Szent István Egyetem
Gödöllő

REGRESSZIÓS MODELLEK ALKALMAZÁSA A KERESLET ALAPÚ ÁRKUTATÁSBAN

Doktori (PhD) értekezés

LÁZÁR EDE

Gödöllő
2011

A doktori iskola

megnevezése: **Gazdálkodás- és Szervezéstudományi Doktori Iskola**

tudományága: **Gazdálkodás- és Szervezéstudományok**

vezetője: **Dr. Szűcs István**
egyetemi tanár
Szent István Egyetem, Gödöllő
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar
Közgazdaságtudományi és Módszertani Intézet

témavezető: **Tóthné Dr. Lőkös Klára**
egyetemi docens
Szent István Egyetem, Gödöllő
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar
Közgazdaságtudományi és Módszertani Intézet

Az iskolavezető jóváhagyása **A témavezető jóváhagyása**

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS 6
2. ÁRKUTATÁSI MÓDSZEREK 11
2.1. Egy termék optimális ára - szakirodalmi feldolgozás 11
2.1.1. Árképzési módszerek 11
2.1.2. Árkutatási módszerek tipológiája 12
2.1.3. Árkutatási módszerek kérdezéstechnikái 15
2.2. Árkutatási módszerek részletes elemzése 17
2.2.1. Közvetlen megkérdezés nyitott kérdéssel 17
2.2.2. A Gabor-Granger módszer 17
2.2.3. A Van Westendorp modell 20
2.2.4. Conjoint analízis 25
2.2.4.1. BPTO (Brand Price Trade-Off) 26
2.2.4.2. Hagyományos conjoint 26
2.2.4.3. Adaptív conjoint 27
2.2.5. DCM *(Discrete Choice Model)* 28
2.2.6. Ökonometriai modellek 28
2.2.7. Összefoglalás és következtetések. 29
2.3. Árkutatási módszerek a marketingkutató cégek kínálatában 31
3. AZ OPTIMÁLIS ÁR MEGHATÁROZÁSA A FÜGGVÉNYILLESZTÉS MÓDSZERÉVEL 33
3.1. Az árrugalmassági együttható szakirodalmi áttekintése 33
3.2. Az árbevétel maximalizálása melletti optimum ár 35
3.2.1. Mikroökonómiai alapösszefüggés 35
3.2.2. A függvényillesztés módszerének folyamata 37
3.3. A függvényillesztés módszerének empirikus alkalmazása 37
3.3.1. Az első empirikus kutatás jellemzői 37
3.3.2. A keresleti függvény illesztése 38
3.3.3. Az optimális ár analitikus levezetése 42
3.3.4. Az optimális ár meghatározása 46
3.4. A módszer kritikája, továbbfejlesztési lehetőségei 48
3.4.1. Továbbfejlesztési lehetőségek 48
3.4.2. Következtetések 52

4. BINOMIÁLIS LOGISZTIKUS REGRESSZIÓ 53
4.1. A binomiális logisztikus regressziós modell alapegyenlete 55
4.2. A paraméterek becslése 57
4.3. A modell specifikációjára vonatkozó mutatók 58
4.3.1. A likelihood függvény értékén alapuló mutatók 58
4.3.2. A modell illeszkedési jóságára vonatkozó mutatók 60
4.3.3. Modellszelekciós eljárások és modellspecifikációs mutatók az SPSS-ben 63
4.4. Marginális hatás 65
4.5. Empirikus alkalmazás 67
4.5.1. A második empirikus kutatás jellemzői 67
4.5.2. Modellspecifikáció 68
4.5.3. Kísérlet a találati arány növelésére 1.: a minta szűkítése 70
4.5.4. Kísérlet a találati arány növelésére 2.: a küszöbérték optimalizálása 72
4.5.5. Következtetések és ajánlások 76
5. A BINOMIÁLIS LOGISZTIKUS REGRESSZIÓS MODELLEN ALAPULÓ ÁRKUTATÁSI MÓDSZER 78
5.1. A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer folyamata 78
5.2. A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer empirikus alkalmazása 79
5.2.1. A harmadik empirikus kutatás jellemzői 79
5.2.2. Modellspecifikáció 81
5.2.3. A modellspecifikáció során tett lényegi megállapítások: 84
5.2.4. Az optimális ár meghatározása 86
5.3. A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer optimális módszertana 93
5.4. A két kifejlesztett árkutatási módszer összehasonlítása 94
5.4.1. A függvényillesztés módszerének alkalmazása a 3. empirikus kutatásban 94
5.4.2. Következtetések 97
6. EREDMÉNYEK, KÖVETKEZTETÉSEK, JAVASLATOK 99
6.1. Új és újszerű tudományos eredmények 99
6.2. A módszerek alkalmazásának feltételrendszere 100
6.3. A módszerek korlátai 102
6.4. Továbbfejlesztési lehetőségek 103
7. ÖSSZEFOGLALÁS 105
8. SUMMARY 110

FÜGGELÉK 115
M.1. Bibliográfia 115
M.2. A vizsgált modellek SPSS forráskódjai és eredményei 119
M.2.1. 119
M.2.2. 119
M.2.3. 119
M.2.4. 119
M.2.5. 119
M.2.6. 120
M.2.7. 121
M.3. Táblázatok jegyzéke 122
M.4. Ábrák jegyzéke 122
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS 123

1. BEVEZETÉS

„*Úgy hiszem, hogy jobb a mikroökonómiai elméletet a valós gazdasági életben tesztelni, mint azt hinni, hogy alkalmazhatatlan.”* Clive W. J. Granger (1934-2009) a 2003-as év közgazdasági Nobel díjazottja.

Egy termék vagy szolgáltatás árának fontossága nyilvánvaló, a vállalatok számára jellemzően a legfontosabb – ha nem az egyetlen – árbevételi forrást az értékesítés jelenti. Ennek megfelelően egy termék/szolgáltatás árának meghatározása, beárazása kiemelt figyelmet érdemel, ehhez képest szinte közhelyszerű megállapítás az idevonatkozó szakirodalomban, hogy a vállalatok nagy része nem fordít a téma fontosságának megfelelő figyelmet (Cram, 2006; Monroe, 1990). Az árképzési technikák egy csoportja a kereslet alapú árképzés, amelyen belül a kinyilvánított vásárlási hajlandóság vizsgálatának marketingkutatási módszereivel foglalkozom. A vállalatvezetők óvatossága és bizalmatlansága a keresletalapú árképzési módszerekkel szemben annak is tulajdonítható, hogy viszonylag kevés módszer áll rendelkezésünkre, és ezek között olyanok is vannak mindmáig a gyakorlatban, amelyek erősen megkérdőjelezhető eredményt nyújtanak.

A doktori disszertáció **célkitűzése a marketingkutatási ártesztek módszertanának fejlesztése ökonometriai modellek adaptálásával**. A kidolgozott módszertan lényege a piackutatási[1] felmérés során kinyilvánított vásárlási hajlandóság alapján meghatározott keresleti görbe és árrugalmassági együttható vizsgálata, amely elvezet az árbevétel maximalizálása melletti optimum árhoz. Ezt az optimum ár meghatározási algoritmust bemutatom egy egyváltozós modellben, amelyet "mikroökonómiai" vagy a „függvényillesztés” módszerének nevezek, és alkalmazom többváltozós binomiális logisztikus regressziós modellre is, amelyet "ökonometriai" módszerként általánosítok. Az értekezés szakirodalmi áttekintésében és főanyagában három tudományterületet is érintek: a marketingkutatást, az ökonometriát és a mikroökonómiát.

Mikroökonometriai modellek – a téma aktualitása

A többváltozós gazdaságstatisztika és az üzleti tudományok határterületén egy új diszciplína alakult ki, aminek a kilencvenes évektől egyre közismertebb neve a mikroökonometria. Hausman (2001) meghatározása szerint a nemzetgazdasági folyamatok ökonometriai modellezése helyett a mikroökonómiai egységek; a fogyasztó, a háztartás és

[1] A marketingkutatás és piackutatás fogalmakat szinonimákként használom.

a vállalat piaci viselkedésére vonatkozó adatok elemzésére irányul. A téma aktualitását és súlyát jelzi, hogy a 2000, évi közgazdasági Nobel díj a téma két úttörő fejlesztőjének James J. Heckman-nek şi Daniel McFadden-nek volt ítélve. Munkásságuk nagyrészt a nemlineáris regressziós modellek egy családjára, a kategoriális és korlátozott eredményváltozójú *(Categorical and Limited Dependent Variables – CLDV)* modellekre irányult. McFadden Nobel díjat érő érdemének a kvalitatív döntési modellek (*qualitative choice models*) mérési problémájának egy általános, és a közgazdasági döntéselmélethez kapcsolódó megoldását tartják (Kézdi, 2005). Konkrétabban fogalmazva a döntési modellek és a regressziós modellek, azon belül a logisztikus regressziós modellek összekapcsolásáról beszélhetünk.

A gazdaság- és társadalomtudományi empirikus kutatások során nagyon sok olyan szituációt szükséges elemezni, amelyben a modellezni kívánt jelenség inkább diszkrét, mint folytonos változóval jellemezhető. Ilyen például a munkaerőpiaci részvétel, tartós fogyasztási cikkek beszerzésének, vagy akár valamelyik politikus választási esélyének modellezése. A **kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek** (*CLDV*) elnevezés is arra utal, hogy közös jellemző a magyarázott, függő változó diszkrét, kategoriális jellege, ezért a hagyományos (lineáris) regressziós modellek nem, vagy csak részlegesen alkalmazhatók. E modellek egyre nagyobb teret hódítanak a szakirodalomban és a gyakorlatban egyaránt. Több ökonometriai kézikönyv legalább egy fejezetet szán a témának (Amemiya, 1985; Creel, 2002; Davidson-MacKinnon, 1999; Greene, 2003; Koop, 2003; LeSage, 1999), és a gyakorlati alkalmazások, adaptációk széles spektruma jelenik meg.

Gyakorlati alkalmazások

A téma jelentőségét mutatja, hogy a gyakorlati alkalmazások számos empirikus tudományterületre kiterjednek. A logisztikus regressziót nagyon gyakran használják a kísérleti orvostudományban és természettudományban is, akárcsak a többi *CLDV* modellt, például a róla elnevezett tobit modellt James Tobin alkalmazta először gazdasági adatokra, de korábban is volt már hasonló modell a műszaki kutatásokban. Az üzleti, mikroökonometriai alkalmazások az üzleti döntések szinte minden területére kiterjednek, ahol elegendő és jól strukturált adat áll a döntéstámogatás rendelkezésére. A teljesség igénye nélkül megemlítek néhányat.

- Ügyfélkapcsolat menedzsment (*CRM*). Napjaink egyik legtöbbet emlegetett üzleti alkalmazása, gyors fejlődésének fő mozgatóerői a felértékelődő ügyfélközpontúság, az ügyféladatokon alapuló minél pontosabb és részletesebb ügyfélszegmentáció igénye, és az

egységes adattárház működtetéséhez szükséges hardver és szoftver eszközök növekvő minőség/ár aránya. Adattárház alkalmazásával megvalósítható akár milliós ügyféltábor (pl. telefonszolgáltatók esetében) naprakész ügyfélszegmentációja és ügyfélértékelése. Az ügyféllemorzsolódást (*churn*) előrejelző modell működtetéséhez, a „milyen típusú ügyfelek esetében várható a szolgáltató váltás?" típusú kérdés megválaszolásához is alkalmas a logisztikus regresszión alapuló modell.

- Pénzügyek. Hitelminősítés (*credit scoring*), illetve a csődelőrejelzés. Ezek a modellek a meglévő (történeti) adatok alapján, meghatározható találati pontossággal jelzik előre, hogy az adott jellemzőkkel rendelkező hiteligénylő visszafizeti-e hitelét vagy sem (Virág Miklós, 2004). A módszert a `60-as években az Egyesült Államokban a hitelkártyák gyors elterjedése és igénylése során fejlesztették ki. Az alkalmazott statisztikai, ökonometriai modellek közül a kezdetekben a diszkriminancia-elemzést használták, mára sokféle modellt adaptáltak, közöttük a neurális hálón, információs mátrixon alapulókat, de talán általánosabb a logisztikus regresszió alkalmazása.

Az értekezés a lehetséges alkalmazások közül **marketingkutatási alkalmazást** mutat be, a kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek közül a binomiális logisztikus regressziós modell adaptációjával. Természetesen ezen a területen is sokféle céllal használható a logisztikus regressziós modell: a keresleti oldal szegmentációja, elégedettség vizsgálatok során, de gyakran használom a lineáris regressziós modellel párhuzamosan, az eredmények „validálására". (Értelemszerűen különbségnek kell lennie a numerikus függő változójú lineáris modell és a numerikusból képzett *dummy*[2] változójú logisztikus modell eredményei között, de ez utóbbi is mindenképp segíti a kutatót az összefüggések összképének megtalálásában). Mivel a lineárissal szemben a logisztikus modell nem feltételezi a függő és a független változók közötti lineáris kapcsolatot, ezért kutatásmódszertani, adatelemzési szempontból úgy is tekinthetünk a logisztikus regresszióra alkalmazására, mint ami részben kiváltja a kategoriális változók közötti kapcsolatok vizsgálatának egydimenziós módszereit (pl. kereszttábla elemzés). Itt a hangsúly nem a gyorsabb vagy egyszerűbb elemzésen van, - mivel egy jó modellspecifikációhoz ajánlott, hogy tisztában legyünk a változók páronkénti kapcsolataival is -, hanem a multidimenzionális elemzés legfontosabb előnyét, az indirekt hatások kiküszöbölését emelném ki.

[2] Nulla és egy értékekkel rendelkező kétértékű, dichotóm változó. A numerikus változó értékeinek besorolását meghatározó küszöbértéket a változó eloszlásának ismeretében választjuk meg.

A doktori disszertáció témája azonban egy sokkal specifikusabb alkalmazása a binomiális logisztikus regressziós modellnek: **egy termék/szolgáltatás keresletének a vizsgálata és az optimális ár meghatározása**. Bevezetésképp röviden összefoglalom a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer folyamatát. Megállapítható, hogy az első, legfontosabb és egyúttal legidőigényesebb rész a keresletet modellező logisztikus regressziós modell specifikációja, amelyben a **függő változó a termék/szolgáltatás kereslete**, a független, magyarázó változók pedig a termék/szolgáltatás paraméterei, illetve a potenciális vásárlók jellemzői. Az egyik független változó a szolgáltatás ára, aminek a határhatásából képezzük az **árrugalmassági együtthatót**. Mindkét kifejlesztett árkutatási módszer közös kiindulópontja az a mikroökonómiai evidencia, ami véleményem szerint a marketingben nem kap elég figyelmet: vagyis adott keresleti görbe mentén azon az áron érhetünk el maximális árbevételt, ahol az árrugalmassági együttható abszolút értéke egyenlő eggyel (levezetés a későbbiekben a 35. oldalon). A keresleti függvényt jelentő modell specifikációja és az ebből levezetett árrugalmassági együttható megtalálása után már viszonylag könnyű a dolgunk; az optimális árat az árrugalmassági együttható egyenlő –1 összefüggésből fejezzük ki. Ez az ár jelenti azt az optimális árat, amely mellett a termék/szolgáltatás értékesítéséből származó árbevétel maximális. Az optimális árat visszahelyettesítve a regresszió egyenletbe megkaphatjuk a vásárlás átlagos valószínűségét, vagyis az adott árhoz tartozó kereslet nagyságát is.

A kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek családjából az értekezésben nem tárgyalom a korlátozott eredményváltozójú modelleket, annak ellenére, hogy a legelterjedtebb ilyen modell, a Tobit modell is jól alkalmazható a keresletalapú árképzésben, hasonló árkutatási módszert kidolgoztam erre a modellre is (Lázár, 2008). A módszerek bemutatásánál elsődleges szempontnak a **gyakorlati alkalmazhatóságot** tartottam. Mind a szakirodalmi áttekintés során kritikai elemzés alá vont árkutatási módszerekhez fűzött javaslataim, mind a saját fejlesztésű módszereim bemutatásánál az esetleges statisztikai feltételek megsértése nélküli legjobb, leggyorsabb gyakorlatot próbálom meghatározni.

A doktori disszertáció felépítése

Mivel a disszertációban több tudományterületet is érintek, ezért a szakirodalmi feldolgozás illetve az anyag és módszer strukturális elemek megtalálhatóak mind az ökonometriai, mind a marketingkutatási résznél. A dolgozat célja az árkutatási módszertan fejlesztése, ezért nem egy empirikus kutatáson keresztül követem a modernista kutatásmódszertant,

hanem három különböző, részben vagy teljesen általam vezetett marketingkutatási projekten keresztül mutatom be a modellek alkalmazását.

A disszertáció a következő struktúrát követi:

1. fejezet. Bevezetés.

2. fejezet. Az árképzés és az árkutatási módszerek szakirodalmi feldolgozása. Az árazás általános problémájától szűkítem a vizsgálandó témát a keresletalapú árképzési módszerek, árkutatási technikák viszonylag részletes elemzésére. A kritikai észrevételek mellett módosító javaslatokat is megfogalmazok az egyik, a gyakorlatban elterjedt módszerrel kapcsolatban.

