyási rést pálcák kihúzásával állítjuk be (2.; 3. ábra).

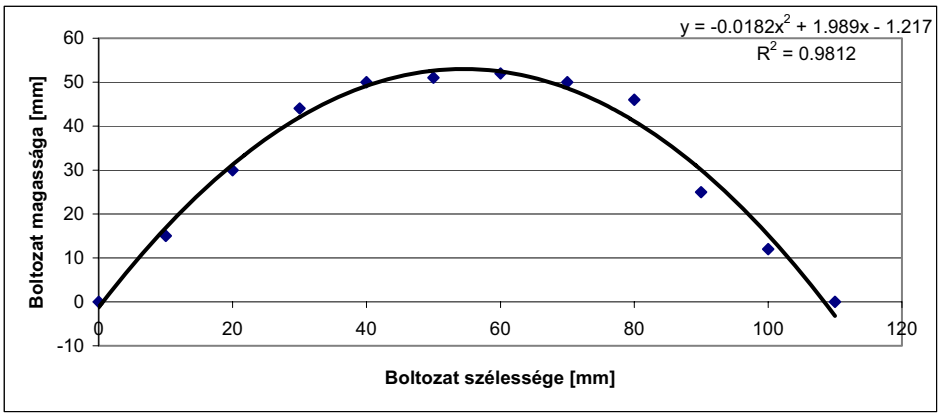
2. ábra. Boltozódásvizsgáló berendezés

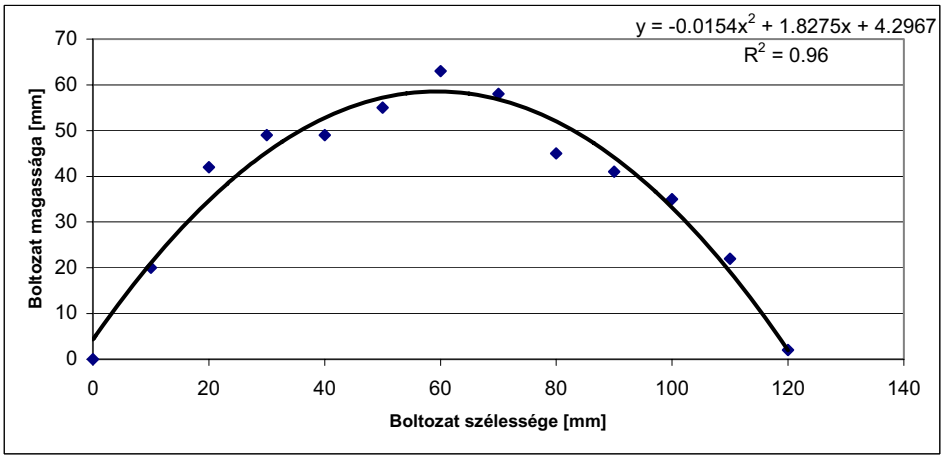


3. ábra. Boltozódásvizsgáló berendezés

3.3.2. Eredmények a boltozat alakjára

A boltózódásvizsgáló berendezésen elhelyezett négyzetrács segítségével a boltozat ívét pontonként regisztrálni lehetett. Az így kapott pontok természetesen nem illeszkednek tökéletesen egy bizonyos görbére, hiszen a nedves homok nem volt tökéletesen homogén, és a boltozat ívét kisebb anyagdarabok feltapadása törte meg. Azonban a pontokat ábrázolva görbét tudunk rájuk illeszteni. Az illesztett görbék korrelációját meghatározva következtetni tudunk az illesztés pontosságára. Minél jobban közelíti a homogén állapotot a betöltött anyag, annál pontosabban közelíti a mért pontsor az elméleti görbét. A 4. ábrán a két legjobban közelítő mérés látható, a többi mérési eredmény a függelékben megtalálható. A mérésekből kiderül, hogy a boltozat ívét másodfokú görbékkel kellő pontossággal lehet közelíteni.

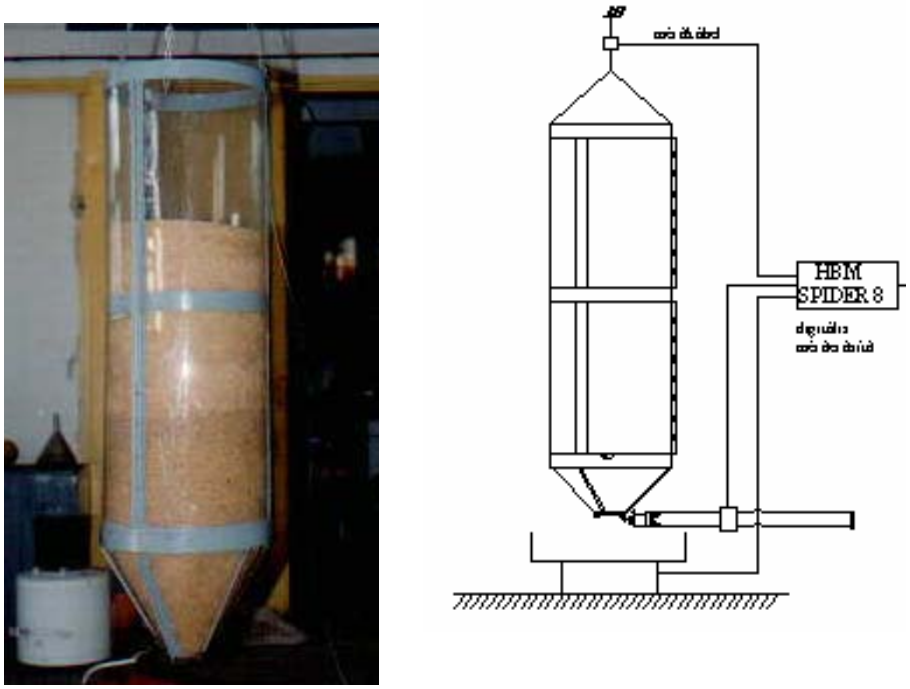




4. ábra. A boltozat alakjának közelítése másodfokú függvénnyel

3.4. Mérések a nagy modellsilón

A méréseket egy már rendelkezésre álló silón kezdtem el.