3. fejezet. A függvényillesztés módszere. Ezt a módszert az ökonometriai árkutatási modell eredményeinek validálására, „mellékesen" fejlesztettem ki, de a módszer újszerűsége, könnyű és gyors alkalmazhatósága, illetve az empirikus próbák jó eredményei miatt meglátásom szerint külön fejezetet érdemelt. Tartalmi szempontból nem illik teljes mértékben a dolgozat címéhez, mivel nem a logisztikus regressziós modellen alapul, de jó felvezetőnek találom a központi téma megértéséhez, illetve gyakorlati kiegészítéséhez. A módszert egy empirikus kutatás során is kipróbálom.

4. fejezet. A binomiális logisztikus regresszió. Ez a fejezet a szakirodalmi áttekintésen és a modellspecifikáció „legjobb marketingkutatási gyakorlatának" megtalálásán túl, egyéni hozzáadott értékként a logisztikus regressziós modell küszöbértékének egyfajta optimalizálási algoritmusát is tartalmazza. Ez a fejezet is bemutat egy másik empirikus kutatást.

5. fejezet. A disszertáció központi témáját **az optimális ár meghatározása a binomiális logisztikus regressziós modell alkalmazásával** jelenti. Az optimalizálási cél és alapösszefüggés ugyanaz, mint a harmadik fejezetben, de ebben a módszerben megjelennek a többváltozós ökonometriai modell előnyei, és egyúttal hátrányai is. A módszertani fejlesztés itt sem nélkülözi a gyakorlati kipróbálást egy harmadik empirikus kutatás keretein belül.

6. fejezet. A bemutatott eredmények, következtetések és továbbfejlesztési javaslatok számba vétele.

7. fejezet. Összefoglalás.

2. ÁRKUTATÁSI MÓDSZEREK

Ebben a fejezetben részletesen bemutatom és kritikai elemzés alá vonom a marketingkutatási gyakorlatban alkalmazott árkutatási módszereket.

2.1. Egy termék optimális ára - szakirodalmi feldolgozás

2.1.1. Árképzési módszerek

A téma fontosságát mutatja egy termék/szolgáltatás beárazását többen a marketing egyik legfontosabb kérdésének tekintik (Gijsbrechts 1993; Monroe 1990). Monroe (1990, 18. oldal) szerint azoknak a vállalatoknak van sikeres árképzési gyakorlata, amelyek tudatosan törekednek az árral kapcsolatos döntéseik fogyasztói reakcióinak folyamatos vizsgálatára, annak megértésére, hogy hogyan érzékelik a fogyasztók az árat és hogyan alakítják az érték percepcióját, vagyis az áron keresztül hogyan értékelik a termék/szolgáltatás minőségét.

Az árképzési módszerek három nagy csoportja (Bauer-Berács, 2002, 259. oldal) az ár viszonyítási alapja szerint különül el:

1. Költségelvű vagy haszonkulcsos árképzés. Az árnak fedezetet kell nyújtania a termelési és értékesítési költségekre és egy előre megállapított nyereségre. Olyan piacon, ahol a vállalat nem tudja befolyásolni a piaci árat alapvető kérdés, hogy a vállalat rendelkezik-e akkora termelési kapacitással, ami meghaladja a fix és változó költségek által meghatározott fedezeti pontot.

2. Versenytársakhoz igazodó árképzés. A piaci árakat a kereslet és kínálat együtt határozza meg. Ha egy vállalat a piacon már meglévő termékkel jelenik meg a piacon, akkor az árpolitikája egyértelműen behatárolt a versenytársak árai által, de a piac számára új termék bevezetésénél is elsősorban nem a kereslet alapján tájékozódik, hanem a versenytársak hasonló termékeinek árai alapján alakítja ki a sajátját. Ezt általában kisebb piaci részesedéssel rendelkező vállalatok, az úgynevezett piackövetők alkalmazzák.

3. A keresletelvű árképzés egyik meghatározó szempontja, hogy a termék milyen életgörbe szakaszban található. Kétféle alaptípusa közül a behatolásos stratégia olyan alacsony árat határoz meg, amely a versenytársak árai alatt van, ezáltal a piaci részesedés növelésével kecsegtet. Ez jellegében inkább az előző két árképzési módszer kombinációjának tekinthető, míg a másik módszertani véglet a lefölözési stratégia a kereslet fogyasztói többletére irányul és célja a minél nagyobb extraprofit elérése.

A dolgozatban bemutatott két árkutatási módszer ez utóbbi csoportba sorolható, de nem csak a termék életciklus telítődési szakaszában alkalmazhatók, hanem elsősorban a

bevezetésnél. Alkalmazásaiknak alapvető feltétele, hogy viszonylag tág terjedelem legyen a költségek által meghatározott fedezeti pont és a piaci ár között – ha nem teljesen új termékről van szó. Ez a feltétel adódhat egy természetes vagy mesterséges monopólium, termék innovációnak köszönhető versenyelőny, erős márkaismertség és -lojalitás kvázi monopóliuma, vagy akár egy gyártási technológiafejlesztésnek köszönhető költségcsökkenés esetén.

Tóth István János és Vincze János (1998) a kis-, közép- és nagyvállalatok vállalatok árképzési gyakorlatát vizsgáló kutatásukban az egyik kérdés arra irányult, hogy a magyar vállalatok inkább az inputárak, a technológiai változások, vagy pedig a kereslet változása hatására módosítanak árat, illetve árazzák be új termékeiket. A válaszok alapján az inputárak változása a legfontosabb, a kereslet hatása sokkal kevésbé és a technológia szerepe az árazásban nem nagyon lényeges. Egy új termék ármeghatározásánál figyelembe vett tényezők közül a fajlagos termelési költségek, a minőség megtartásának szükségességét követik a piaci keresleti feltételek és a tradicionális versenytársak árai. Megállapítható, hogy a magyar vállalatok körében a költségelvű és a versenytársakhoz igazodó módszerek mellett a keresletalapú árképzés is megjelenik.
A keresletalapú árképzés alapját a piaci kereslet felmérését jelenti. Alapvető kérdés, hogy a piackutatás mire irányuljon, a potenciális fogyasztók mi alapján mondanak árat? A belső referenciaár Rekettye (1999, 52. oldal) szerint az az érték, amit a fogyasztó egy adott áruért indokoltnak tart megadni. Ennek mértékét leginkább a jelenlegi árak, a múltbéli árak és a vásárlási szituáció befolyásolja. A referencia ár megismerésére több árkutatási módszert fejlesztettek ki a piackutatásban.

2.1.2. Árkutatási módszerek tipológiája

Cram (2006, 25. oldal) szerint meglepően kevés cég alkalmazza megfelelően és hatékonyan az árkutatási módszereket. Idézi Monroe és Cox (2001) kutatását, akik azt találták, hogy a vizsgált cégek 88%-a egyáltalán nem vagy csak kis mértékben veszi komolyan a keresleti oldal vizsgálatán alapuló árkutatásokat. Ennek egyik nyomós oka, a módszertani bizonytalanságok mellett az, hogy fenntartásokkal kezelik a **kinyilvánított vásárlási hajlandóságon** alapuló információt, az angol szakirodalomi rövidítés szerint a WTP-t (*willingness to pay*). Az adatbázistechnológiák, az *online* és a valós idejű *(real time)* információszerzés, a marketinginformációk rendszerek fejlődése nemcsak az adatok minőségét és megbízhatóságát, hanem az alkalmazható módszerek spektrumát is bővítette. Cram (2006, 26. oldal) a következő két csoportba osztva sorolja fel az árkutatási módszereket:

- A **vásárlási hajlandóság** vizsgálatán alapuló módszerek: közvetlen megkérdezés nyitott kérdéssel, a Gabor-Granger módszer, a Van Westendorp modell (PSM), a BPTO, a *conjoint*-elemzések különböző formái és a diszkrét választási modellek (*Discrete Choice Models).*
- A **tényleges vásárláson** alapuló módszerek: értékesítési adatok, panel adatok, illetve áruházi pénztár leolvasóból származó adatok. Ide sorolhatók a szimulált vásárlási tesztek, áruházi kísérletek is, amelyek lényegesen jobban mérik a rezervációs árat, mint az előbbi csoportba tartozó piackutatási módszerek, mivel a vásárlási szituáció tényleges marketing-mix feltételek közé van helyezve (Wertenbroch és Skiera, 2002). (Ilyen például az ACNielsen cég BASES rendszere.)

Pritchard (2009) cikkében, de Cram (2006) szerint Iacobucci (2001), illetve Bachaus et al. (2005) is további két csoportba bontja a vásárlási hajlandóság vizsgálatán alapuló módszereket.

- A **direkt** árkutatási technikák alapvető premisszája, hogy a célpiacba tartozó interjúalanyok tudják, hogy számukra a vizsgált termék vagy szolgáltatás mennyit ér, és ezért értelmezni tudják a közvetlenül az árra vonatkozó kérdést. Ide tartoznak a Gabor-Granger modell, a Van Westendorp modell és a későbbiekben bemutatásra kerülő, a keresleti függvény pontos meghatározására irányuló, az árbevétel maximalizálását célul tűző módszer.
- Az **indirekt** módszerek az ár mellett más termékjellemzőket is figyelembe véve az egész csomagra vonatkozóan tesznek fel kérdéseket az interjúalanyoknak és ezekből következtetnek az árra. Ilyenek például a conjoint modellek különböző fajtái, a diszkrét választási modellek (discrete choice models), - amelyeket a conjoint egy változatának tartanak - és ide sorolhatók a dolgozat tematikus központját jelentő ökonometriai modellek.

A magyar nyelvű szakirodalomban Rekettye (1999, 66.-69. oldal) sorolja fel az árkutatási módszereket a következő tipológia szerint:

- kérdőíves felmérések, ezen belül részletesen bemutatja a Van Westendorp modellt,
- szimulációs tesztek,
- kiskereskedelmi kódleolvasásra épülő piaci tesztek,
- matematikai-statisztikai elemzések.

Ez a tipológia egyaránt tartalmaz az adatgyűjtés módja illetve az adatelemzés technikája szerinti különbségtételt. Ma már a matematikai-statisztikai (ökonometriai) elemzések az adatgyűjtés módjától függetlenül alkalmazhatóak. (Természetesen feltételezve az elemzésnek megfelelő adatstruktúrát.)

Az információ-technológiai fejlődés generálta adatminőség javulásnak (pl. szkennelt tényleges értékesítési adatok, CAPI[3], internetes adatgyűjtés), és az ezzel összefüggésben levő módszertani fejlődés alapján a következő tipológiát javaslom:

Az adatforrás alapján továbbra is indokoltnak tartom a **kinyilvánított** vásárlási hajlandóságot és a **tényleges**, vásárlási adatokon alapuló keresletet. Nem csak az adatok megbízhatósága miatt indokolt ez a megkülönböztetés, hanem a kinyilvánított kereslet vizsgálatánál a kérdezés technikájának kiválasztása meghatározza a módszert, és az elemzés szempontjából megfelelő adatstruktúrát.

A direkt-indirekt módszerek meglehetősen többértelmű kategóriái helyett, módszertani megfontolásból **egy-** illetve **többdimenziós** csoportosítást javasolok. Az egydimenziós módszerek a keresletet meghatározó tényezők közül csak az ár hatását vizsgálják, a többdimenziósok pedig értelemszerűen más tényezőket is figyelembe vesznek. A módosító javaslatom nem csak az átnevezésben merül ki, hanem az egy- és többdimenziós felosztást kiterjesztem a tényleges keresleti adatokon alapuló módszerekre is. A dolgozatban bemutatott fejlesztések ugyanis kibővítik a tényleges keresleti módszerek lehetőségeit is. Ez a két módszer; a keresleti görbe empirikus meghatározásán alapuló függvényillesztés módszere és az ökonometriai modelleken, azon belül a logisztikus regresszión alapuló módszer egyaránt alkalmazható a megkérdezésből illetve a tényleges vásárlási szituációból származó adatokra is.

1. sz. táblázat. Árkutatási módszerek tipológiája.

	Egydimenziós módszerek	**Többdimenziós módszerek**
Kinyilvánított kereslet	Közvetlen megkérdezés nyitott kérdéssel Gabor-Granger Van Westendorp Függvényillesztés módszere	Conjoint modellek DCM (*discret choice models*) Ökonometriai modellek
Tényleges kereslet	Gabor-Granger Függvényillesztés módszere	Ökonometriai modellek

Forrás: saját szerkesztés.

A marketinginformációs rendszerek terjedésének köszönhetően a tényleges keresleten alapuló módszereknek növekvő jelentőségük van. Olyan cégeknél is használható módszerekről van szó, ahol nincs felépített marketinginformációs rendszer, de van valamilyen vállalatirányítási rendszer vagy legalább rögzítve vannak a különböző árak és egyéb termékjellemzők melletti értékesítési adatok.

[3]CAPI - *Computer Aided Personal Interview*. Számítógéppel támogatott személyes interjú.

2.1.3. Árkutatási módszerek kérdezéstechnikái

A módszerek többé-kevésbé részletes bemutatása előtt nézzük meg, hogy a kinyilvánított vásárlási hajlandóság vizsgálatához szükséges adatokat milyen kérdezéstechnikai megoldásokkal lehet megszerezni. Ez ugyanis meghatározza az árteszt módszerét.

1. **Nyitott kérdés**. A legegyszerűbb dolga egy piackutatónak akkor van, ha a "mennyit fizetne Ön...?" típusú nyitott kérdéssel vizsgálja egy termék vagy szolgáltatás megvásárlásának a hajlandóságát, majd a válaszokat átlagolja. Lyon (2002) szerint az ilyen felmérések alapvető problémája, hogy a nyitott kérdés hallatán az interjúalany azonnal alkupozícióban érzi magát és a válaszok meg sem közelítik (alulról) azt az árat, amelyet tényleges vásárlási körülmények között hajlandó lenne kifizetni.

2. **Monadikus teszt**. A monadikusnak nevezett ártesztek során csak egyetlen árat kérdezünk az interjúalanytól: "megvásárolná-e Ön az előbbiekben bemutatott terméket x összegért?...". Ezért ahhoz, hogy legalább egy lineáris keresleti "görbét" fel tudjunk rajzolni két független részmintára kell bontani a tervezett mintát, de egy realisztikusabb keresleti függvényhez legalább négy-öt tesztelt ár és ennek megfelelően ugyanennyi részminta szükséges. Ez jelentősen növeli az adatgyűjtés költségeit főképp, ha figyelembe vesszük a részmintákból becsült értékek standard hibáit is. Lyon (2002) felhívja a figyelmet arra az általam is tapasztalt hiányosságra, hogy az ilyen ártesztek során a marketingkutatók megfeledkeznek a standard hiba figyelembe vételéről. Állítása szerint a piackutatási gyakorlatban legjellemzőbb a 100-as részminta és sosem találkozott 500-as vagy annál nagyobb - azonos ár tesztelésére létrehozott - részmintával. A 100-as részminta maximális standard hibája, 95%-os megbízhatósági szint és "végtelen alapsokaság"[4] esetén ± 9.8%, "véges alapsokaságnál" - például üzleti kutatásokban – a korrigált standard hiba valamivel kisebb. Ez akkor lesz maximális, ha egy adott áron az interjúalanyok 50%-a vásárolná meg a tesztelt terméket. A módszer legfőbb problémája tehát a standard hiba okozta nagy mintaelemszám igény. Lyon (2002) néhány lehetséges megoldást sorol fel. Amennyiben a kutatási probléma lehetővé teszi, válasszuk a webes kérdezést nagy mintaelemszámmal és kisebb költséggel. Jól átgondolt mintavétellel, szigorú kvóták vagy utólagos súlyozás alkalmazásával csökkenthetjük a részminta varianciáját. Ezt azzal egészíteném ki, hogy számítógéppel támogatott megkérdezésnél (web, CAPI, CATI) lehetőségünk van arra, hogy az árakat ne véletlenszerűen teszteljük, hanem a keresletet előzetes feltételezésünk szerint befolyásoló más jellemzők alapján képezzünk homogénebb

[4] Végtelen alapsokaságnak tekintem azt az alapsokaságot, amelynek számossága meghaladja a minta tízszeresét.

csoportokat. Ez azonban hatással lehet az összminta reprezentativitására, másrészt nem garantálja a kisebb standard hibát. (Lehetséges, hogy a több szempont alapján képzett lehető leghomogénebb részmintában is 50% vásárolná meg a terméket, az adott részminta maximális standard hibáját eredményezve). Részleges megoldást kínál az is, ha az árpontokat az előre kalkulált standard hibánál nagyobb terjedelemből választjuk, de véleményem szerint ez nem elégséges megoldás, ha keresleti görbét szeretnénk létrehozni az ár-kereslet pontokból. Több problémán is segítünk, ha még egy vagy több árat tesztelünk.

3. **Több ár tesztelése**. Az első tesztelt árra adott választól függően az igen válasz után nagyobb árat, nem válasz esetén kisebb árat kérdezünk az interjúalanytól. Az „árlétrának" is nevezett technika addig folytatja a folyamatot, amíg az interjúalany ellentétes választ nem ad, vagy el nem érkezünk a tesztelni kívánt árak szélső értékeihez. Könnyen belátható, a piackutatók körében általánosan elfogadott ellenérv a módszerrel szemben, hogy az interjúalany hamar rájön az alku helyzetre és ennek megfelelően reagál, teljeséggel használhatatlan értékeket eredményezve. Ezért ezt a kérdezési lehetőséget ma már általában nem ajánlják.

4. **Külső referencia árhoz való viszonyítás**. A disszertációban elsőként bemutatott empirikus kutatásban[5] olyan kérdezéstechnikai megoldást alkalmaztam, amelyben először egy külső referencia árat teszteltünk, és ha az interjúalany nem fogadta el, akkor nyitott kérdéssel kérdeztük, hogy mennyit lenne hajlandó érte fizetni[6]. Ez a technika reményeim feletti mértékben bevált, a referencia ár „működött", mivel ha nem is fogadták el, de az interjúalanyok által mondott árak szinte kivétel nélkül reális tartományba estek. Ilyen típusú kérdezésnél a második kérdés lehet segített is, de a nyitott kérdezésből származó több ár-kereslet páros a keresleti függvény meghatározásánál előnyt jelent.

5. **Nyereményjáték alapú kísérlet**. A rezervációs ár becslésére irányul egy érdekes nyereményjáték alapú kísérlet (Wertenbroch és Skiera, 2002). A boltba belépő vásárlókból választott minta elemeinek felkínálják, hogy megvásárolhat egy terméket azon az áron, amelyet meghatároz. Miután a potenciális fogyasztó megadja az általa elfogadott árat (s), kihúznak egy általuk nem ismert véletlen eloszlású halmazból egy felkínált árat (p). Ha $p \leq s$, akkor a fogyasztó megvásárolhatja az adott terméket p áron. Ha azonban $p > s$, akkor nem veheti meg a terméket. Ezáltal a fogyasztó rá van kényszerítve, hogy az adott

[5] A későbbiekben, a 33. oldaltól részletezem.
[6] A módszert az a vezetői döntési probléma indokolta, hogy a megbízó kíváncsi volt arra, hogy a Magyarországon már forgalmazott termékeinek árai milyen fogadtatásra találnak a romániai piacon.

pillanatra vonatkozó valós rezervációs árát adja meg, hiszen ha túl alacsony árat mond, akkor nagyobb a valószínűsége, hogy elesik a tranzakciótól. Hasonlóképpen működik néhány internetes aukciós oldal (pl. priceline.com). Ezt a módszert természetesen csak olyan FMCG termékek ártesztjénél lehet alkalmazni, amelyek viszonylag kis értékűek és meghatározott időtartamon belül összetoborozhatók a kísérletben részt vevő, a termék vásárlására kész fogyasztók.

2.2. Árkutatási módszerek részletes elemzése

A következőkben a gyakrabban alkalmazott árkutatási módszereket mutatom be, részletesebben elemezve azokat, amelyekhez újszerű megállapításokat, véleményeket vagy javaslatokat fogalmaztam meg.

2.2.1. Közvetlen megkérdezés nyitott kérdéssel

A nyitott kérdésen alapuló vizsgálat és árképzés akár lehetne jól működő is, mivel a tökéletes árdiszkriminációt megvalósító alkufolyamat is ezen a kérdésen alapul. Azonban a vásárlási hajlandóság vizsgálata a potenciális fogyasztók körében több szempontból távol áll a tényleges vásárlási szituáció alkufolyamatától. Ezért a szakirodalom és a gyakorló kutatók egyetértenek abban, hogy az ilyen kérdezésből származó eredmények jelentősen alulbecsülik a tényleges vásárlási hajlandóságot, ennek ellenére előfordul az alkalmazása. A közvetlen megkérdezésen alapuló módszerek nagyon népszerűek voltak a hatvanas években (Dolan-Simon, 2000), a következő módszer is ilyen jellegű, de nem nyitott, hanem monadikus megkérdezésen alapul.

2.2.2. A Gabor-Granger módszer

Az 1960-as években kifejlesztett módszer André Gabor közgazdász, gazdaságpszichológus és Clive W. J. Granger ökonométer nevéhez fűződik. A módszer egyszerűen alkalmazza a keresleti görbére és a teljes árbevételi görbére vonatkozó mikroökonómiai állításokat a gyakorlati piackutatásban, zárt kérdéssekkel tesztelve a különböző árak elfogadását az interjúalanyok körében. A módszer részletezése előtt röviden kitérek a két szerző életútjának bemutatására[7].

André Gabor (1903-1990), Gábor Dénes Nobel-díjas fizikus, a hologram feltalálójának öccse Budapesten született, majd 1938-ban követte bátyját Angliába, ahol az

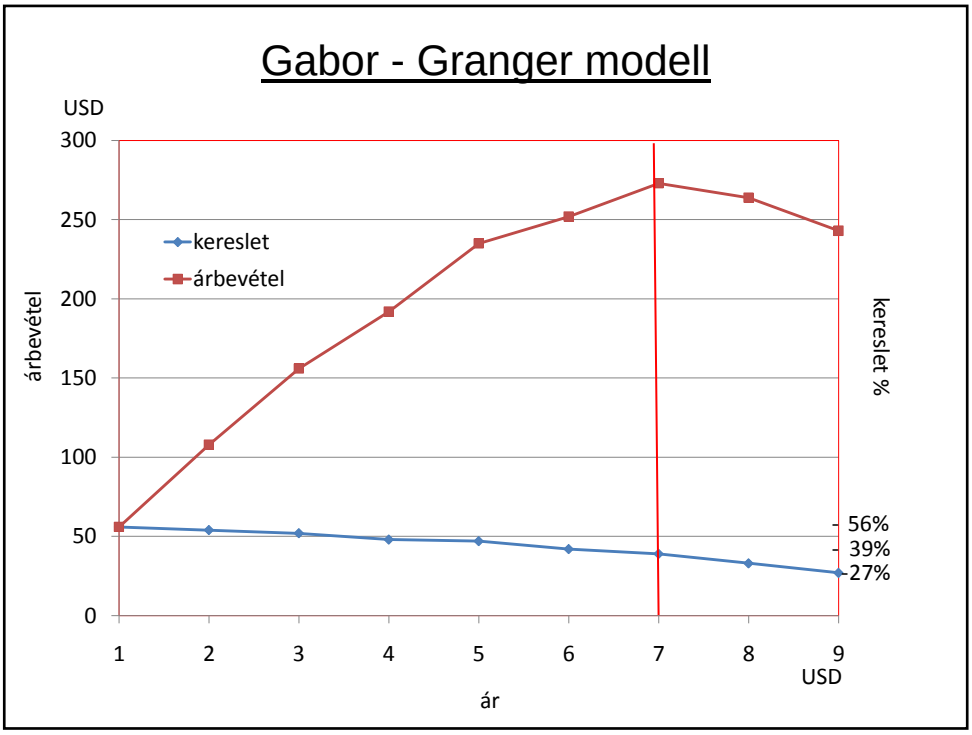
[7] Ezt azért is indokoltnak tartom, mivel a szakirodalom gyűjtése során jelentős piackutató cég honlapján találtam olyan leírást, amely egyes számban beszél Gabor Granger modelljéről. Ugyanígy Avasarikar-Chordiya „*Marketing research*” c. könyve (1986, 17. old.) szerint „Gabor Franger (sic!) egy nagy közgazdász volt…”. Tapasztalatom szerint a piackutatási ártesztek szakirodalmában meglepően sok hibás, félrevezető leírással lehet találkozni.

államigazgatásban majd az akadémiai szférában dolgozott. A berlini és a londoni egyetemen közgazdaságtant tanult, nemzetközi, szakmai ismertséget az árra vonatkozó kutatásai eredményeztek. Sokat publikáló termékeny szerző – néhány cikküket a bátyjával közösen jegyezte – legismertebb műve a „*Pricing, principles and practices*”. A Gabor-Granger módszert a Nottingham-i Egyetem Fogyasztói Kutatások Csoportjában kiskereskedelmi adatokat elemzésére fejlesztették ki.

Clive W. J. Granger (1934-2009) és Robert F. Engle magukat ökonométernek definiáló tudósok közösen vehették át a 2003-as közgazdasági Nobel-díjat. Az elismerés nem ezért a modellért, hanem az idősoros ökonometria területén kifejtett nagy ívű munkásságáért járt, ő alkotta meg az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (ARCH) fogalmát is. A díj átvételekor tartott ünnepi beszédében (Granger, 2003) úgy említi meg ennek a kis kitérőnek a tanulságát a fő kutatási területétől, mint; "úgy hiszem, hogy jobb a mikroökonómiai elméletet a valós gazdasági életben tesztelni, mint azt hinni, hogy alkalmazhatatlan."

A Gabor-Granger módszer **ároptimalizálási célja a maximális árbevétel**, vagyis azt az ár-kereslet pontot tartja optimálisnak, ahol a teljes árbevételi görbe eléri a maximum pontját. A kutatás során a vizsgált célsokaságba tartozó interjúalanyokat megkérdezik, hogy egy adott áron megvásárolná-e a terméket. A választól függően nagyobb vagy kisebb ár mellett kérdezik újra a vásárlási hajlandóságot mindaddig, amíg az interjúalany már nem venné meg, illetve csökkenő ár esetén már megvenné a terméket (Hague, 2004). A válaszok alapján ábrázolni lehet a keresleti görbét, illetve az ár és a kereslet szorzataként az árbevételi görbét is. A keresleti görbe ábrájának megfelelően a vízszintes tengelyen az árat, a függőlegesen pedig a kereslet a kérdezettek arányában, százalékos formában van feltüntetve. Ennek megfelelően az árbevétel 100 interjúalanyra értendő. (Amennyiben a minta reprezentatív és ismert az alapsokaság nagysága, akkor a kereslet illetve az árbevétel abszolút számban is könnyen kifejezhető.)

A szakirodalomhoz hasonlóan (Hague, dobney.com) és az összefüggés könnyebb átláthatósága kedvéért az alábbi ábrán egyszerre tüntettem fel a keresleti és a teljes árbevételi függvény görbéit, de megjegyzem, hogy a valóságban csak nagyon ritkán, egyhez közeli árak esetén lehetséges az, hogy a keresleti és az árbevételi függvény nagyjából azonos értéktartományban "elférjen". Még akkor sem, ha a kereslet százalékos arányban van feltüntetve és nem abszolút számban.



1.sz.ábra. A Gabor-Granger modell árbevételi és keresleti görbéje.
Forrás: saját szerkesztés, szemléltető adatok.

A teljes árbevételi függvény görbéjének ábrázolása után az optimális árat grafikusan határozzák meg, abban a pontban, ahol a görbe eléri maximumát. Az optimum ár ismeretében pedig meghatározható a hozzá tartozó kereslet.

Kritikai észrevételek, továbbfejlesztési javaslatok

A modell legfőbb erőssége egyszerűségében rejlik, mind az interjúalanyok számára feltett kérdés ("megvásárolná-e Ön x összegért ezt a terméket?"), mind az optimalizációs cél (maximális árbevétel) egyértelmű. Ez az egyszerűsége sokak számára nem elég meggyőző előny, a piackutató cégek kínálatában[8] általában a legkevésbé ajánlott módszerként tüntetik fel. Valóban a termék minden más jellemzőjétől függetlenül, csak az ár keresletre gyakorolt hatását vizsgálja, vagyis implicit módon feltételezi az ártudatos fogyasztót. Ez a megállapítás azonban elmondható a többi direkt árkutatási módszerről is.

Legproblematikusabbnak **az optimum ár megállapításának technikai részletét látom, az árbevétel görbe maximum pontjának grafikus meghatározását**. Empirikus tapasztalataim alapján az árbevételi görbe maximum pontját jelentő érték nagyon ritkán esik egybe valamelyik megfigyelt, kérdezett árral, mint ahogy a fenti szemléltető ábrán látható. Annak pontos meghatározására, hogy a két tesztelt ár között a keresleti görbe milyen értékeket vesz fel, szükség lenne függvényillesztésre, majd a függvény

[8] Árkutatásokat kínáló piackutató cégek honlapjai és módszertani leírásaik (*white paper*) alapján, 2010 novemberében.

maximumának a meghatározására. Enélkül csak a megfigyelt árpontok lineáris összekapcsolása lehetséges, ami azt eredményezi, hogy az árbevétel maximumpontja sosem lesz „számított érték”, hanem mindig valamelyik tesztelt árpontra fog esni az optimum ár.

A grafikus meghatározás pontatlanságának problémájával nyilvánvalóan szembesülnek a módszert alkalmazó piackutatók is, valószínűleg ezért találkozhatunk a módszert népszerűsítő leírások ábráikon nagyon csúcsos árbevételi görbével (*b2binternational.com, dobney.com*). A későbbiekben (3. fejezet) mutatom be a módszer továbbfejlesztésének tekinthető függvényillesztés módszerét, amely a keresleti görbe és az árrugalmassági együttható közötti összefüggésre alapozva egzaktabban határozza meg a maximális árbevételt biztosító optimális árat.

A módszer alkalmazásai, továbbfejlesztései közül megemlítendő Wedel-Leeflang (1998) modellje, amely figyelembe veszi az „x.99” típusú pszichológiai árak keresleti görbére gyakorolt hatását is.

2.2.3. A Van Westendorp modell

Peter van Westendorp holland gazdaság-pszichológus 1976-ben publikálta módszertanát egy ESOMAR konferencián, amelyet *Price Sensitivity Meter*-nek (PSM) nevezett[9]. A módszer viszonylag nagy népszerűségnek örvendett az árkutatással (is) foglalkozó marketingkutató cégek körében, de még ma is megtalálható a Nielsen, a Gfk, az Ipsos, a Harris Interactive és tucatnyi kisebb, specializált piackutató kínálatában is (Outsource Research Consulting, 5circles, market consult stb.) Mindenekelőtt elmondható erről a módszerről, hogy **a gyakorlati elterjedtsége fordítottan arányos az akadémiai idézéssel és elemzéssel**. A magyar szakirodalomban Rekettye (1999, 67. oldal) röviden bemutatja a módszert, az angol nyelvű szakkönyvek (Monroe 2003, Xu 2005)[10] is említik, de nem találunk olyan szakcikket, amely alapos, meggyőző elemzést nyújtana a módszerről. Az alkalmazó piackutató cégek jellemzően valamilyen továbbfejlesztett változatot használnak, és az eredeti módszerre vonatkozóan is találkozhatunk eltérő, illetve hibás leírásokkal. Pritchard (2009) szerint is az interneten található információ nagyrészt félrevezető vagy hibás.

A modell alapvető premisszája az ár és a minőség közötti kapcsolat, miszerint magasabb árért jobb minőségű, hosszabb élettartamú terméket kaphatunk, és ezért a fogyasztók egy

---

[9] Van Westendorp, P (1976) "NSS-Price Sensitivity Meter (PSM)- A new approach to study consumer perception of price." *Proceedings of the ESOMAR Congress.*

[10] Meglepő, hogy olyan jelentős szakkönyv, mint a „The Gower handbook of management” a piackutatási ártesztek közül egyedüliként említi.

csoportja hajlandó többet is fizetni (Weiner-Zacharias, 2004). Lock (1998) szerint a módszer a fogyasztók által érzékelt árküszöb meghatározására irányuló koncepción alapul. A modell validálására irányult egy nagyobb lélegzetű Ipsos-Insight kutatás (Weiner-Zacharias, 2004), amelyben 100 márkát teszteltek online módon egyenként 300 interjúval. A kutatás alapvető megállapítása, hogy a modell alapján meghatározott árak relevánsak a valós kiskereskedelmi árakhoz viszonyítva.

A módszer

Megkérdezésen alapuló árkutatási módszer, amely négy nyitott kérdésre[11] adott válaszokon alapul:

1. Melyik az az ár, amelyet olyan **olcsónak** tart, hogy azonnal megvásárolná a terméket?
2. Melyik az a legmagasabb ár, amelyet drágának gondol, de **még megvásárolná** a terméket?
3. Melyik az az ár, amelynél Ön úgy gondolja, hogy a termék olyan olcsó, hogy minősége **már nem lehet megfelelő**?
4. Melyik az az ár, amely már olyan **drága, hogy nem vásárolná** meg a terméket?

A kérdések leképezik a korabeli, árral kapcsolatos legfontosabb szakirodalmi állításokat, például a harmadik kérdés alsó árküszöböt is meghatároz. Kérdéses azonban, hogy a kutatás során az interjúalanyok úgy értelmezik-e a kérdéseket, mint ahogy a modell megalkotója elképzelte.