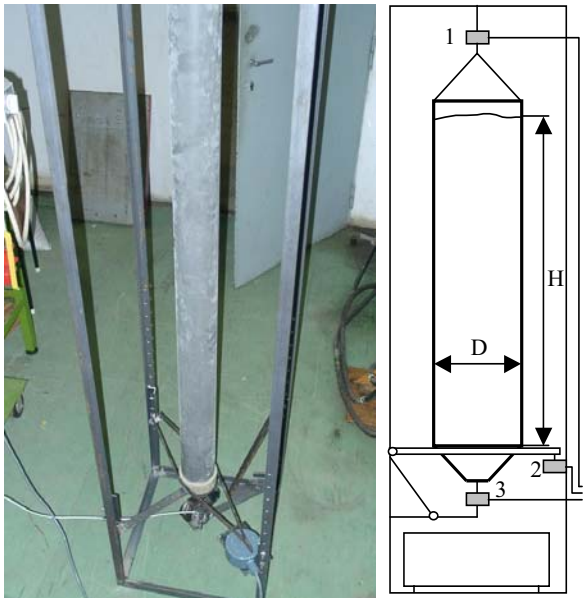
5. ábra. Silómodell

A kísérletek elvégzéséhez az 5. ábrán látható mérő és kiértékelő berendezéssel felszerelt silómodellt használtuk. Ezt a berendezést az OTKA TO25365 keretében dolgozták ki a Mechanikai és Géptani Intézet kísérleti laboratóriumában. Az 1250 mm magas és 440 mm átmérőjű átlátszó műanyag henger 0,18 m^3 térfogatú, melyhez az alsó végén egy cserélhető kúpos toldat csatlakozik. Három kúpot készítettünk egységesen 100 mm átmérőjű kifolyónyílással, valamint egy toldattal, amellyel a kifolyónyílások átmérője 50 mm-re változtatható. A kúpokra jellemző félkúpszög α=30°, 45°, 60°. A kísérletek során a silóban lévő, és a mérőedénybe kifolyt anyag tömegét mértük az idő függvényében, és számítógépen rögzítettük.

A mérőberendezés kialakítása lehetővé tette a kifolyás megfigyelését. A különböző kúposságú garatokban a vizsgált anyagok kifolyási módja különböző volt.

3.5. A kisebb silómodell

A második silómodellt úgy terveztem meg, hogy a kifolyónyílás átmérője és a garat kúpszöge széles skálán változtatható legyen, kis költség mellett. A siló átmérőjét csökkentettem, így könnyebben kezelhető és egy-egy mérés gyorsabban, elvégezhető. A siló átmérője 100 mm, magassága 1500 mm. A vizsgálatokat az OTKA 35022 kutatási téma keretében végeztük. A kifolyókúp cserélhető, és a kis méret miatt a cserekúpok is könnyen elkészíthetőek. Három erőmérőt építettem be, amelyekkel a silóra (1), kúpra (2) és a záróelemre (3) ható erőket lehet mérni (6. ábra). A kifolyásnál értelemszerűen csak az első kettőt használjuk. Ezen kívül a mérőrendszer megegyezik az első silónál alkalmazott berendezéssel.

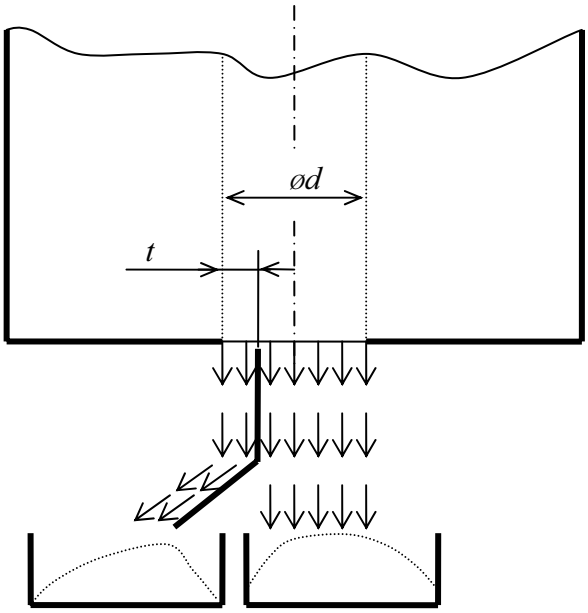


6. ábra. Modellsiló

A kísérletek célja a modellem pontosságának vizsgálata volt, változó silógeometria esetén. Ennek érdekében két fő kifolyási kísérletsorozatot végeztem el. Elsőként a kifolyónyílás mérete és a kifolyási tömegáram közti függvénykapcsolatot vizsgáltam, majd a kifolyókúp szögének hatását vizsgáltam.

3.5.1. Sebességeloszlás mérése

Modellem az eddigi modellekkel ellentétben a kifolyónyílásnál nem állandó sebességet mutat. Ennek ellenőrzésére a kifolyónyílásnál lévő sebességeloszlás mérését végeztem el. A mérés elve, hogy a kifolyó anyagáramot terelőlemez segítségével, előre meghatározott résmérettel kettéosztom, és ezek tömegáramából számítom ki az egyes felületeken átáramló anyag sebességét. (7. ábra)



7. ábra. Sebességeloszlás mérése

A mérések eredménye a t résméret függvényében változó tömeg és a kifolyásához szükséges idő. Ezekből a kifolyási tömegáram eloszlását lehet meghatározni.

4. ELMÉLETI VIZSGÁLATOK

4.1. Variációs módszer a boltozatalak meghatározására

4.1.1. Variációs probléma megfogalmazása

A boltozat alakját matematikai formában függvénnyel írhatjuk le. Esetünkben a pontos vagy közelítő függvény típusát keressük, amivel jól leírhatjuk a boltozatalakot. Mivel az alak természetes úton alakul ki, feltételezzük, hogy a „rendszer” energiaminimumra törekszik. A teljes potenciális energia minimum elv alapján a testben felhalmozódó teljes potenciális energia minimumát keressük. Ha a problémát így közelítjük meg, akkor annak megoldására a variációs módszer a megfelelő, a Lagrange-féle variációs elvhez hasonlóan járunk el.