A kapott válaszok alapján létrejön a következő ábrán látható négy görbe. Két kérdésből képzett változónak az inverz kumulált relatív gyakoriságát vesszük, a másik kettőnek a kumulált relatív gyakoriságát[12]:

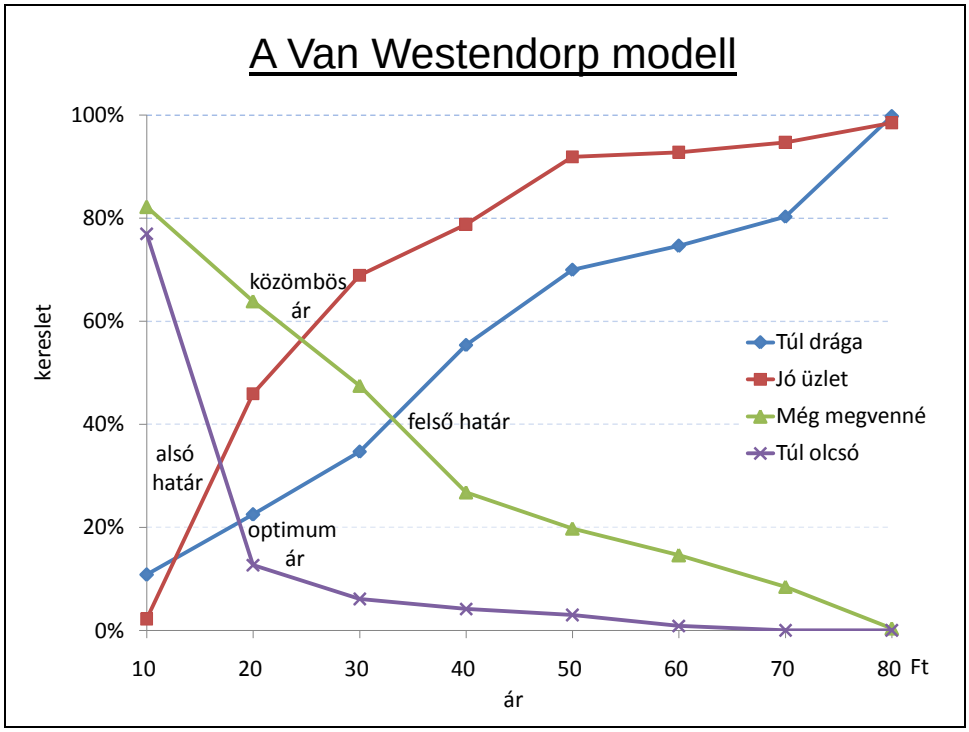
1. kérdés: a válaszok inverz kumulált relatív gyakorisága alapján felrajzoljuk az "**azonnal megvenné**" görbét.
2. kérdés: a válaszok relatív gyakorisága alapján felrajzoljuk a "**még megéri**" görbét.
3. kérdés: a válaszok relatív gyakorisága alapján felrajzoljuk a "**túl olcsó**" görbét.
4. kérdés: a válaszok inverz kumulált relatív gyakorisága alapján felrajzoljuk a "**túl drága**" görbét.

---

[11] Az eredeti kérdéseket úgy fordítottam, hogy lehetőleg minél egyértelműbb legyen az interjúalanyok számára. Rekettye fordítása (1999, 67. oldal) ettől némileg eltér.

[12] A módszert leíró szakirodalmi források között különbség van abban, hogy melyik kérdések alapján kapott kumulált gyakorisági eloszlásnak kell venni az inverzét. Több forrás, elsősorban a Wikipedia és a rá támaszkodó leírások a "még megvenné" görbe helyett a "túl olcsó" görbe számításához ajánlják az inverz kumulálást, véleményem szerint ez értelmezhetetlen függvény görbéhez vezet.

A négy görbe felrajzolása előtt természetesen ajánlott az adatok ellenőrzése és szükség szerinti tisztítása, mivel a négy kérdésből képzett változók értékei a növekvő "túl olcsó", "azonnal megvenné", "még megéri", "túl drága" sorrendben kell legyenek[13]. Számítógéppel támogatott kérdezés esetén (CATI, CAPI, online) e feltétel teljesülését instant módon lehet ellenőrizni és hibás válasz esetén újrakérdezni. Más típusú adatfelvételnél csak a teljes rekord törlése marad adattisztítási megoldásként. A kinyilvánított árak közötti távolság értelemszerűen függ a termék/szolgáltatástól és gyakran asszimetrikusan növekszik (Lock, 1998). Ha jól értelmezték és megfelelően válaszoltak meg az interjúalanyok a kérdéseket, akkor adott a következő négy görbe:



2.sz.ábra. A Van Westendorp modell.
Forrás: saját szerkesztés, szemléltető adatok.

Az ábra értelmezését nehezítik az inverz kumulált gyakoriságból képzett, pozitív meredekségű függvények. Vegyük például a "jó üzlet" görbét. A válaszok alapján a 40 Ft-os árat a kérdezettek 20%-a (a 80% komplementere) tartja olyan olcsónak, hogy ennyiért azonnal megvenné a terméket. Mivel az inverz kumulált gyakoriságot ábrázoltuk, ezért logikusnak tűnne "nem jó üzlet"-nek nevezni a függvényt, de árakban gondolkodva ez inkább azt az árat jelentené, amennyiért már nem veszik meg a terméket. Ezért megmaradunk a "jó üzlet" kifejezésnél, de az ábra értelmezésénél az inverz kumulált gyakoriságra (100% - x) figyelünk.

[13] Ez az ellenőrzés nagyobb adattábla esetén is könnyedén megvalósítható akár Excel-ben, akár SPSS-ben.

Eredmények

A négy görbe metszéspontjai a következő négy árat határozzák meg:

- PMC (*Price of Marginal Cheapness*) - marginális olcsóság vagy **alsó határ** - ugyanannyian tartják "olcsónak" a terméket, mint ahányan "üzlet"-nek.
- PME (*Price of Marginal Expensiveness*)- marginális drágaság vagy **felső határ** - ugyanannyian tartják "túl drágának" a terméket, mint ahányan "üzlet"-nek.
- OPP (*Optimal Price Point*) - **optimális ár** az a pont, amelynél ugyanannyian gondolják "túl olcsónak", mint "túl drágának" a terméket. Ennél a pontnál maximalizálva van az árat elfogadhatónak tartók száma, és minimálisra csökkentve az árváltozás adott reakció
- IDP (*Indiferent Price*) - semleges ár, vagy **közömbös ár** ugyanannyian tartják "üzletnek" a terméket, mint ahányan "drágának". Van Westendorp szerint ez az ár jól közelíti egy termék piaci árának mediánját, illetve egy piacvezető cég által alkalmazott árat. A szakirodalomban többen idézik mindkét állítást Lock (1998), Hague (2008), amelyekből az első könnyen belátható, de az utóbbi igényelne valamiféle analitikus vagy empirikus bizonyítási eljárást.

Az árak és a hozzá tartozó kereslet meghatározásának algoritmusa itt véget is ér, bármiféle optimalizáció hiányában szabadon választhat a marketing menedzser a négy ár közül. A leghasználhatóbb információnak az alsó és felső határ között elfogadható árak tartományát tekintik (Weiner-Zacharias, 2004).

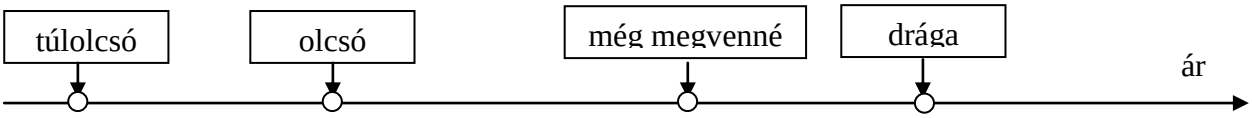
Kritikai észrevételek, továbbfejlesztési javaslatok

1. Néhány piackutató (Ipsos, Gfk) az árkutatási módszereik bemutatása során egyértelműen komplexebbnek tartja a PSM-et az előbbiekben elemzett Gabor-Granger módszerrel szemben. Ez a komplexitás azonban mindössze a négy árkérdésre vonatkozik, amely lehet, hogy jobban leképezi a fogyasztói árpercepcióval kapcsolatos elméletet, de **alapvető dilemma, hogy az interjúalanyok képesek-e erre a differenciálásra**. Gyulavári (2005) az online árelfogadásra vonatkozó disszertációjában az empirikus kutatás módszertanának bemutatása során megállapítja, hogy „meglepő volt, hogy a megkérdezettek mennyire nehezen tudják értelmezni a piackutatásban amúgy nagyon elterjedt módszer egyes kérdéseit. Ezért a technikát továbbfejlesztettük. A negyedik verzió esetében sikerült elérni egy olyan formát, amely további próbakérdezések során mindenkinek megfelelően értelmezhetőnek bizonyult, de még további tökéletesítésre szorult.”

A módszert alkalmazók többsége valamilyen továbbfejlesztett változatot, adaptációt használ, egyik ilyen a kérdések jobb megértését segítő lehetőség a kérdések logikusabb sorrendje. A marketingkutatási gyakorlatban többféle sorrendet használnak (Pritchard, 2009), én a legkisebb ártól a legnagyobbik árig haladó sorrendet tartom a leglogikusabbnak és az interjúalany számára a legemészthetőbbnek:

1. Melyik az az ár, amelynél Ön úgy gondolja, hogy a termék olyan olcsó, hogy minősége **már nem lehet megfelelő**?
2. Melyik az az ár, amelyet olyan **olcsónak** tart, hogy azonnal megvásárolná a terméket?
3. Melyik az az ár, amelyet drágának gondol, de **még megvásárolná** a terméket?
4. Melyik az az ár, amely már olyan **drága, hogy nem vásárolná** meg a terméket?

Személyes illetve online kérdezéseknél a következő ábra **használata tovább segítené az interjúalanyokat az árak egymáshoz való viszonyának megértésében**:



3.sz.ábra. A Van Westendorp módszer kérdéseinek ajánlott sorrendje.
Forrás: saját szerkesztés.

2. **A különböző árpontok léte sem igazolódott egyértelműen empirikusan**. Gyulavári (2005) idézi Ofir et al.-t (2000), hogy az alacsonyabb jövedelműeknél nem igazolódott a „túl olcsó" árküszöb. Más források szerint (Monroe, 1990) szerint a fogyasztók a piaci árakat kategóriákba sorolják, és nem diszkrét értékekként kezelik, ezért inkább árkategóriákat kellene vizsgálni. Ez az érv természetesen vonatkozik valamennyi direkt árkutatási módszerre, de a conjoint és a továbbiakban bemutatott ökonometriai modell esetében ugyanúgy használhatunk árkategóriákat, mint diszkrét értékeket.

3. Pritchard (2009) szerint a módszer **nem ad információt a vásárlási hajlandóságról**, ezért javasol egy ötödik kérdést. A "Mennyire valószínű, hogy megvásárolná a terméket, ha annak ára az Ön által megjelölt olcsó és még elfogadható ár között van?" segített kérdés válaszlehetőségei ötfokú skálán helyezkednek el. Mások is említik ezt a problémát, Martin és Rayner (2008) cikkében bemutatja a hangzatos nevű, saját fejlesztésű Martin Rayner Interpolation (*MRI*) és Newton, Miller Smith (*NMS*) technikákat, amelyek gyakorlatilag további kérdések beiktatásával kívánják megragadni a keresletet. Véleményem szerint meglehetősen formális különbségtétel az az állítás, hogy a "Melyik az az ár, amelyet olyan olcsónak tart, hogy azonnal megvásárolná a terméket?" kérdésre adott válasz nem fejezi ki a vásárlási hajlandóságot és ezért indokolt lenne a

"Megvenné Ön ezen az áron...?" típusú kérdés beiktatása. Lock (1998) szerint Tathum, Miller és Vashi (1995) azt javasolja, hogy az interjúalanyok nyilatkozzanak a vásárlás valószínűségéről az "azonnal megvenné" és a "még megéri" árpontok közötti ártartományban.

4. A módszer nevével (*Price Sensitivity Meter*) ellentétben **nem árrugalmasságot mér**, **hanem legfennebb ártudatosságot.**

5. A definiált **optimum ár**, vagyis az a pont, amelynél ugyanannyian gondolják "túl olcsónak", mint "túl drágának" a terméket **marketing szempontból meglehetősen tartalmatlan,** ez alapján nem tudjuk, hogy milyen árrugalmassági szinten vagyunk, és nem tudjuk meg, hogyan változik a termék értékesítéséből tervezett árbevétel.

Összegzésképp megállapítható, hogy ha az interjúalanyok értik is e négy kérdést és megfelelően válaszolnak rájuk, a kapott szerény eredmény, - azaz egy kisebb-nagyobb terjedelmű ártartomány, illetve egy nehezen értelmezhető optimum pont - nem indokolja a módszer alkalmazását. Ha valamilyen okból mégis szükséges alkalmazni, akkor a probléma feltáró jellegét hangsúlyoznám és használnám ki, amivel megalapozható egy egzaktabb árteszt. A módszer “komplexitása” elsősorban a kérdések értelmezhetőségében áll, ezért a kérdések feltevésének sorrendjében mindenképp az előbb említett sorrendet ajánlom, amelyben a válaszok a legkisebb ártól haladnak a legnagyobbig, ábrával segítve a négy ár közötti különbség megértését.

2.2.4. Conjoint analízis

A Conjoint elemzés valószínűleg **a legelterjedtebb, és a legalaposabb szakirodalmi feldolgozottsággal rendelkező árkutatási módszer**, Srinivasan évi tízezerre becsüli az alkalmazások számát (in Martin, 2009). Amíg az előbb bemutatott módszerek esetében a vizsgált termék/szolgáltatás egyetlen tesztelt jellemzője az ár volt, addig a conjoint elemzés lehetővé teszi, hogy a termék összhasznosságát főbb összetevőire bontva meghatározzuk ezek hatásait (Chrzan-Fellerman, 1997). Népszerűségének egyik oka, hogy nem csak a vizsgált termék jellemzői kerülhetnek ezekre a "kártyákra", hanem a versenytárs termékek jellemzői is, ezzel sokkal inkább leképezve a valós piaci, vásárlási szituációt. Elmondható erről a módszerről, hogy nem csak az árkutatásra lett kifejlesztve, az ár egy a többi ismérv közül.

Többféle típust foglal magába ez a modellcsalád[14]: *Adaptiv Conjoint, Brand-Price Tradeoff, Discrete Choice, Full Profile Choice Modeling, Multi-Variate Testing,*

[14] A módszerek többségének nincs még elterjedt magyar neve, ezért angolul közlöm.

Hierarchical Choice, Trade-off Matrices, Preference Based Conjoint és *Pairwise Comparisons* (Lyon, 2002). Valamennyi közös jellemzője, hogy **a termék meghatározott tulajdonságainak, beleértve az árat is, különböző szintjeit csoportosítva mutatják be az interjúalanyoknak és az elemzés célja a termékjellemzők optimális konfigurációjának meghatározása.**

2.2.4.1. BPTO (Brand Price Trade-Off)

A BPTO módszer egyszerűsített conjoint elemzésnek tekinthető, amelyben a kérdezés technikája hasonló, de az elemzés módszertana sokkal kevésbé komplex. A kérdezés során az interjúalanyok egy meghatározott márkaválasztékot látnak, a kártyákon a márkanév mellett a márkajellemzők közül csak az ár van feltüntetve, minden márka esetében a legalacsonyabb tesztelt ár. Az interjúalany döntése után kicserélik a választott kártyát ugyanarra a márkára egy magasabb árral, majd addig ismétlődik ez a folyamat, amíg az interjúalany felhagy a további választással. (A módszer feltételezi, hogy a bevont márkák egymással helyettesíthetőek legyenek.) A kérdezési technika lényege, hogy úgy vizsgáljuk a választott márka árát, hogy referenciaként emlékeztetjük a potenciális fogyasztót a többi márkára, a végső árat a fogyasztó érzékelt márkaértékének tekinthető.

Az adatok elemzése során, a többi conjoint-tól eltérően nem használnak regressziós modellt, az árak és a hozzá tartozó kereslet alapadataiból árrugalmassági együttható, kereszt-árrugalmassági együttható és ügyfél lojalitási arány számolható ki, illetve olyan szcenáriókat állíthatunk fel, amelyben a versenytársak árreakcióinak a hatása elemezhető. Hátrányként tekinthető, hogy **a márka mellett csak az árat vizsgálja**, illetve érvényesek azok az észrevételek is, miszerint torzításhoz, nagyobb árrugalmassághoz vezet, ha az interjúalany tudatában van annak, hogy az ár meghatározása a fő cél.

2.2.4.2. Hagyományos conjoint

A hagyományosnak nevezhető, a nyolcvanas évektől elterjedt conjoint elemzés (*full profile conjoint*) adatgyűjtése során a potenciális fogyasztó előre meghatározott termékjellemző kombinációkat rangsorol. A kombinációkat (szcenáriókat) tartalmazó kártyák bemutatása történhet egymás után, egyszerre vagy – az adaptív conjoint-hoz hasonlóan – párosával.

Lyon (2002) szerint **a conjoint elemzés rendszerint torzítja az árra vonatkozó eredményeket, mégpedig alacsonyabb árrugalmasságot határoz meg**. Véleménye szerint a legtöbb kutatási eredményben nagyon hátra sorolódik az ár fontossága és az ideális termékkonfiguráció árai mindig jóval a valós piaci árak fölé emelkednek. Érdekes példát említ a szerző saját kutatási gyakorlatából: "egy nagy szállodalánc megbízásából végzett kutatás eredménye szerint a szoba árát 15$-ról 25$-ra emelhetik, ha biztosítanak

parkolóhelyet. Válaszul a szálloda menedzsmentje rámutatott, hogy 6$ és 8$ közötti összegért lehet parkolni a szálloda őrzött parkolójában, és ami még rosszabb, a vendégek csak 20%-a jön autóval".

Tull és Hawkins (Lyon, 2002) kínál egy magyarázatot erre a problémára: az interjúalanyok számára az ár a minőség mutatója, főképp olyan termékek esetén, amelyeket nem eléggé ismernek, nehezen tudják megállapítani a minőségét. Nem szokatlan, hogy a kérdezettek több mint 20%-a nagyobb hasznosságot társítanak a magasabb árhoz, mint az alacsonyhoz. **Ezek az adatok nagyon árrugalmatlan keresleti görbét**, sőt gyakran használhatatlan, növekvő keresleti görbét eredményeznek. A probléma nem oldható meg egyszerűen az ilyen adatok kizárásával, mert az interjúalanyok többségénél, ha nem is fordul át a keresleti görbe meredeksége, de mindenképpen valószerűtlenül lapos lesz. A probléma mögött meghúzódó oknak Lyon **a valóságostól viszonylag elrugaszkodott hipotetikus szituációt tartja, amellyel az interjúalany szembesül**. „Minél elvontabb a termék profil, minél nehezebb elolvasni és megérteni, annál inkább használ az interjúalany más ismérvet, árat a termék hasznosságának meghatározására. Sajnálatos módon a conjoint tervezési szakaszában sok hipotetikus profil jöhet létre, ami megerősíti az interjúalanyban az "azt kapod, amit megfizetsz" elv szerinti döntést” (Lyon, 2002).

A conjoint elemzés módszertani gyengeségeként említhető, hogy az interjúalany preferenciarendezésében lineáris összefüggést feltételez, az alkalmazott modell a lineáris regresszió volt. Ezt a problémát azonban megoldották a conjoint különféle változatainak a kifejlesztésével, többek között a logisztikus regressziós modell beépítésével[15].

A piackutatók árkutatási kínálatában a vezérhajó szerepét egyre inkább a *discrete choice* modellek (DCM) veszik át a hagyományos, rangsorolás alapú conjoint elemzéstől.

2.2.4.3. Adaptív conjoint

Az adaptív conjoint elemzés során nem szükséges valamennyi termékjellemző figyelembe vétele. A módszer azért adaptív, mert alkalmazkodik a fogyasztói preferenciákhoz, első körben az interjúalanyok nyilatkoznak arról, hogy mely jellemzőket nem tartják lényegesnek és ezeket kizárják a további eljárásból. A kiválasztott termékjellemzők fontosnak tartott kombinációit tartalmazó párosával hasonlítják össze miközben változtatják az árszinteket.

A módszer output-ja az árrugalmassági együtthatót és „ha…akkor…” szimulációk lehetőségét biztosítja. Csak számítógéppel támogatott (*CAPI*) lekérdezés esetén

[15] Noha a logisztikus conjoint a dolgozat címe által kijelölt terület alá esik, ezzel a témakörrel nem foglalkozok a továbbiakban ugyanis a conjoint módszerek megfelelő szintű elemzése egy külön dolgozatot igényelne.

alkalmazható és érvényes rá az az általános conjoint probléma, hogy rendszerint alulbecsüli az árat.

2.2.5. DCM *(Discrete Choice Model)*

A *Discrete Choice Model*-lek - amelyeket gyakran említenek választás alapú conjoint-nak (*choice based conjoint*), - különböző típusai közül árkutatásokra alkalmas módszertant is kifejlesztettek, amely nagyon népszerűvé vált a piackutatók körében (Carson et al, 1994). Mivel általában a conjoint-tól elkülönítve jelenik meg a marketingkutatók kínálatában, ezért én is külön alfejezetben mutatom be. Az interjúalany elé tárt valamennyi kártyán ugyanaz a termék koncepció található, csak egyetlen szempont, az ár különbözik. Az interjúalanyt felkérik, hogy egy valós vásárlási szituációba képzelve magát válassza ki a kártyák közül, hogy melyik termék koncepciót vásárolná meg. Hangsúlyozandó, hogy termék koncepciókról van szó és nem márkáról, a különböző koncepciókat bemutató kártyák alapján az interjúalanynak egyértelmű kell legyen, hogy milyen termékről, terméktulajdonságokról van szó.

A DCM modellek **statisztikai alapja gyakran a multinomiális logit modell**. A DCM és a hagyományos conjoint közötti lényeges különbség, hogy az előbbi nem feltételezi a tényezők közötti lineáris kapcsolatot (Kuhfeld, 2005, 141. old.), annak minden korlátozó előfeltevésével egyetemben.

A módszer alkalmazásával szembeni egyik ellenérv, hogy mivel csak az ár különbözik a kártyák között, **ezért nyilvánvalóvá válik az interjúalany számára, hogy ártesztben vesz részt és „beáll" a már említett alkupozícióba**. Gyakorló piackutatók szerint (Lyon, 2002) ez a probléma nem jellemző, a vizsgált termékek keresletének egy része nagyon árrugalmas, mások nem, pedig az előbbi érvelés mentén, ha jelentős a torzítás, akkor valamennyinek nagyon árrugalmasnak kellene lennie. A DCM torzítatlanságának magyarázatát a kártya szcenáriók egzaktságában és valószerűségében látja, abban, aminek a hiánya torzításhoz vezet a hagyományos conjoint esetében.

A DCM értelmezhető úgy is, mint a multinomiális logit modellre épített márkázott marketingkutatási termék.

2.2.6. Ökonometriai modellek

A többváltozós statisztikai, ökonometriai modellek[16] valamely termék keresletére ható termék illetve fogyasztó ismérvek hatásának számszerűsítésére alkalmazhatók, **amelyben a függő változó a kinyilvánított kereslet és az egyik független változó az ár.** A modell

[16] Használhatjuk a bevezetőben már említett mikroökonometriai modellek kifejezést is.

specifikációja után az eredmény egy multidimenzionális „keresleti görbe”, amelyből az árrugalmassági együttható és a különböző árszintekhez tartozó kereslet is kiszámítható.
Az árkutatási módszereket bemutató szakkönyvek egy része nem említi e modelleket, van amelyik (Xu, 2005, 181 old.) csak idősor elemzést ért az ökonometriai modellek alatt, de alkalmazhatóak nyilván a keresztmetszeti adatokra is (Rekettye, 1999, 69. old.). A piackutató cégek árkutatási kínálatában is egyelőre csak elvétve fordulnak elő.
Az előbbiekben bemutatott DCM is módszertani szempontból ide sorolható, valószínűleg a kérdezéstechnikai hasonlóság alapján kerül be általában a conjoint elemzési módszerek csoportjába. A DCM módszertani alapja egy multinomiális logisztikus regressziós modell, amely lényegében egy keresztmetszeti ökonometriai modell, mégha a speciális szoftver használata megkíméli a piackutatót a modell alkalmazási feltételeinek a vizsgálatától és a modellspecifikáció egyéb nehézségeitől.
A vezető szakfolyóiratokban[17] nagy teret kapnak az ökonometriai modellek marketingkutatási alkalmazásai és ezen belül megtalálhatók a keresletelemzések, ártesztek is. A korai munkák közül kiemelhető Gordon et al cikke (1984), akik lineáris regressziós modellt alkalmaztak a keresletre ható tényezők modellezésére. Modellükben a függő változó a „hány darabot venne meg x áron ebből a termékből?” típusú kérdésre adott válaszokból áll, ami néhány termék kereslet elemzésénél indokolt lehet, de sokkal gyakoribb piaci szituáció mikor egy termékből egy darabot vásárol a fogyasztó. Ezt a furcsa félmegoldást valószínűleg a lineáris regressziós modell indokolta, amely lineáris kapcsolatot feltételez a függő és független változók között és numerikus függő változót igényel. A „megvásárolná-e Ön ezt a terméket x áron?” igen-nem válaszainak eloszlása távol áll a normálistól, ezért az általam alkalmazott modell a binomiális logisztikus regresszión alapul.

A felsoroltakon kívül természetesen még léteznek a módszerek különböző adaptációi, továbbfejlesztései, amelyek általában márkázott termékként jelennek meg a piackutatók kínálatában. (Martin – Rayner, 2008).

2.2.7. Összefoglalás és következtetések.

Ebben a fejezetben az árkutatási módszerek áttekintésén túl a saját, egyéni hozzáadott értéket a Gabor-Granger módszerhez és a Van Westendorp modellhez fűzött módosító javaslataim alkották. Részletesebben a Van Westendorp modell javítási, fejlesztési lehetőségeit elemeztem, egyrészt mivel egyértelmű problémái és sokféle értelmezése

[17] Például a Journal of Marketing Research, Journal of Consumer Research, Marketing Science stb.

ellenére még mindig elterjedt, másrészt a Gabor-Granger továbbfejlesztését a következő fejezetben részletezem.

Összegzésképp az egyik árkutatásokra specializálódott kisebb piackutató cég (*inquiry market research*) alapján a következőképp rangsorolhatjuk a módszereket:

2. sz. táblázat. Az árkutatási módszerek rangsorolása (1.-legjobb, 6.-legrosszabb)

	Ár	Komplexitás	Az eredmény	Adatminőség
Árlétra (Price Ladder)	1	1	5	6
Monadikus teszt	3	2	4	4
Van Westendorp	2	3	6	5
Adaptive Conjoint	4	4	2	3
Full Profile Conjoint	5	5	2	2
Choice-Based Conjoint (DCM)	6	6	1	1

Forrás: inquiry market research, 2009.

A szakirodalom elemzése és a saját empirikus tapasztalataim[18] alapján egyetértek a fenti rangsorokkal, főképp azzal, hogy a Van Westendorp módszer eredményezi a leghasználhatatlanabb információt. Egyértelmű trendként határozható meg, hogy a következő években **az egyszerűbb módszerek (például a Van Westendorp módszer), el fognak tűnni a marketingkutatási gyakorlatból, a Choice-Based Conjoint és más ökonometriai modell alapú termékek pedig egyre népszerűbbé vállnak.** Ezt a térhódítást az egyre jobban adaptálható és felhasználóbarát márkázott termékek megjelenése és a piackutatók ökonometriai képzettségének a növekedése indukálja. A hagyományos, lineáris modellen alapuló conjoint megoldások is kifognak kopni a Choice-Based Conjoint és az ökonometriai modellek mellől, ugyanis semmivel sem egyszerűbb az adatfelvételük a lényegesen rosszabb eredménnyel szemben. A jövőben pedig **a vásárlási szituációt minél jobban imitáló, jó minőségű adatfelvétel szűkebb keresztmetszet lesz, mint az ökonometriai képzettséggel rendelkező piackutató**. E komplexebb modellek mellett valószínűleg megmaradhatnak az árban és gyorsaságban sokkal versenyképesebb legegyszerűbb módszerek, mint például a nyitott kérdésen alapuló vagy a különböző, a vásárlási szituációt jobban imitáló kísérletek.

[18] A felsoroltak közül az Adaptive és a Choice-Based Conjoint-tal kapcsolatban sajnos nincs saját empirikus tapasztalatom.

Látható, hogy a kereslet alapú, kinyilvánított vásárlási hajlandóságon alapuló árképzési módszerek fenti listája meglehetősen rövid, ezért a doktori disszertációnak indokolt célja két újabb, viszonylag könnyen alkalmazható módszer kidolgozása.

2.3. Árkutatási módszerek a marketingkutató cégek kínálatában

Az előbbiekben felsorolt módszerek kisebb-nagyobb gyakorisággal előfordulnak a marketingkutató cégek szolgáltatás kínálatában, az alábbi táblázatban a fontosabb magyarországi piackutató cégek által a honlapjukon kínált árkutatási módszereket sorolom fel. Tény, hogy a jelenlegi magyarországi gyakorlat bemutatására csak nagyon részleges információt szolgáltatnak a honlapok, a módszertant illetően egyre szűkszavúbbak vagy semmilyen információt nem nyújtanak. Az ebben a fejezetben tárgyalt módszertani portfóliót a publikus információkon túl a saját szakmai tapasztalatomból és kapcsolathálómból származó információk alapján állítottam össze.

3. sz. táblázat. Árkutatási módszerek a magyarországi marketingkutató cégek kínálatában

Nielsen Company	Megjelenik az árkutatási szolgáltatások általános bemutatója. Komplex, egymást kiegészítő megoldások , illetve márkázott termékek. A „klasszikus” módszerek közül a BPTO jelenik meg.
Szonda Ipsos	Márkázott termékek.
Taylor Nelson Sofres	Nem jelennek meg az árkutatási szolgáltatások, a „személyre szabott szolgáltatásokon” belül nyújtják az „ár és értékesítés modellezést”.
GfK Hungária	Megjelenik az árkutatási szolgáltatások általános bemutatója. Felsorolja a PSM, BPTO és márkázott termék.
Millward Brown	Semmilyen utalás.
Synovate Hungary	Megjelenik az árkutatási szolgáltatások általános bemutatója. Felsorolja a Conjoint, a DCM, a PSM, és a Gabor-Granger termékeket.
Cognative	Semmilyen utalás.
BellResearch	Nevesített árazási kutatások. Rövid általános leírások.
MASMI Hungary	Csak az árkutatási szolgáltatások általános bemutatója jelenik meg.
BMB Focus	Kvalitatív kutatásokra specializálódott cég, a márkakutatáson belül említve van az ár jelentősége.
Kutató centrum	Semmilyen utalás.
MEMRB	A modellezésen belül árrugalmasság elemzés.
Szinapszis	Semmilyen utalás.

Forrás: saját szerkesztés a vizsgált cégek 2010 októberi honlapja alapján.

Megfigyelésem alapján az elmúlt egy-két évben jelentősen változott a piackutató cégek honlapjain az árkutatási módszerek bemutatása. Amíg korábban[19] legalább nevesítve

[19] Mivel a korábbi honlapokat nem tároltam, ezért ez csak szubjektív véleménynek tekintendő.

voltak a módszerek egy rövid leírással kiegészítve, mára ez ritkaságnak számít. Vannak nagy piaci részesedéssel rendelkező piackutatók (pl. Millward Brown), vagy a tesztekre fókuszáló piackutató cég (pl. Cognative), amelyek semmilyen ártesztekre vonatkozó utalást nem tüntetnek fel a honlapjukon. A marketingkutatás egyik jellemző trendjének megfelelően a **márkázott termékek dominálnak** a nagyobb cégek szolgáltatáskínálatában. Ezek rövid, bemutató leírása alapján nem lehet visszafejteni, hogy milyen alapmódszerre épül a saját fejlesztésű márkázott termék. A nagyok másik jellemzője árkutatás területén a komplex, egymást kiegészítő szolgáltatások kínálata (pl. ACNielsen), ami a módszerek korlátainak ismeretében nagyon ésszerű stratégiának tekinthető.

Összességében elmondható, hogy a magyarországi cégek többségének (kivétel a GfK és a Synovate) honlapján megjelenő információból nem derül ki, hogy a gépiesen lefuttatott márkázott termék és az ad-hoc módon csiszolgatott alapmódszer közötti skálán milyen módszerrel is dolgoznak.

3. AZ OPTIMÁLIS ÁR MEGHATÁROZÁSA A FÜGGVÉNYILLESZTÉS MÓDSZERÉVEL

Ebben a fejezetben egy általam kifejlesztett, a gyakorlatban könnyen alkalmazható ártesztet mutatok be, amely a kinyilvánított vásárlási szándékon alapuló kétdimenziós, vagyis csak az ár keresletre gyakorolt hatását figyelembe vevő módszer. A Gabor-Granger modell továbbfejlesztésének tekinthető, amelyben a kinyilvánított ár-kereslet pontokra függvényt illesztve egzakt módon fejezem ki a keresleti görbét. Az ároptimalizálás célja szintén megegyezik a Gabor-Granger modellével, miszerint az optimum ár ott van, ahol az árbevétel maximális. Az árbevétel maximum pontját egy a mikroökonómiában régóta ismert, de a marketingben mellőzött összefüggés alapján határozom meg, miszerint egy termék értékesítéséből származó árbevétel ott éri el a maximum pontját, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel.

A keresleti függvény egzakt illesztésén túl a módszer eredetisége abban áll, hogy az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz egy összefüggésből kifejezem a maximális árbevételt biztosító optimum árat. Az egyéni hozzáadott érték tehát az optimum ár matematikai levezetésében és a számítási részletek egzaktabb kidolgozásában áll.

Egyaránt alkalmazható primer kérdőíves kutatásokból vagy marketinginformációs rendszerből származó adatokon, mivel input adatként mindössze a termék tesztelt vagy tényleges áraira és a hozzájuk tartozó keresletre van szükségünk. A módszert a piackutatási gyakorlatban dolgoztam ki, leírását mindeddig nem találtam meg a szakirodalomban, annak ellenére, hogy elméleti alapjában és optimalizációs céljában megegyezik a már régóta megfogalmazott Gabor-Granger modellel. A módszer alapja az árrugalmassági együttható empirikus meghatározása, ezért a következőkben ennek szakirodalmát vizsgálom.