4.1.2. Funkcionál felírása

Funkcionálnak valamely halmaznak a valós számok halmazába történő leképezését nevezzük. A variációszámítással funkcionálok szélsőértékeit határozhatjuk meg. Esetünkben a teljes potenciális energia értéke a valós szám. Mivel az anyag térfogata nem állandó, ezért nem az energiát, hanem annak fajlagos értékét az átlagos energiasűrűséget írjuk fel funkcionálként.

A boltozatra felírt funkcionál:

$$I = u(f(x)) = \frac{E_p(f(x))}{V(f(x))}$$

ahol:

- $f(x)$ a boltozat alakját leíró függvény,
- u az energiasűrűség,
- E_p potenciális energia,
- V test térfogata,
- $n \in N$, a végeselem-modell elemszáma.

4.1.3. A probléma egy megoldása

A variációs feladatok közül csak nagyon egyszerű esetekre van analitikus megoldása. Esetünkben numerikusan kell megoldást keresni úgy, hogy az ismert feltételekkel végeselem-modellt hozunk létre. Majd az ebből kapott diszkrét feszültségmezőt, és összes alakváltozási energiát felhasználva a legegyszerűbb analitikus függvények közül megkeressük azt, amelyik a funkcionál minimumát szolgáltatja.

Az egyes függvényekhez tartozó funkcionálok értékei:

Körív: $I_{kör} = 1{,}4425.$

Koszinusz görbe: $I_{cos} = 1{,}4213.$

Másodfokú parabola: $I_{par} = 1{,}4216.$

Az egyes görbékhez tartozó funkcionálok értékeit összehasonlítva kiderül, hogy a funkcionál minimumát a parabola alak mellett veszi fel. A boltozat alakját a vizsgált függvények közül a másodfokú parabolával tudjuk legjobban közelíteni. Ezt a kísérleti eredmények is alátámasztják. Ezért a későbbiekben parabola függvényt fogok alkalmazni a boltozat ívének leírására.

4.2. Kifolyási tömegáram meghatározása

4.3.1. Elméleti összefüggés tölcséres kifolyás esetén

A kifolyási tömegáram számítására alkalmas összefüggésem alapja az instabil boltozatok folyamatos kialakulása és összeomlása. Feltételezésem szerint a halmaz áramlásának „szűk keresztmetszetét” a boltozat határfelülete jelenti. A felsőbb rétegek nagyobb keresztmetszete nagyobb átfolyást tenne lehetővé, de az instabil boltozódás miatt megakad az anyagáram (sebessége zérus), amely csak a boltozatok összetörése után hullik ki a kifolyónyíláson, szabadeséssel. Így a kifolyónyíláson kiáramló anyag sebességét szabadesésként lehet számítani.

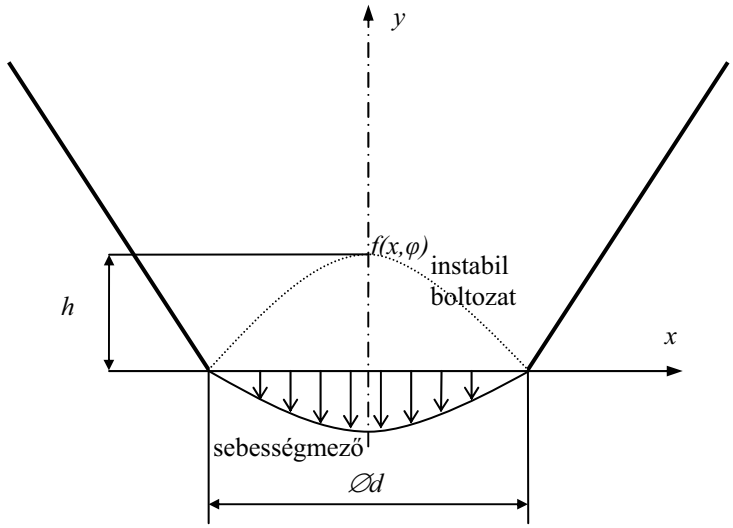
4.3.2. Kifolyási sebesség

Az 3.4. fejezetben leírtak szerint a kifolyáskor időben (ezzel együtt az anyagmagasság függvényében) állandó a sebesség. Az előző megállapítás (szabadesés) és a leíró függvény ismeretében az állandó sebesség értéke számítható.

A sebességet a boltozat magassága és alakja határozza meg, valamint a boltozat felületénél a sebesség (kezdősebesség). Tölcséres kifolyásnál az 3.3. szerint a peremen a sebesség zérus. Így a kifolyónyílásnál a sebességeloszlást ki lehet számítani zérus kezdősebességű szabadesésként.

Ekkor a kihullás az általam instabil boltozatnak nevezett törési határgörbétől (határfelület) indul, amelyet az *f(x)* függvény ír le (8. ábra). A számítást legcélszerűbb polárkoordináta-rendszerben végezni. A határfelületet a boltozatalak meghatározásánál leírtak alapján egy forgási paraboloidként írjuk le:

$$f(x,\varphi) = h\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)$$



8. ábra. Kifolyónyílás és környezete

Szabadeséskor a kifolyónyílásnál a legnagyobb sebesség:

$$v = \sqrt{2gh}\,.$$

Esetünkben a magasság, így a sebesség is helyfüggő (x,y,φ polárkoordináta-rendszerben):

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g \cdot f(x,\varphi)}$$

Helyettesítve a felület függvényét:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g \cdot h\left(1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}$$

Az instabil boltozat maximális magassága közvetlenül nem mérhető, de bevezetünk egy δ boltozati alakténye zőt, amely a halmaz anyagjellemzőinek függvénye. A $\delta = h/d$, azaz a boltozat magasságának és szélességének aránya. Ezt helyettesítve, és rendezve:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}$$

Ez a számítási mód az eddigiekhez képest a sebességeloszlást is leírja, nem csak az átlagértéket. Természetesen az átlagsebesség is kiszámítható, a további számításokhoz erre szükségünk is van:

$$v = \frac{\int_0^{\frac{d}{2}}\int_0^{2\pi}\sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}x\,d\varphi\,dx}{\frac{d^2\pi}{4}} = \frac{2}{3}\sqrt{2g\delta d}$$