3.1. Az árrugalmassági együttható szakirodalmi áttekintése

Az árrugalmassági együtthatónak szakirodalmában mérföldkőnek tekintett publikáció Tellis 1988-as cikke, amely összefoglalja 1986-ig a megelőző húsz éve eredményeit. A 220 kutatásra támaszkodó metaanalízise szerint 367 empirikusan becsült árrugalmassági együttható módusza -1,5, az átlag pedig -1,76. (Eszerint a ’70-es, ’80-as évek vizsgált piacain az árrugalmassági együttható a maximális árbevételt eredményező optimálisnál rugalmasabb.) Tellis egyik megállapítása, hogy az árrugalmassági együttható meghatározása statisztikai módszerekkel sokszor használhatatlanok a gyakorlatban. Gorman (2005) **három csoportját határozza meg a problémák okaiként**: a használt adat

típusa (idősor, panel vagy keresztmetszeti), a keresletet mérő változó mérési skálájának helytelen megválasztása és a keresleti függvény nem megfelelő specifikációja. A következőkben megvizsgálom e három probléma relevanciáját mindkét módszerre vonatkozóan.

1. Az adat típusa. A függvényillesztés és a logisztikus regresszión alapuló módszerekre vonatkozó lehetséges problémák közül az elsőről megállapítható, hogy a piackutatás elsődleges igényeinek megfelelően a módszereket keresztmetszeti adatokra fejlesztettem és teszteltem. Ez nem azt jelenti, hogy nem lehetne alkalmazni idősoros adatokra, hanem csak azt, hogy a dolgozatban nem foglalkozom az idősoros statisztikák specifikus kérdéseivel. A függvényillesztés módszerénél - mivel itt nem alkalmazunk statisztikai módszereket - inkább csak az adatok érvényessége kérdéses, az hogy a különböző időpontban felvett ár-kereslet adatokra lehet-e ugyanazt a keresleti függvényt illeszteni. Az ökonometriai módszer esetében azonban, az idősorokra való alkalmazás lehetőségét és specifikus kérdéseit alaposan meg kell vizsgálni, de ez nem tartozik a dolgozat célkitűzései közé.

2. A kereslet mérési skálája. A vásárlási hajlandóság mérésének kérdezéstechnikai szempontjait az előző fejezetben elemeztem, de mindkét általam fejlesztett módszer esetében meghatározom az ajánlott kérdezési technikát és mérési skálát.

3. A keresleti függvény specifikációja mindkét módszernél a legalaposabban vizsgált kérdés.

Bijmolt et al (2005) Tellis metaanalízisét követik és általánosítják. Negyven év kutatásai alapján 81 cikkben megjelent 1860 árrugalmassági együtthatót vizsgáltak. Két nagy csoportját határozzák meg az árrugalmasságot befolyásoló tényezőknek:

- a **piaci tényezőket**, amely alatt márka, iparági és gazdasági jellemzőket értik, mint például termékkategória, termékmárka szemben a cég márkával, a termékéletciklus helyzete, inflációs ráta, háztartások jövedelme stb., illetve
- a **módszertani tényezőket**, mint az adatforrás, aggregációs szint, termék vagy márka mérési szint, hosszú vagy rövid távú árhatás, becslési eljárás, függvény forma stb.

Az árrugalmasságot Farley, Lehmann és Mann (in Bijmolt et al, 2005) módszertana alapján az előbbiekben felsorolt magyarázó változók lineáris függvényeként határozták meg, én az ökonometriai modellben paramétereiben nemlineáris modellt alkalmazok. Az árrugalmasság fogalma további pontosítást igényel, az újabb kutatások (Sethuranian et al, in Bijmolt et al, 2005) már empirikus szinten is megkülönböztetik a keresztárrugalmasságot vagy szétbontják az árrugalmasságot elsődleges és másodlagos keresleti

hatásokra. Van Heerde definíciója (in Bijmolt et al, 2005) alapján én csak az elsődleges keresleti hatásokat veszem figyelembe.

3.2. Az árbevétel maximalizálása melletti optimum ár

3.2.1. Mikroökonómiai alapösszefüggés

Mindkét kifejlesztett módszer, a függvényillesztésen alapuló és az ökonometriai ároptimalizációs módszer alapja az az összefüggés, miszerint egy termék értékesítéséből származó árbevétel ott éri el a maximum pontját, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel. Noha a mikroökonómia tankönyvek általában megfogalmazzák és tárgyalják ezt az állítást, empirikus kutatásokban még nem találkoztam a gyakorlati alkalmazásával. Varian (1990, 342-344. oldal) háromféleképp is vizsgálja azt az egyenlőtlenséget, hogy mikor lesz a csökkenő ár-növekvő mennyiség (vagy fordítva) hatások eredője pozitív. Az egyik megközelítésének analógiájára analitikusan bizonyítom ezt az állítást, mivel a kifejlesztett módszer szempontjából kritikus fontosságú.

A teljes árbevételi függvény maximum pontját keressük, vagyis:

$$TR = p \cdot q(p) \rightarrow max\ , \qquad (1)$$

ahol *p* az ár, és *q(p)* a mennyiség az ár függvényében vagyis a keresleti függvény. A maximum pontot ott találjuk, ahol az ár szerinti elsőrendű derivált egyenlő nullával[20]:

$$\frac{dTR}{dp} = \frac{d(p \cdot q(p))}{dp} = q(p) + p \cdot \frac{dq(p)}{dp} = 0$$

$$\frac{dq(p)}{dp} = -\frac{q(p)}{p}.$$

Ebből kifejezve az árrugalmassági együttható képletét, igazoljuk az állítást:

$$\varepsilon_p = \frac{dq(p)}{dp} \cdot \frac{p}{q(p)} = -1. \qquad (2)$$

A két árkutatási módszer optimalizációs alapja tehát a fenti (2) összefüggés. Kutatási témám, a módszer kiinduló alapja szempontjából zavarba ejtő, hogy az árrugalmasság empirikus meghatározásával foglalkozó szakirodalom jelentős része (Tellis, Bijmolt et al, stb.) adott piaci helyzetben levő **terméket egyetlen átlagos árrugalmassági együtthatóval** jellemezz. Ez a szemlélet véleményem szerint, ha nem is ellentmond, de

[20] Csökkenő meredekségű keresleti görbét, ezáltal konkáv árbevételi görbét feltételezve nem szükséges a pozitív másodrendű deriváltra vonatkozó feltétel ellenőrzése.

nagyon leszűkíti magából az árrugalmassági együttható definíciójából származó következményt, vagyis, hogy **az árrugalmassági együttható a keresleti görbe mentén eltérő értékeket vesz fel**. Ezzel szemben erős egyszerűsítés, ha egy terméket egyetlen árrugalmassággal jellemzünk. Dolan-Simon (2000, 85. oldal) is a megnevezett 14 árrugalmasságot befolyásoló tényező közül csak egyiknek tekinti az árat, noha az árszint függvényszerű kapcsolatban determinálja az árrugalmasság értékét, míg a többi tényező hatása többé-kevésbé erős sztochasztikus kapcsolattal jellemezhető. A pontosság kedvéért indokolt megemlíteni, hogy létezhet olyan keresleti függvény, amelyben az árrugalmassági együttható konstans, vagyis egyetlen termékhez egyetlen árrugalmasság rendelhető hozzá. Ebben az esetben az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel (Varian, 1990, 345. oldal).

Megállapítható, hogy az árrugalmasságra, annak empirikus meghatározására vonatkozó tanulmányokban új szempontot jelenthetne az árbevétel maximumot eredményező egységnyi árrugalmassági együttható figyelembe vétele.

Indoklást igényel továbbá, hogy miért az árbevétel maximalizálása az optimalizációs cél az üzleti gyakorlat szempontjából értelemszerűbb profitmaximalizálás helyett. A doktori disszertáció deklarált célkitűzése a marketingkutatási módszertan fejlesztése, ezért a csak a piaci információkat veszi figyelembe. Jelentős technikai nehézségeket támaszt a termék egységnyi átlagköltségének vagy még inkább a határköltségének pontos meghatározása, de az egyre fejlettebb integrált vállalatirányítási, döntéstámogatási rendszerekkel megvalósítható akár a szélesebb termékskálával rendelkező cégeknél is, ezért nem hagyható figyelmen kívül ez az optimalizálási lehetőség. Nem tartozott a disszertáció célkitűzései közé a határköltség görbe empirikus meghatározásának tanulmányozása, de valószínűleg a határköltség csak adott kapacitás mellett monoton, folytonos függvénye a termelt mennyiségnek. Az újabb kapacitásbővítések szakaszos ugrásokat idéznek elő (akárcsak a keresleti görbében a pszichológiai árak). Adott kapacitás korlát és meghatározott határköltség görbe mellett a módszerből a függvényillesztést alkalmazhatjuk a keresleti görbe és ebből a határbevételi görbe meghatározására, majd a jól ismert mikroökonómiai összefüggések alapján a határbevételi és a határköltség görbe metszéspontja determinálja a profitmaximalizáló optimum árat. Ezt az optimalizálási alternatívát a téma továbbfejlesztési lehetőségének tekintem és gyakorlati megvalósítása az integrált vállalatirányítási rendszerrel és/vagy fejlett kontrollinggal rendelkező cégeknél lehetséges.

3.2.2. A függvényillesztés módszerének folyamata

A kereslet ár függvényében való megjelenítésének grafikus ábrázolása maga a keresleti görbe, amely meghatározására és ábrázolására több alkalmas szoftver használható, én az SPSS függvényillesztés módszerét használom. A módszer folyamata a következő lépésekből áll:

- lefuttatjuk a termék árára vonatkozó kérdés változójának gyakorisági eloszlását,
- ebből képezzük az inverz, kumulált relatív gyakorisági eloszlást - ez mutatja, hogy adott áron a kérdezettek hány százaléka vásárolja meg a terméket,
- egy új adattáblában rögzítjük a tesztelt vagy nyitott kérdés esetén említett árakat és az előbb meghatározott, százalékban kifejezett keresletet egy másik változóban,
- függvényt illesztünk az ár függvényében kifejezett keresletre (SPSS-ben *Curve Estimation*), ahol a függő változó a kereslet, a független az ár,
- az illesztett keresleti függvényből kifejezzük az árrugalmassági együtthatót és az optimális árat, amely abban a pontban található, ahol az árrugalmassági együttható értéke egyenlő mínusz eggyel.

A módszer alig tartalmaz bármiféle korlátozó előfeltételt. Említettem, hogy keresztmetszeti adatokra ajánlott, de a gyakorlatban az árkutatás és a piaci megjelenés nem esik egybe. Implicit feltételezés tehát, hogy a piackutatás során mért árrugalmasság rövidtávon megegyezik a termék/szolgáltatás bevezetése idején érvényes árérzékenységgel. Természetesen indokolt a cég számára - amennyiben elfogadja a kutatási eredményeket - hogy mielőbb bevezesse a terméket.

3.3. A függvényillesztés módszerének empirikus alkalmazása

3.3.1. Az első empirikus kutatás jellemzői

A módszer alkalmazását egy 2008-as kutatáson keresztül mutatom be, amely egy kis üzleti vállalkozás stratégiai kérdéseire keresett választ. A vállalkozás résztulajdonosa egy Magyarországon már létező webáruházának romániai megnyitását tervezte. A forgalmazott termékek - importált, üzletekben nem kapható, speciális női kozmetikai cikkek - a célcsoport és annak elérhetősége miatt érdekesek. A kutatás jellemzői:

- Cél: a marketing stratégia megalapozása; a kereslet becslése és a termékek optimális beárazása.
- Minta: 100 (25-50 év közötti nő), iwiw-ről és más közösségi oldalakról, illetve szépségápolási témájú internetes fórumokról toborzott interjúalanyok. Mint általában, ezúttal is problémás egy pontosan még nem meghatározott célpiacú új termék bevezetésénél a mintavétel reprezentativitását vizsgálni és megítélni. Mivel

nem rendelkeztünk az alapsokaságra vonatkozó semmilyen információval, ezért egyszerű véletlen mintavételi módot választottunk.

- Online (webes) kérdőív a termékek (nyolc termék) árára, a kiszállítás módjára, idejére vonatkozó kérdésekkel[21].
- Kérdezéstechnika: az árra vonatkozó kérdések úgy lettek feltéve, hogy referencia árként előbb teszteltük a magyarországi piaci árat, majd ha az interjúalany nem fogadta el, akkor nyitott kérdéssel kérdeztük, hogy mennyiért lenne hajlandó megvenni. Vagyis az első kérdésre: „megvásárolná-e Ön ezt a terméket x összegért?" ha igen volt a válasz, akkor véget is ért az árteszt, ha nem, akkor megkérdeztük, hogy: „mennyiért lenne hajlandó megvenni?".

Ez a gyors és olcsó piackutatási projekt kiemeli a módszer legfontosabb erényeit, rámutat arra, hogy egy családi vállalkozás marketinget tanult tulajdonosa is kis költséggel nagyon fontos keresleti információkhoz juthat.

3.3.2. A keresleti függvény illesztése

A kutatás során tesztelt nyolc termék közül az egyiken (5. termék) mutatom be a módszert, de az árteszt végre lett hajtva mind a nyolc esetben. Első lépésben a különböző árakhoz tartozó keresletet kell meghatároznunk. A keresletet kifejezhetjük az abszolút gyakorisággal is - ebben az esetben pontosan megfelel a keresleti függvény definíciójának - vagy a relatív gyakorisággal is. Mivel az utóbbit egy lépéssel könnyebb rávetíteni az alapsokaságra, ezért ezzel számolok.

4. sz. táblázat. A termék ára és kereslete

ár	relatív gyakoriság	inverz kumulált relatív gyakoriság
40	3%	49%
45	1%	46%
50	8%	45%
55	2%	37%
60	2%	35%
70	7%	33%
80	5%	26%
97	1%	21%
106	20%	20%

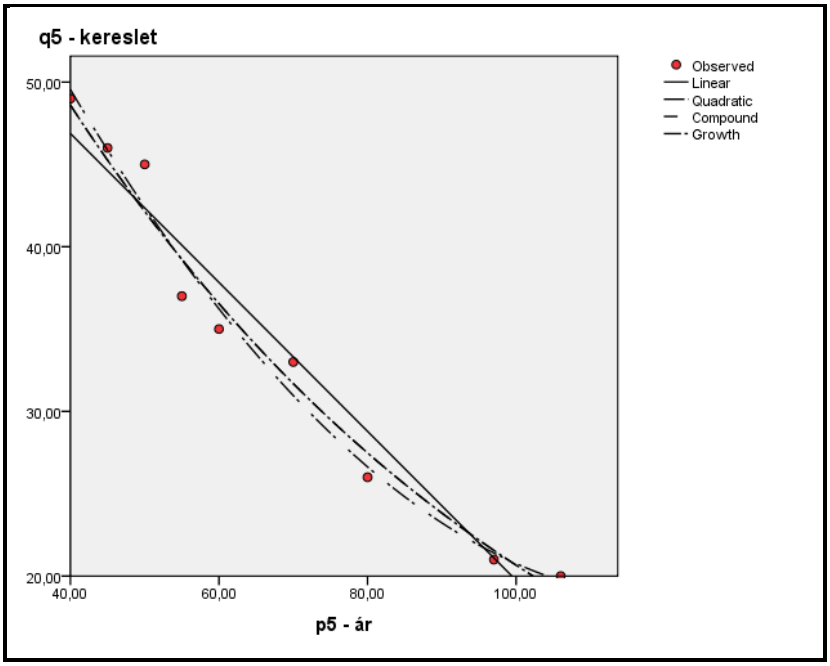
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

[21] Ezúton is köszönet Szakáts Zsuzsanna volt diákomnak, a webáruház résztulajdonosának az online adatgyűjtés szakszerűségéért.

A különböző kinyilvánított árakhoz (40-106 RON) tartozó keresletet az inverz kumulált relatív gyakoriság jelenti. Ez azt az implicit feltételt is tartalmazza, hogy a fogyasztó racionális és a termék nem minősül luxus jószágnak, és aki például 55 RON-ért megvenné a terméket az 40 RON-ért is megveszi.

A keresleti függvényt a táblázat (4. sz.) utolsó oszlopában szereplő inverz kumulált relatív gyakoriságra illesztjük, úgy hogy ezt az adatsort illetve az árakat egy új adattábla két oszlopában (*q* és *p* változók) rögzítjük. A függvényillesztéshez az SPSS Curve Estimation funkcióját használhatjuk, amelyben tizenegy különböző típusú függvény közül lehet választani. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért a program által felkínált függvények közül egyelőre a következő négyet próbálom ki:

Lineáris (*Linear*)	$Y = b_0 + b_1 x$
Másodfokú polinomiális (*Quadratic*)	$Y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$
Exponenciális 1. (*Compound*)	$Y = b_0 \cdot b_1^{\,x}$
Növekedési (*Growth*, az exponenciális egy típusa)	$Y = e^{b_0 + b_1 x}$



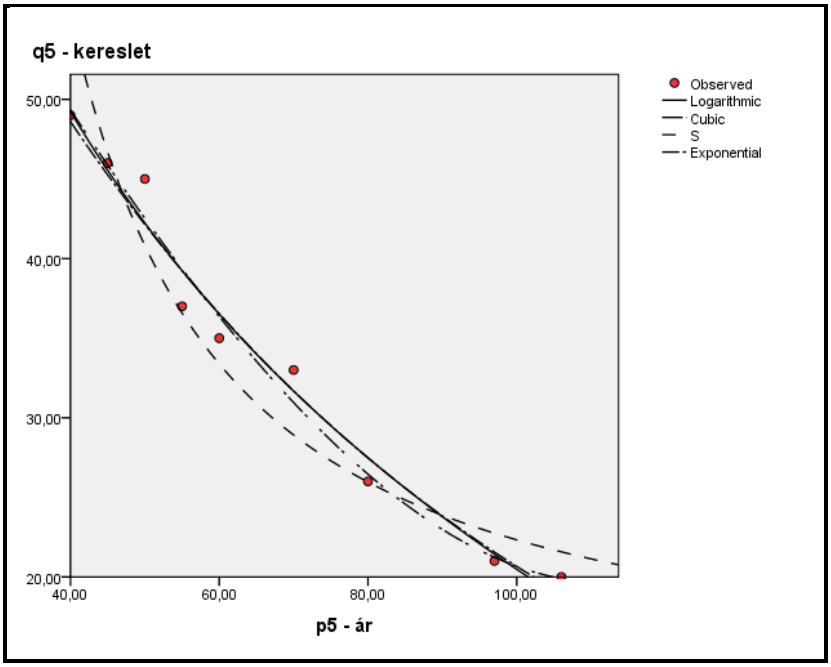
4.sz.ábra. Függvényillesztés az első-, másodfokú polinomiális és két típusú exponenciális függvényekkel.
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

Az ábrán piros pontokkal vannak feltüntetve az interjúalanyok által ténylegesen kinyilvánított, megfigyelt *(Observed)* kereslet. A rájuk illesztett négy függvénytípus grafikonja különböző grafikai elemekkel vannak jelölve. A függvények paramétereit egy

közös táblázatban (5. sz.) a többi függvénytípus eredményeivel együtt a későbbiekben mutatom be. Itt szükséges megjegyeznem, hogy a keresleti függvényt definíció szerint ábrázolom, amelyben egy termék vásárolt mennyisége az ár függvénye, vagyis a függő változó a kereslet, a független az ár. Továbbá a függvényábrázolásban megszokottak szerint az abszcisszán a független és az ordinátán a függő változó található. Ezzel szemben tudjuk, hogy a mikroökonómiai irodalomban szinte kizárólag az **inverz keresleti függvényt** használják, függőleges tengelyen az árral és a vízszintes tengelyen a mennyiséggel: "ábráinkon többnyire az inverz keresleti függvény szerepel a közgazdaságtanban elterjedt szokásnak megfelelően." (Kopányi szerk., 1993, 86. old.). Feltételezésem szerint ezt a „szokást" a keresleti görbe hasznossági függvényből és az ár-fogyasztás görbéből való grafikus levezetése indokolja. Az oksági kapcsolat irányának nem félreérthető grafikus ábrázolása érdekében ettől a dolgozatomban eltérek, ezért a vízszintes tengelyen a független változót, a termék árát ábrázolom.

Kipróbálok további négy másik lehetőséget is a függvényillesztésre.

Logaritmikus (Logarithmic)	$Y = b_0 + b_1 \ln x$
Harmadfokú polinomiális (Cubic)	$Y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3$
S függvény (S, az exponenciális egy típusa)	$Y = e^{b_0 + \frac{b_1}{x}}$
Exponenciális (Exponential)	$Y = b_0 \cdot e^{b_1 x}$



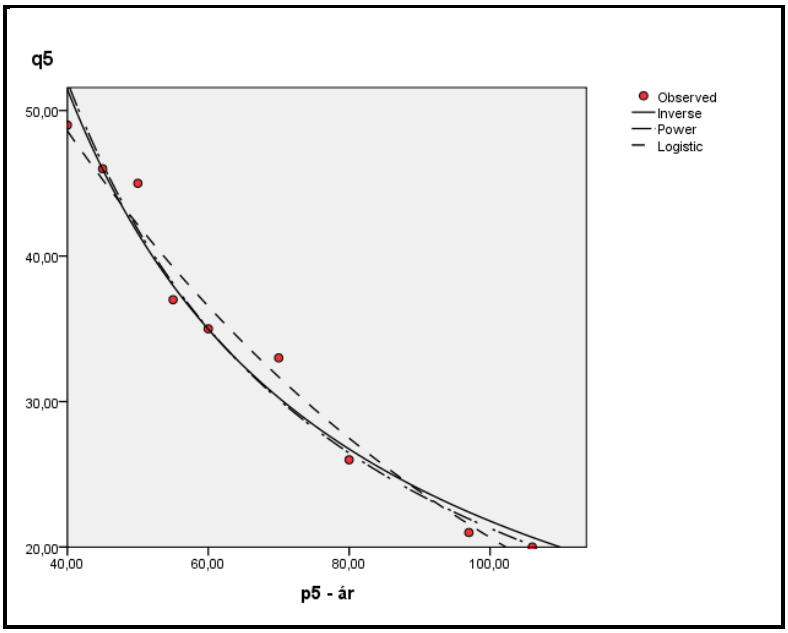
5.sz.ábra. Függvényillesztés a logaritmikus, a harmadfokú és két típusú exponenciális függvényekkel.
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

Inverz (Inverse) $Y = b_0 + \frac{b_1}{x}$

Hatványkitevős (Power) $Y = b_0 \cdot x^{b_1}$

Logisztikus (Logistic) $Y = \frac{1}{\frac{1}{k} + b_0 b_1^x}$

A logisztikus függvénynek előzetesen meg kell határozni a maximum pontját, ahol a görbe telítődik. A képletben *k*-val jelölt konstansnak nagyobbnak kell lennie a függő változó maximumánál. Ennek meghatározására a függvény illeszkedési jóságának (R^2) optimalizálását célzó iterációt javasolok. Az alábbi konkáv logisztikus függvénynek a *k* növelésével egyre jobb illeszkedést értem el, ezért a *k*=10.000 értéket határoztam meg.



6.sz.ábra. Függvényillesztés az inverz, hatványkitevős és logisztikus függvényekkel.
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A tizenegy kipróbált függvény illeszkedésének jóságát és paramétereit tartalmazza a következő táblázat:

5. sz. táblázat. Az illesztett függvények R^2-e és paraméterei

	Rsq	b_0	b_1	b_2	b_3
Lineáris	0,948	64,968	-0,4523		S
Másodfokú polinomiális	0,980	87,3698	-1,1317	0,0047	
Exponenciális (*Compound*)	0,980	85,9726	0,9858		
Növekedési	0,980	4,454	-0,0143		
Logaritmikus	0,977	165,048	-31,394		
Harmadfokú polinomiális	0,980	80,4867	-0,8127		0,000021

5. sz. táblázat. (folyt.) Az illesztett függvények R^2-ei és paraméterei					
	Rsq	**b_0**	**b_1**	**b_2**	**b_3**
S függvény	0,937	2,502	60,3627		
Exponenciális	0,980	85,9726	-0,0143		
Inverz	0,968	2,0105	1977,84		
Hatványkitevős	0,977	1889,1	-0,974		
Logisztikus	0,980	0,0116	1,0144		

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A táblázat második oszlopában a függvényilleszkedés jóságának R^2 mutatója található, a többi háromban pedig a függvényparaméterek. Valamennyi függvény illeszkedése nagyon jó, 0,93 feletti. Legjobb illeszkedése egyformán 0,98-as illeszkedéssel a másodfokú polinomiálisnak, az exponenciálisnak, a növekedési függvénynek, a harmadfokú polinomiálisnak és a logisztikus függvénynek van. Viszonylag ritkán találtam több függvény számára egyformán jó illeszkedést, tapasztalatom szerint leggyakrabban a harmadfokú polinomiális függvény illeszkedik a legjobban a keresleti pontokra.

E termék keresletére illesztett valamennyi függvény konvex, de egy másik termék kereslete konkáv függvényeket eredményezett. A mikroökonómiai, marketing szakirodalom tárgyalja a konkáv, "beragadt" keresleti görbéket. A marketingkutatási gyakorlatban lényegesen többször találkoztam ilyen keresleti görbékkel, mint amekkora a súlya véleményem szerint a idevonatkozó szakirodalomban. Tapasztalatom alapján a kinyilvánított kereslet ötödére-negyedére konkáv függvény illeszthető a legjobban. Mivel ez a kérdés nem befolyásolja az optimum ár meghatározását, ezért ezt a témát a továbbiakban nem részletezem.

3.3.3. Az optimális ár analitikus levezetése

A függvényillesztés után a módszer következő lépése a kiválasztott függvénytípusból levezetni az árrugalmassági együtthatót és kiszámolni az optimum árat. Amint a korábbiakban bemutattam (35. oldal) az árbevétel maximalizálása melletti optimum árat ott találjuk, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő -1-gyel:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = -1.$$

A következőkben levezetem az optimum ár képletét az SPSS által alkalmazott valamennyi függvénytípusból.

1. Lineáris függvény. Legegyszerűbb dolgunk természetesen a lineáris egyenlettel van. A lineáris keresleti függvény általános alakja:

$$Q = \mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p},$$

ahol Q a keresleti függvényt, p az ár, b_0 és b_1 paraméterek. Behelyettesítve a lineáris keresleti függvény általános alakját, kifejezem az optimum árat:

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = \mathrm{b}_1 \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p}} = -1,$$

$$\mathrm{p} = -\frac{\mathrm{b}_0}{2\mathrm{b}_1}.$$

2. Másodfokú polinomiális függvény. Általános alak:

$$Q = \mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p} + \mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{p}^2.$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = (2\mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{p} + \mathrm{b}_1) \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p} + \mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{p}^2} = -1.$$

Ami a következő másodfokú egyenlet megoldásához vezet:

$$3\mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{p}^2 + 2\mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p} + \mathrm{b}_0 = 0,$$

$$\mathrm{p}_{1,2} = \frac{-2\mathrm{b}_1 \pm \sqrt{4{\mathrm{b}_1}^2 - 12\mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{b}_0}}{6\mathrm{b}_2}.$$

3. Exponenciális függvény 1. *(Compound[22])*. Általános alak:

$$Q = \mathrm{b}_0 \cdot {\mathrm{b}_1}^{\mathrm{p}}.$$

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = \mathrm{b}_0 \cdot \ln \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{b}_1^{\mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1^{\mathrm{p}}} = -1,$$

$$\mathrm{p} = -\frac{1}{\ln \mathrm{b}_1}.$$

4. Exponenciális függvény 2. ("Növekedési" - *Growth*). Általános alak:

$$Q = \mathrm{e}^{\mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p}} = \mathrm{e}^{\mathrm{b}_0} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p}}.$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_\mathrm{p} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = \mathrm{e}^{\mathrm{b}_0} \cdot \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{e}^{\mathrm{b}_0} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p}}} = -1,$$

[22] Mivel az exponenciális típusú függvényeknek több változatát is alkalmazza az SPSS, ezért feltüntetem a programban található angol nevet is.

$$b_1 \cdot p = -e^{b_1 \cdot p - p},$$

egyenlőségből nem lehet *p* általános képletét kifejezni. Azonban a paraméterek ismeretében egy alkalmas szoftver alkalmazásával (Matlab, Mapple, stb.) megtalálható az az egyetlen *p* érték, amely mellett az egyenlet két oldalán levő függvények egyenlőek.

5. Logaritmikus függvény. Általános alak:

$$Q = b_0 + b_1 \cdot \ln p.$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_p = \frac{b_1}{p} \cdot \frac{p}{b_0 + b_1 \cdot \ln p} = \frac{b_1}{b_0 + b_1 \cdot \ln p} = -1\ ,$$

$$p = e^{\left(\frac{-b_1 - b_0}{b_1}\right)}.$$

6. Harmadfokú polinomiális függvény. Az optimum ár általános kifejezése a harmadfokú polinomiális egyenletből meglehetősen hosszadalmas feladat, de a paraméterek ismeretében egy szoftverrel ezúttal is gyorsan meghatározhatjuk a valós megoldást - amennyiben van ilyen.

7. Exponenciális függvény 3. *(*"S függvény"*)*. Általános alak:

$$Q = b_0 \cdot e^{b_0 + \frac{b_1}{p}}\ .$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = b_0 \cdot e^{b_0 + \frac{b_1}{p}} \cdot \left(-\frac{b_1}{p^2}\right) \cdot \frac{p}{b_0 \cdot e^{\left(b_0 + \frac{b_1}{p}\right)}} = -1,$$

$$-\frac{b_1}{p} = -1,$$

$$p = b_1.$$

8. Exponenciális függvény 4. (*Exponential*) Általános alak:

$$Q = b_0 \cdot e^{b_1 \cdot p}.$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = b_0 \cdot b_1 \cdot e^p \cdot \frac{p}{b_0 \cdot e^{b_1 \cdot p}} = -1,$$

$$b_1 \cdot p \cdot e^p = -e^{b_1 \cdot p}$$

ugyanazt az eredményt kapjuk, mint a második számú exponenciális típusú függvénynél, vagyis nem lehet p általános képletét kifejezni.

9. Inverz függvény. Általános alak:

$$Q = \mathrm{b}_0 + \frac{\mathrm{b}_1}{\mathrm{p}}.$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_{\mathrm{p}} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = \left(-\frac{\mathrm{b}_1}{\mathrm{p}^2}\right) \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{b}_0 + \frac{\mathrm{b}_1}{\mathrm{p}}} = -1,$$

$$\frac{\mathrm{b}_1}{\mathrm{p}\left(\mathrm{b}_0 + \frac{\mathrm{b}_1}{\mathrm{p}}\right)} = 1,$$

$$\mathrm{b}_1 = \mathrm{p}\mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1,$$

$$\mathrm{b}_0\mathrm{p} = 0,$$

$\mathrm{b}_0 \neq 0$ értéknél csak a p=0 megoldása van.

10. Hatványkitevős függvény. Általános alak:

$$Q = b_0 \cdot p^{b_1}.$$

Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_{\mathrm{p}} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = \mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p}^{\mathrm{b}_1 - 1} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{p}^{\mathrm{b}_1}} = -1,$$

$$\mathrm{b}_1 = -1.$$

végtelen sok megoldása van *p*-re.

11. Logisztikus függvény. Általános alak:

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{k} + b_0 b_1^p},$$

ahol *k* egy *a priori* meghatározott küszöbérték[23]. Az árrugalmassági együttható:

$$\varepsilon_{\mathrm{p}} = \frac{\delta \mathrm{Q}}{\delta \mathrm{p}} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{Q}} = \frac{-\mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1^{\mathrm{p}} \cdot \ln \mathrm{b}_1}{\left(\frac{1}{\mathrm{k}} + \mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1{}^{\mathrm{p}}\right)^2} \cdot \frac{\mathrm{p}}{\frac{1}{\frac{1}{\mathrm{k}} + \mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1{}^{\mathrm{p}}}} = -1,$$

$$\frac{\mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1^{\mathrm{p}} \cdot \ln \mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{p}}{\frac{1}{\mathrm{k}} + \mathrm{b}_0 \cdot \mathrm{b}_1{}^{\mathrm{p}}} = 1,$$

[23] A logisztikus függvény paraméterbecslésére is több módszer áll rendelkezésünkre. Az SPSS a logit módszert használja, amelynek lényege, hogy kívülről adottnak tekintjük a *k* paraméter értékét (Hunyadi, 2004, 14. oldal).

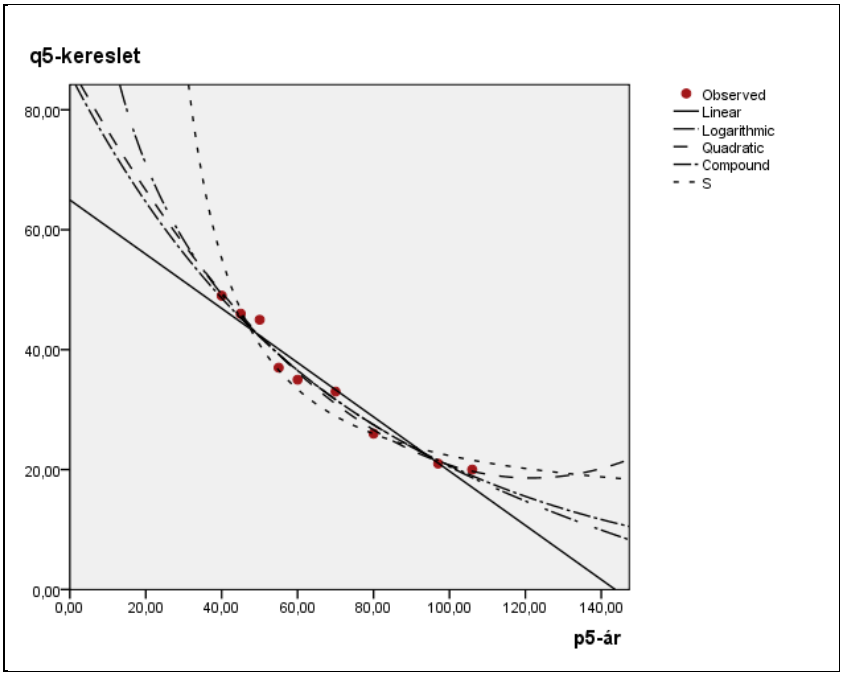
$$b_1^p \cdot (p \cdot \ln b_1 - 1) = \frac{1}{b_0 \cdot k},$$

$$p \cdot \ln b_1 - 1 = \frac{b_1^{-p}}{b_0 \cdot k}.$$

Az egyenlet megoldása - az exponenciális függvényekhez hasonlóan - a paraméterek meghatározása után a két függvény egyenlőségéből adódik.