4.3.3. Térfogatáram

A sebesség ismeretében a térfogatáram értéke meghatározható. Johanson és Beverloo módszerével számítva azt kapjuk, hogy a térfogatáram anyagtól független, mivel az összefüggésekben egyetlen anyagjellemzőként a halmazsűrűség szerepel. Az ilyen módon kapott eredmények pedig azt a feltevést tartalmazzák, hogy a különböző anyagokra számított tömegáramok csak a sűrűségek arányában különböznek egymástól. Méréseink nem

igazolják ezt, a különböző anyagok esetén nemcsak a tömegáram, hanem a térfogatáram értékek is különböztek. Az átlagsebesség felhasználásával az általam számított térfogatáram:

$$Q = v \cdot A = \frac{2}{3}\sqrt{2g\delta d} \cdot \frac{d^2\pi}{4}$$

A kifolyónyílás mérete és az a keresztmetszet, amelyen az anyag valóban kifolyik, nem ugyanakkora. Azt feltételezem, hogy azok a szemcsék hullanak ki, amelyeknek több, mint fele a nyílás fölött van. Így a sugarat a szemcseméret felével, az átmérőt a szemcseméretel csökkentem hasonlóan Beverloo módszerével. Ekkor:

$$Q = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta} \cdot (d - d_p)^{\frac{5}{2}}$$

Az összefüggésből kiderül, hogy a különböző anyagokra számított térfogatáram a δ négyzetgyökével arányos. Az eddigi módszerek ezt az anyagok közti különbséget nem vették figyelembe.

4.3.4. Tömegáram

A silók méretezésekor a tömegáram az a technológiai paraméter, amelynek tervezhetőségére szükség van. Ez a térfogatáram és a halmazsűrűség ismeretében kiszámítható.

A halmaz sűrűsége a kifolyás során változik. Ezt, a mozgó anyaghalmazban mérni nem tudjuk. Feltételezhetjük, hogy hatással van rá a kifolyási sebesség, ezen keresztül pedig a boltozat magassága befolyásolja.

$$\rho = \rho(v) = \rho(h) = \rho(\delta)$$

Mivel a térfogatáram számítási összefüggésében is szerepel a δ, így a sűrűségváltozást egy konstansként vehetem figyelembe. Ezt külön mérni nem tudjuk, így külön konstansként nem szerepeltetem. A δ arányossági tényező **magában foglalja a sűrűségváltozást** is, hiszen ennek értékét is kifolyási méréssel határozzuk meg, ezért a két konstanst nem választom külön. A modellben ezután a klasszikus értelemben vett, tömörítetlen halmaz halmazsűrűségét alkalmazom.

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot\rho\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}}$$

Az összefüggés tölcséres kifolyás esetén minden esetben jól használható. Térfogati kifolyásnál azonban nem teljesül az a feltétel, hogy a kifolyónyílás peremén nem mozog a halmaz, így az instabil boltozódás nem úgy jön létre, mint a térfogati áramlás esetén.

5. EREDMÉNYEK

A modellemben szereplő δ tényező kalibrálását a különböző anyagokra kifolyási mérésekkel végzem el. Ezután a modell viselkedését a különböző paraméterek függvényében egy kisebb, több mérés elvégzésére alkalmas silón vizsgálom, összehasonlítva a Johanson és Beverloo modelljével.

5.1. δ mérése

Az 1. táblázatban a tömegáram adatokból számított boltozati alaktényezőket láthatjuk. A 60°-os félkúpszög esetén mért adatok a mérvadóak, ugyanis ezek a tölcséres áramlásra – ahol modellem elméletem szerint jól működik – jellemző értékek.

Az 100 és 50 mm-es kifolyási átmérőnél is jó közelítést ad a modellem a 100 mm átmérőhöz kalibrált δ érték mellett. A nagy modellsiló esetében több mérési pont felvétele a siló mérete miatt csak jelentős anyagi és munka ráfordítással lett volna lehetséges. A többi vizsgálatot a kis silón végeztem el.

1. táblázat Alaktényezők különböző anyagokra

Anyag	Búza		Kukorica		Zab		PE-LD	
Félkúpszög	60°	30°	60°	30°	60°	30°	60°	30°
δ	**0,4**	0,5	**0,3**	0,55	**0,3**	0,55	**0,3**	0,35

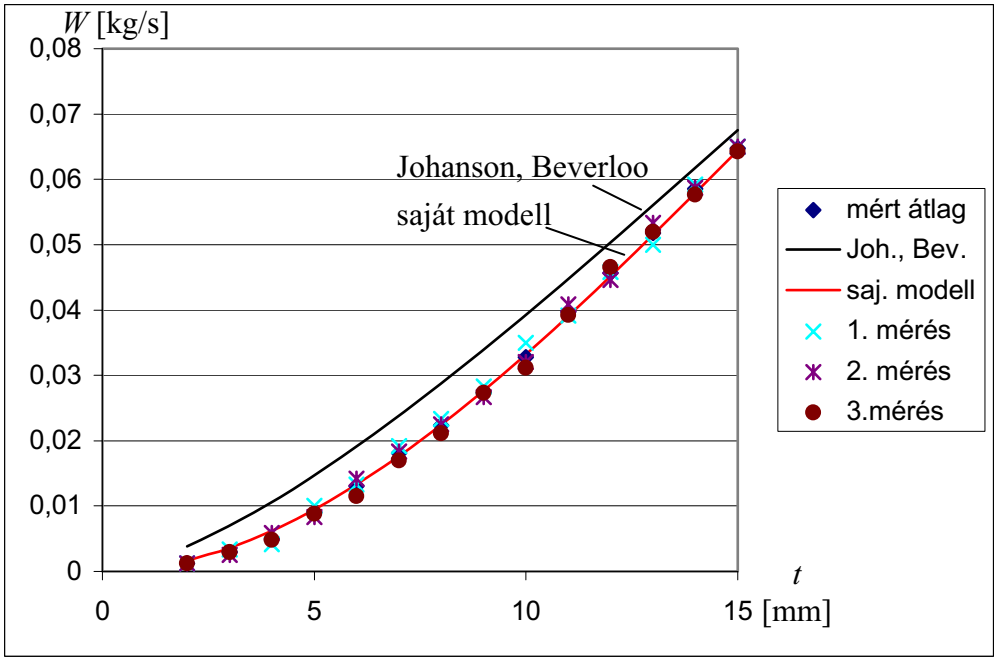
5.2. Sebességeloszlás vizsgálata

Ezt összehasonlítom a különböző módszerekkel számított értékekkel. A Johanson és Beverloo által feltételezett állandó sebesség esetén a tömegáram eloszlása egyszerűen az adott résméretthez tartozó körszelet területével arányos. Modellem szerint pedig a kifolyási sebességből a következőképpen számítható:

$$W = \rho \int_{-\varphi}^{\varphi} \int_{\frac{R\cos(\varphi)}{\cos(\alpha)}}^{R} \sqrt{2g\delta d} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)} x dx d\alpha$$

ahol φ a t résméret esetén a nyíláshoz tartozó középponti szög fele:

$$\varphi = \arccos\left(1 - \frac{t}{R}\right)$$

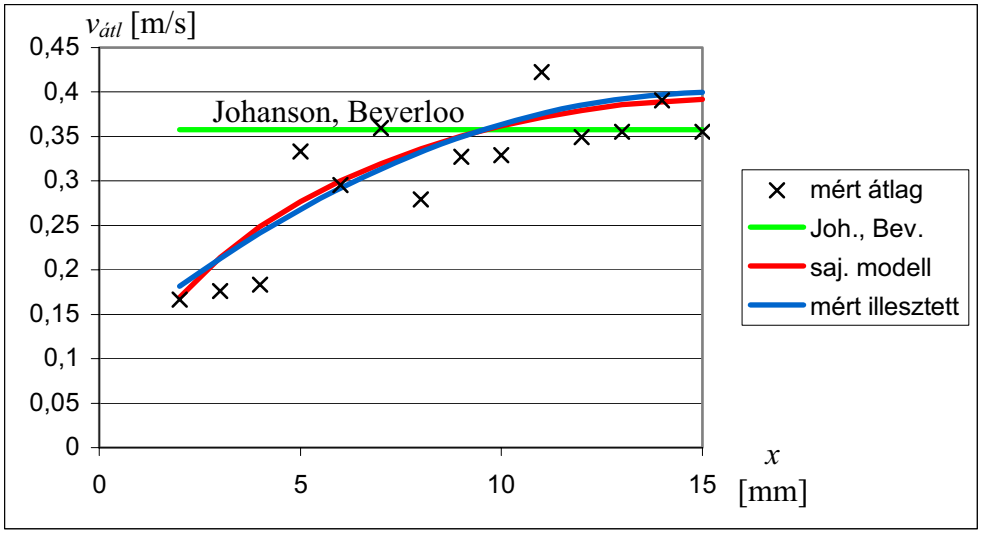


9. ábra. Tömegáram a résméret függvényben

Az adott résméretthez tartozó kifolyási tömegáramok mért és számított értékeit a 9. ábrán mutatom be.

A kifolyónyílás átmérője 31 mm volt, a résméretet 2 mm-től 1 mm-ként növeltem 15 mm-ig. A mért anyag mák volt. A méréssorozatot háromszoros ismétléssel végeztem el. A 9. ábrán jól látszik, hogy a kifolyási tömegáram mért eloszlása az én modellemmel mutat egyezést. Ebből arra következtettem, hogy a sebességeloszlást a modellem az eddigieknél jobban közelíti. A közvetlen összehasonlítás érdekében az adatokból meghatároztam a kifolyónyílásnál 1 mm széles körszeletekhez tartozó kifolyási sebességeket, amelyek a 10. ábrán láthatóak.

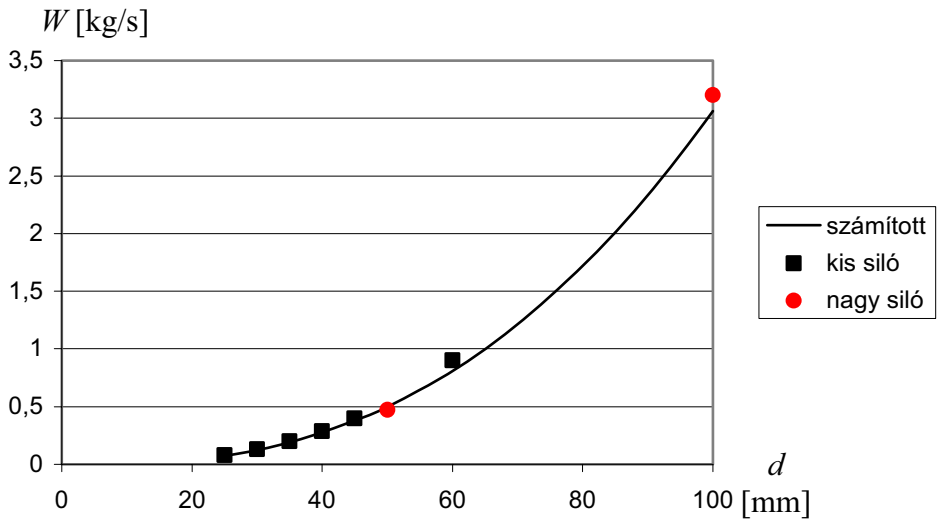
A mérések eredményeként kapott pontok által meghatározott függvényt nem ismerjük. Ezért Taylor-sort illesztettem a pontokra a harmadfokú tagig elvégezve a közelítést. A szimmetria miatt a harmadfokú tag kiesett. Az illesztett görbe az ábrán kék színű. A Johanson és Beverloo által feltételezett állandó sebességet a vízszintes szaggatott vonal mutatja, a modellem alapján számított értékeket piros görbén ábrázoltam. Az eredmények vizsgálata után megállapítható, hogy a modellem a mérésekkel jó egyezést mutat. Ez egyben azt is jelenti, hogy az eddigi modelleknél alkalmazott feltételezésekkel ellentétben a kifolyási sebesség nem állandó.



10. ábra. Sebességeloszlás a kifolyónyílás sugara mentén

5.3. *Kifolyónyílás átmérőjének hatása*

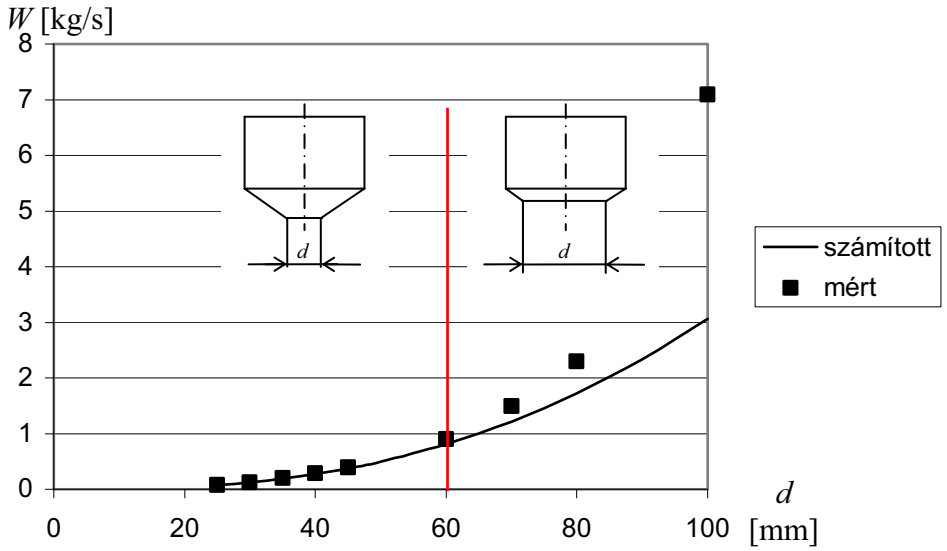
A kísérleteket 25, 30, 35, 40, 45, 60, 70, 80, 90, 100 mm-es átmérőjű kifolyónyílással, búzával végeztük el háromszoros ismétléssel. A kifolyókúp félkúpszöge 45˚ volt. A mérések eredményeit a melléklet 2. táblázatban foglaltam össze. A 11. ábrán egy közös diagramban láthatjuk a két silón mért és a modellem segítségével számított eredményeket.



11. ábra. Mért és számított tömegáram értékek

A számítási **modellem** a – siló átmérőjéhez képest – kis átmérőknél **jól közelíti** a **mért értékeket**. Ezután a kifolyónyílás méretét tovább növeltem. A 12. ábrán látható ahogy a nyílás mérete megközelíti a silóméretet, a mért tömegáramok egyre jobban eltérnek attól. A 100 mm-es nyílásnál már kétszeres az eltérés. A 440 mm átmérőjű siló esetében a modell 100 mm-es nyílásméretnél is jó eredmény ad, amint a 11. ábrán látható. Ennek oka, hogy ha a nyílás nagysága közelít a silóátmérőhöz, akkor a modell alapját képező boltozati hatás már nem lép föl. Ezzel a méréssorozattal az instabil boltozatok létrejöttének, ezzel együtt modellem érvényességnek határát mértem meg. **A modell pedig a silóátmérő 60%-ának megfelelő méretű kifolyónyílásig jó eredményt ad**. A gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából nem jelent korlátot, mert valóságos silóknál nem fordul elő az átmérőhöz képest ilyen nagy méretű kifolyónyílás. A kifolyónyílás legkisebb mérete a mérések során a szem átmérőjének tízszerese. Az átmérőt Beverloo, Johanson és az én modellem is azonos módon kezeli, így annak helyessége várható volt. A kúpszög vizsgálata a modellezés

szempontjából lényegesebb, mivel azt mindhárom modell különbözőképpen kezeli. A következő mérési sorozat a kúpszög vizsgálatára vonatkozik.



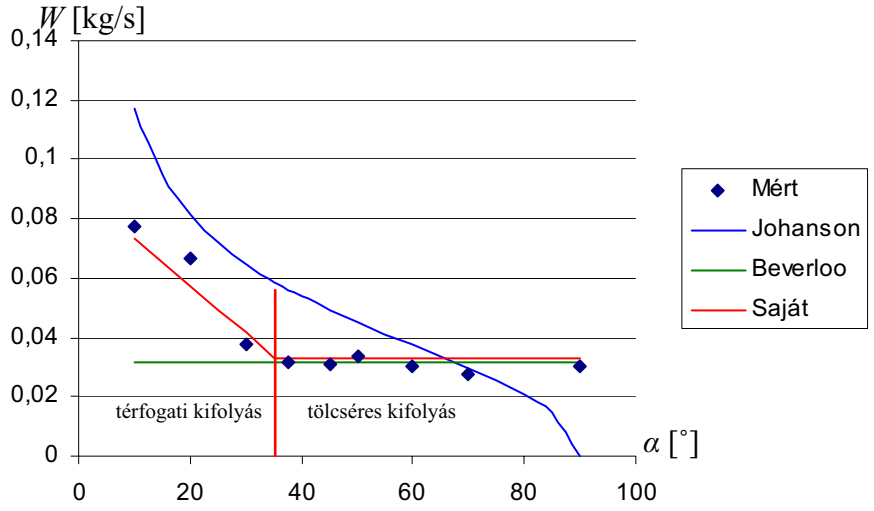
12. ábra Mért és számított tömegáram értékek

5.4. A garat kúpszögének vizsgálata

A garat hajlásszögének vizsgálatához 10, 20, 30, 37,5, 45, 90˚-os (síkfenék) félkúpszögű kifolyókúpokat használtam. A kifolyási átmérő 20 mm volt. A mérés eredményeit a 2. táblázatban és a 13. ábrán foglaltam össze.

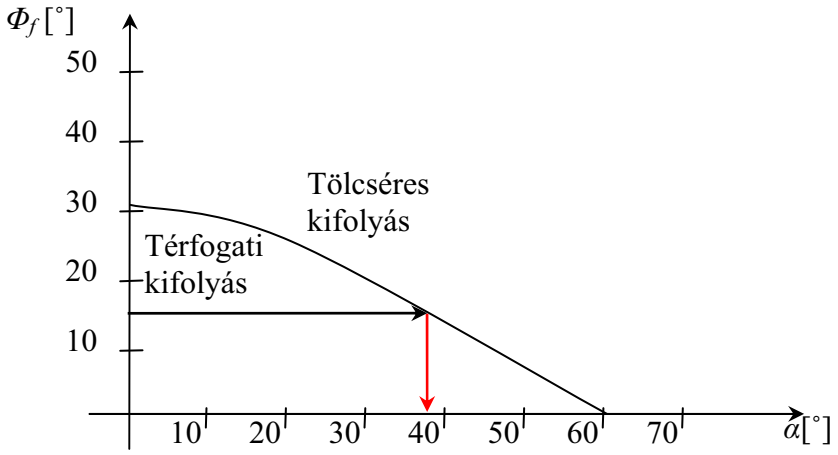
2. táblázat

Félkúpszög [°]	W [kg/s]	δ
10	0.077	1,96
20	0.067	1,2
30	0.038	0,62
37.5	0.031	0,4
45	0.031	0,4
90	0.03	0,4



13. ábra. Mért és számított tömegáramok (búza)

Látható, hogy a 37,5˚-nál laposabb kifolyókúp esetén közel állandó a tömegáram, meredekebb kifolyókúp esetén növekszik. A 14. ábrán láthatjuk, hogy a kifolyási mód megváltozása ugyanennél a kúpszögnél következik be. Oka, hogy térfogati áramlás esetén a kúpszöggel együtt



14. ábra. Kifolyási mód változása a kúpszög függvényében (búza)

változnak a kifolyónyílás környezetében a peremfeltételek. A tölcséres kifolyás esetén a feltételek állandóak, ekkor a kúpszög változásától függetlenül a kifolyás egy állandó kúpszögű anyaghalmazon csúszik le.

Modellem érvényességi határát tapasztalati úton ki lehet terjeszteni a térfogati kifolyásra, ha δ értékét a kúpszög függvényében veszem föl (2. táblázat).

4. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

1. tézis: Szemcsés halmazok silóból való kifolyása nem más, mint instabil boltozatok keletkezésének és összeomlásának sorozata

Ha egy szemcsés halmaz „aljában” egy rést nyitunk, e fölött *mindig* boltozat alakul ki. Ez a boltozat – a peremfeltételeknek megfelelő módon – lehet stabil, ekkor az anyag nem folyik ki, és lehet instabil, ekkor kifolyik.

Feltételezésem szerint a szemcsés anyag áramlásakor ezek az instabil boltozatok korlátozzák a kifolyt anyag mennyiségét. Ennek a hipotézisnek az igazolását részben kísérleti úton bizonyítottam (fotó), részben az ezen feltételezésekkel kapott, tömegáramra vonatkozó számítások eredményei a kísérleti eredményekkel jó egyezést mutatnak (lásd 4. tézis). A kifolyás sebességét, térfogat- és tömegáramot a boltozatok összeomlásakor kihulló anyagmennyiségből számíthatjuk. Ez tölcséres és térfogati kifolyás esetén is igaz.

a. ***A kifolyási tömegáram anyagmagasságtól való függetlensége az első tézissel elméletileg igazolható***

Szemcsés anyagok tartályból (silóból) való kifolyásakor az időegység alatt kiáramlott anyag mennyisége nem függ a kifolyónyílás fölötti anyaghalmaz magasságától (a siló töltöttségi fokától). Így kezeli az összes eddigi kifolyási modell is, de magyarázatot nem ad rá. Az általam feltételezett instabil boltozatok magyarázzák az állandóságot.

A silóban kialakuló feszültségi viszonyok a halmazmagasság függvényében változnak. A halmaz szabad felületén azonban a peremfeltételek állandóak: állandó zérus értékű a nyomás. Ugyanígy zérus értékű a nyomás nyitott kifolyónyílás esetén a nyílás fölött a boltozat határán. A peremfeltételek állandósága miatt a silóban lévő változó feszültségviszonyok a szabad peremeken, így a kifolyónyílás fölött is, állandó értékekről indulnak. Ilyen peremfeltételek esetén a boltozatok egyéb tulajdonságai sem változnak, így az ebből származó kifolyási tömegáram sem.

2. tézis: A boltozatok alakja másodfokú függvénnyel közelíthető

A kifolyási tömegáram számításához a boltozódást feltételezve szükség van a boltozat alakjának ismeretére, ezt másodfokú forgási paraboloiddal közelítettem. Új a függvény variációs úton történő előállítása. A Lagrange-féle variációs elv szerint az anyagban fölhalmozódó teljes potenciális energia valóságos deformációk esetén lesz minimális.

Ehhez hasonlóan a teljes potenciális energia sűrűségét írtam föl funkcionálként, a változó azonban a boltozat alakfüggvénye volt. Próbafüggvények felvétele után végeselem-módszerrel határoztam meg az egyes boltozatalakokhoz tartozó funkcionálok értékeit. A vizsgált függvények közül a másodfokú függvény esetén volt az energia minimális. A boltozat alakját így másodfokú függvénnyel írtam le. Bevezettem egy alakra jellemző állandót, a boltozat magasságának és átmérőjének arányát, amit δ-val jelöltem. Ezzel és az átmérővel egyértelműen leírható a boltozat alakja.

3. tézis: A keresztmetszet mentén a kifolyási sebességeloszlás nem állandó, a következő függvény írja le:

$$v(x,\varphi) = \sqrt{2g\delta d}\sqrt{\left(1-\left(\frac{2x}{d}\right)^2\right)}$$

Ahol:

- x: a kifolyónyílás középpontjától mért távolság (sugár),
- d: kifolyónyílás átmérője,
- g: nehézségi gyorsulás,
- δ: boltozat alaktényezője.

Tölcséres kifolyás esetén a kifolyónyílásnál az anyaghalmaz sebessége a boltozat felületétől szabadeséssel megtett útból számítható. A sebességeloszlást a boltozat alakjából nyerjük.

4. tézis: A siló kifolyási tömegáramát a következő összefüggéssel lehet számítani:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta}\cdot\rho\cdot(d-d_p)^{\frac{5}{2}}$$

Érvényességi határai:

$$7d_p \le d \le 0{,}6D$$

Ahol:

- d: kifolyónyílás átmérője,
- g: nehézségi gyorsulás,
- ρ: halmazsűrűség,
- d_p: szemcseátmérő,
- δ: boltozat alaktényezője
- D: a siló átmérője.

A silók egyik technológiai paramétere a kifolyási tömegáram. Elsőként a sebességeloszlást integrálva a kifolyónyílás felületén, megkapjuk a kifolyási térfogatáram értékét. Beverloo és Johanson számítási módszere a térfogatáram értékének számításakor nem veszi figyelembe a szemcsés anyagok különbözőségét. Az elméletemből levezetett összefüggésben szereplő δ, mint anyagjellemző ezt az eltérést figyelembe veszi, így jobb közelítést ad különböző anyagok esetében.

Az összefüggés hasonló az eddigiekhez: domináns hatása a kifolyónyílás átmérőjének van, és az ugyanazon a 2,5-ik hatványon van. Ezen kívül a halmazsűrűség is az első hatványon szerepel. A legfőbb különbség a konstans szorzóban van. A Johanson-féle számítási módszerben szerepel a kifolyókúp átmérője is. Azonban csak nagyon szűk tartományon közelít a valóságos értékhez, és a szélső esetekben nagymértékű hibát tartalmaz. Beverloo módszere empirikus alapokon nyugszik, így a konstansok értékeinek nincs fizikai tartalma, valamint az anyagtulajdonságok közül csak a halmazsűrűséget veszi figyelembe. Ezen kívül az érvényességi tartománya nem terjeszthető ki a térfogati áramlás esetére. Modellem egy elméleti úton levezetett, fizikai tartalommal bíró konstansokat tartalmazó számítási mód. A modell tölcséres áramlás esetén elméleti, térfogati áramlás esetén félempirikus módon írja le a jelenséget.

5. SZAKMAI PUBLIKÁCIÓK JEGYZÉKE

Tudományos diákköri dolgozatok

1. Oldal István: A természetes boltozódás folyamatának kísérleti vizsgálata, TDK dolgozat, Gödöllő, 1998.
2. Oldal István: A természetes boltozódás folyamatának kísérleti vizsgálata, TDK dolgozat, Gödöllő, 1999.
3. Oldal István: Ürítés és boltozódás kísérleti vizsgálata silóknál, TDK dolgozat, Gödöllő, 2000.
4. Oldal István: Ürítés és boltozódás kísérleti vizsgálata silóknál, OTDK dolgozat, Sopron, 2001.

Nemzetközi konferencia proceedings (magyarul):

1. Dr. Csizmadia Béla, Oldal István: Silóból történő ürítés kísérleti vizsgálata, Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka VI.. Kolozsvár, 2001. márc. 23-24.

Nemzetközi konferencia proceedings (világnyelven):

1. Oldal István, Dr. Csizmadia Béla: Emptying hard flowing materials from silos, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Bertinoro, 2002. márc. 6-9.
2. Oldal István: Experimental study on pressure distribution in silo model, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Milano Marrittima, 2003. május 7-10.

3. Dr. Csizmadia Béla, Oldal István, Keppler István: Quasi-triaxial appararus for the determination of mechanical properties of granular materials, 20th Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, Győr, 2003. szept. 24-27.
4. Oldal István, Dr. Csizmadia Béla: A model for discharge of a silo, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Porretta Terme, 2004. május 12-15.
5. Oldal István: Method of determining rate of discharge from silo, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Castrocaro Terme, 2005. május 4-7.
6. Oldal István: Parameter identification for computing discharge rate in a silo, TC15-YOUTH IMEKO SYMPOSIUM, Puchov, 2006. május 10-13.

Lektorált cikkek idegen nyelven

1. Szüle Zs.-Csizmadia B.-Soós P.-Domonkos E.-Oldal I.: Outflow and arching properties of granular materials, Hungarian Agricultural Engineering14/2001., Hungarian Intstitute of Agricultural Engineering, Gödöllő
2. Oldal István: Determination of velocity distribution at silo outlet, Romania North University of Baia Mare Scientific Bulletin, Baia Mare, 2007. (sa)

Lekorált cikkek magyar nyelven

1. Oldal István: Boltozatok alakjának meghatározása variációs módszerrel, Gép 2006/1.
2. Oldal István: Szemcsés anyagok kifolyásának modellezése silóknál, Gép 2007. (sa.)
3. Dr. Csizmadia Béla, Oldal István: Szemcsés halmazok silóból való ürítésének mechanikai problémái, Olaj, szappan, kozmetika 3. 2002. LI. évf., Budapest (felkérés az Ürítés és boltozódás kísérleti vizsgálata silóknál, OTDK dolgozat alapján)

Idegen nyelvű hivatkozások:

1. Tóth, Axel R.: Assemblies of irregular particles stored in silos, Procs. QuaDPM'03 Workshop, Bp., 2003. aug. 25-28. (hivatkozás a Szemcsés halmazok silóból való ürítésének mechanikai problémái című publikációra)

Konzulensi tevékenység TDK-n résztvevő dolgozatokban

1. Varga Bernadett: Szemcsés halmazok tönkremeneteli folyamata, TDK dolgozat, Gödöllő, 2002.
2. Tamás Péter: Silóból való kifolyás kísérleti vizsgálata, TDK dolgozat, Gödöllő, 2003.

Kutatási munkában való részvétel

1. Dr. Szüle Zsolt: Gravitációs, fluid és csigás ürítésű tartályok elméleti kérdései, OTKA T 025365, 1998-2001.

2. Dr. Csizmadia Béla: Szemcsés halmazok anyagtulajdonságai és boltozódási hajlama közötti összefüggések felderítése, OTKA T 035022, 2001-2004.

Egyéb szakmai lektorált cikkek

1. Dr. Szabó István, Oldal István: Szegecskötések vizsgálata, Gép 2006/12.