3.3.4. Az optimális ár meghatározása

Az optimális ár általános képletének meghatározása után a térjünk vissza az empirikus példához. A vizsgált termék keresletére illesztett függvények paramétereit az 5. sz. táblázatban láthattuk, ezek közül a legjobban illeszkedő, illetve a viszonylag könnyen kezelhető függvénytípusokra határoztam meg az optimum árat[24].



7.sz.ábra. A keresleti görbe illesztése öt függvénytípussal.
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A függvények illeszkedési jóságának mutatóit és paramétereit az alábbi (6. sz.) táblázatban találjuk.

[24] A jó illeszkedésű modellek közül kimaradt az általában is legjobb illeszkedést produkáló harmadfokú polinomiális függvény, mivel az egyenletének megoldása nehézkes. Ennek ellenére a marketingkutatási gyakorlatban érdemes kialakítani a gyors megoldás lehetőségét, például valamelyik matematikai szoftver alkalmazásával vagy a több szakaszból álló Cardano-féle megoldóképlet Excel-ben való rögzítésével.

6. sz. táblázat. Ugyanazon termék különböző keresleti függvényeiből számolt optimum árai					
	R^2	b_0	b_1	b_2	p_o (RON)
Lineáris	0,948	64,96	-0,4523		**71,8**
Másodfokú	0,980	87,37	-1,1317	0,0047	**95,9/64,6**
Exponenciális (*Compound*)	0,980	85,92	0,9858		**69,9**
Logaritmikus	0,977	165,05	-31,394		**70,6**
S függvény	0,937	2,502	60,3627		**60,3**

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

Közel egyforma eredmények jöttek ki, ami pozitívan befolyásolja a módszer elfogadhatóságát és működőképességébe vetett bizalmat. Jelentősen eltérő optimum árak esetén egy marketingkutató nehezen győzné meg a klienst a módszer helyességéről. Rosszabb illeszkedésű függvények esetén ez a probléma könnyedén előállhat, a legkevésbé jó illeszkedésű S függvény optimum ára jobban eltér a többitől.

A viszonylag kis különbségek ellenére is egy optimum árat kell választanunk az öt közül. Kézenfekvő választási elvnek tűnik, hogy a legjobban illeszkedő (legnagyobb R^2-ű) függvény alapján számított érték legyen az optimális. Esetünkben a másodfokú polinomiális és az exponenciális függvény tekinthető ennek, a másodfokúnak - értelemszerűen - két megoldása is van. Ezek közül a 64,6-os érték tűnik valószerűbbnek, ami már számottevő mértékben különbözik az exponenciális függvény 69,9-es értékétől. Ezért a többi értéket is figyelembe véve **70,0 RON-os árban határoztam meg az árbevétel maximalizálása szempontjából optimális árat,** vagy ha pszichológiai árat kívánunk alkalmazni, akkor 69 RON-ban.

A szóban forgó kutatás során a módszer helyességének megállapítására külső, *benchmark* adatok viszonyítási alapja is rendelkezésemre áll. Mivel olyan termékekről van szó, amelyeket a magyarországi piacon már forgalmaznak, ezért a román piacra kiszámított optimum árakat viszonyíthatom a már "működő" magyarországi árakhoz. A következő táblázatban összehasonlítom mind a nyolc termékre a magyarországi árakat az egyik legjobb illeszkedést mutató másodfokú polinomiális függvénnyel kiszámolt optimum árakkal.

7.sz. táblázat. Az optimum árak validálása *benchmark* adatokkal		
Termék	**Magyarországi piaci ár (RON)**	**Romániai optimum ár (RON)**
T1	47 RON	43 RON
T2	73 RON	60 RON
T3	142 RON	128 RON
T4	94 RON	75 RON
T5	86 RON	70 RON
T6	97 RON	91 RON
T7	168 RON	161 RON
T8	36 RON	31 RON

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

Látható, hogy a kiszámított optimum árak nagyon valószerűeknek, "működőképeseknek" tűnnek, nem sokkal a magyarországi piaci ár alatt. A két ár közötti **átlagos eltérés 14,6**%, ami könnyen magyarázható a két piac közötti különbségekkel is.

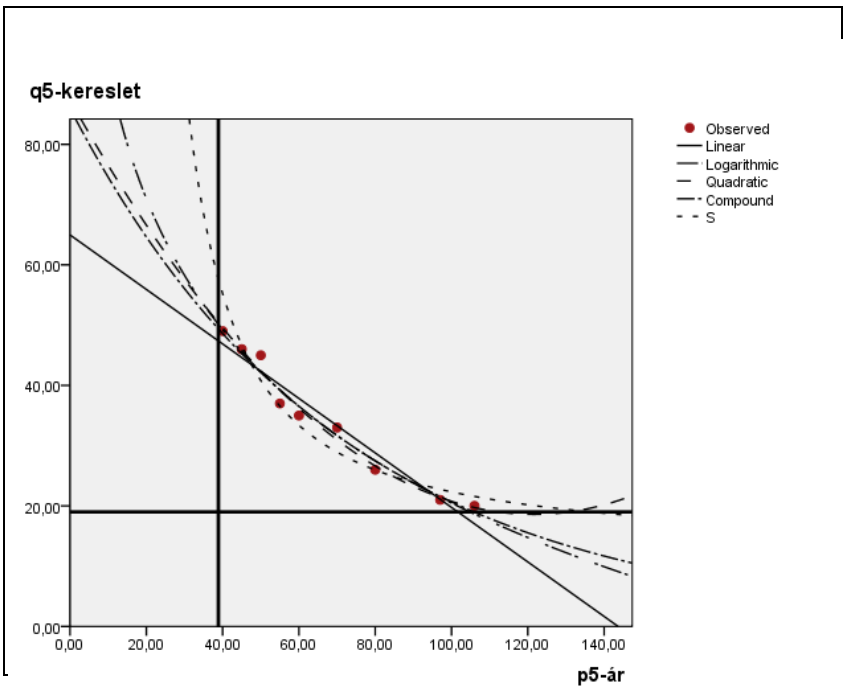
3.4. A módszer kritikája, továbbfejlesztési lehetőségei

Egyszerűségéből adódóan a módszernek nem sok kritikus pontja van. Kulcsfontosságú a helyesen megválasztott kérdezési technika, de ha már sikerült megtudni az interjúalany rezervációs árát, akkor a többi már egzaktul levezetett algoritmus.

3.4.1. Továbbfejlesztési lehetőségek

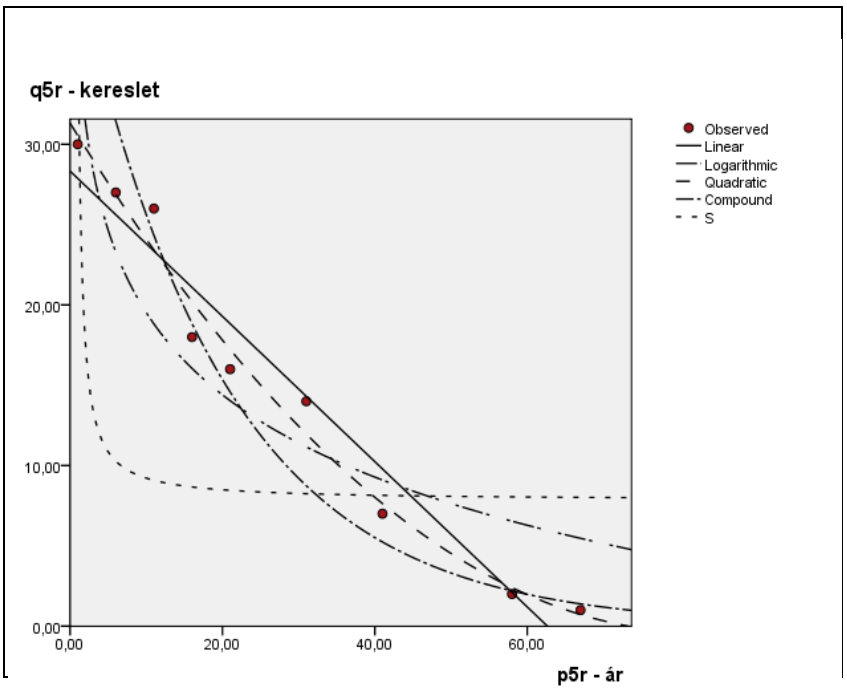
Egy pontban azonban felvetődik a módszer fejlesztésének, módosításának szükségessége. A grafikonokat vizsgálva megállapíthatjuk, hogy némelyik függvény - például a legjobb illeszkedést adó másodfokú polinomiális, vagy más nemlineáris függvény - baloldali vége nagyon „felmegy”, magas értéknél metszi a függőleges tengelyt (7. sz. ábra). Ez azt a természetes helyzetet tükrözi, hogy nullához közeli áron nagy a kereslet. A lineáris függvény nullparamétere 64,9, ezzel szemben a másodfokúé 87,4, ami jelentős különbség, de igazából logikailag is értelmezhetetlen, hogy nulla áron mekkora lenne a kereslet[25]. Jogos elvárásnak tűnik, hogy a becslés során a legkisebb ár alatti és a legnagyobb ár feletti tartománnyal lehetőleg ne befolyásoljuk a függvényillesztést. Pontosabban a függvényillesztés csak az ár-kereslet pontokat veszi figyelembe, de az optimum ár képletében több függvénytípusnál is szerepel a nullparaméter.

[25] Az empirikus gyakorlatban találkoztam olyan keresleti függvénnyel is – a későbbiekben is látni fogunk egyet -, amelynek a nulla árhoz tartozó relatív kereslete több mint 100%.



8.sz.ábra. A koordináta rendszer eltolása.
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A **koordináta rendszer eltolására** van szükség, arra, hogy a függőleges tengely a legkisebb tesztelt árnál messe a vízszintest, ne az origónál. A gyakorlatban ez úgy valósítható meg, hogy a tesztelt árakból levonjuk a legkisebb értékét, majd a függvényillesztés és az optimum ár meghatározása után hozzáadjuk a végeredményhez. Kérdés, hogy mekkora legyen a függőleges tengely eltolása, a legalacsonyabb árnál legyen az origó vagy máshol? Technikai szempontból indokolt, hogy ne nulla árnál, hanem 1-nél legyen a legnagyobb mért kereslet, mivel néhány függvénytípus nem metszi a függőleges tengelyt. Ehhez nem a legkisebb árat, hanem annak 1-gyel csökkentett értéket kell kivonni a tesztelt árakból. Indokoltnak tűnik **a tesztelt legnagyobb ár feletti függvényszakaszt** is kizárni az optimum ár meghatározásából, úgy hogy a vízszintes tengelyt felfele toljuk, kivonva a keresleti értékekből a legkisebb kereslet 1-gyel csökkentett értékét. E lineáris transzformáció valószínűleg nem változtat a lineáris függvény illeszkedésén, de javíthatja a nemlineáris függvényekét.



9.sz.ábra. A vizsgált öt függvény illeszkedése az új koordináta rendszerben.
Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A következő táblázatban összehasonlítom a három módszer; a transzformáció nélküli, csak az ár transzformációja (függőleges tengely eltolása), illetve mind az ár és mind a kereslet transzformációjának eredményeit.

8.sz. táblázat. Ugyanazon termék skálatranszformáció előtti és utáni optimum árainak összehasonlítása

	Transzformáció nélkül		Csak a függőleges tengely van eltolva		Mindkét tengely el van tolva	
	R^2	Optimum ár	R^2	Optimum ár	R^2	Optimum ár
Lineáris	0,948	**71,8**	0,948	**91,3**	0,948	**70,3**
Másodfokú	0,980	**64,6**	0,980	komplex szám	0,980	**66,2**
Exponenciális (Compound)	0,980	**69,9**	0,980	**105,2**	0,980	**58,5**
Logaritmikus	0,977	**70,6**	0,818	**714,8**	0,818	**90,7**
S függvény	0,937	**60,3**	0,299	**96,5**	0,183	**40,6**

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A lineáris, másodfokú polinomiális és az exponenciális függvények esetében az illeszkedés jósága nem változott, de a másik két függvénynél jelentősen csökken. Nem meglepő, hogy a lineáris függvény esetében a meredekség nem változik, ahogy a másodfokú polinomiálisnál az x^2 együtthatója sem. Az eredmények is igazolják (a 8. sz. táblázat középső oszlopaiban), amit analitikusan is sejtettünk, hogy csak az ár csökkentése, vagyis a függőleges tengely jobbra tolása nem elégséges, mindkét adatsor, a koordináta rendszer transzformációjára szükség van.

A jó illeszkedésű függvények eredeti és transzformáció utáni optimum árai szinte teljes mértékben megegyeznek, ezért **továbbra is a 70 RON-os végeredményt tartom a jó megoldásnak**. Ennek ismeretében kérdés, hogy egyáltalán szükség van-e erre a transzformációra? A multidimenzionális modellekkel szemben a függvényillesztés módszerénél jelentősége van az illesztett függvény és az ordináta metszéspontjának, vagyis a függvény nullparaméterének. Láthattuk a különböző függvénytípusok optimum ár képleteiben, hogy többnél is a nullparaméter befolyásolja az optimum árat: a lineáris, másodfokú-, harmadfokú polinomiális, logaritmikus és a logisztikus esetében. Másrészt tény, hogy a polinomiális függvények esetében minimális a változás, más függvényeknél pedig jelentősen romlott az illeszkedés jósága. Véleményem szerint a skálatranszformációnak főképp a nagyobb áru termékek/szolgáltatások kereslet vizsgálatánál van jelentősége, az origóhoz közeli ár-kereslet pontok esetében nincs.

Egy másik lehetséges kritikai észrevétel a módszerrel kapcsolatban a keresleti függvények empirikus meghatározásának általános problémája, a **pszichológiai árszintek** (X,99 típusú árak) hatása a keresletre. Több termékcsoport, de elsősorban az FMCG termékek piacán olyan nagymértékben el van terjedve a pszichológiai árak használata, hogy ez a tényező nem hagyható figyelmen kívül. Blattberg és Wisniewski (1989) kiskereskedelmi szkennelt adatok vizsgálata alapján kimutatták, hogy a pszichológiai árcsökkentésre adott keresleti válaszok átlagosan 10%-kal nagyobbak, mint a más ártartományban végrehajtott azonos mértékű árcsökkenés keresletnövekménye.

A pszichológiai árak léte **negatívan befolyásolhatja a keresleti függvény meghatározását**, a függvényillesztést, ugyanis az X,99 típusú áraknál nagyobb az árrugalmasság, lépcsőzetes keresleti görbét eredményezve. A módszer további fejlesztési iránya lehet ennek a problémának a vizsgálata. Ez azonban csak a tényleges vásárlási adatokon alapuló keresleti görbe illesztést befolyásolja, amikor a szkennelt adatokra vagy más marketing információs rendszerből származó adatokkal dolgozunk. A kinyilvánított vásárlási hajlandóság vizsgálata során nem valószínű és az empirikus kutatások során sosem tapasztaltam, hogy az árra vonatkozó nyitott kérdésre az interjúalanyok pszichológiai árat adtak volna meg. Zárt kérdésfeltevés esetén pedig elvi lehetőségük sincs erre.

3.4.2. Következtetések

Összefoglalásképp elmondható, hogy a logisztikus regressziós modellt alkalmazó árkutatási módszer ellenőrzésére létrehozott függvényillesztés módszere több szempontból is önmagában alkalmazható árkutatási módszernek tekinthető. Olyan technikákból áll össze, amelyeket külön-külön már régóta ismernek és alkalmaznak: árbevétel maximalizálás, mint optimum cél, az árrugalmassági együttható mérése, a keresleti függvény empirikus meghatározása, de ezek együttes alkalmazása és az optimum ár képletének kifejezése jelenti az újszerűséget. A módszer előnye leginkább gyors és egyszerű alkalmazásában áll, korlátjának is az egyszerűsége, kétváltozós jellege tekinthető[26].

Kritikus pontja nem a módszer sajátja, hanem a potenciális célpiac rezervációs árának pontos megismerése, ami kutatásmódszertani, adatfelvételi probléma. Tényleges vásárlási adatok alkalmazásával ez a probléma megszűnik, de helyette adódik a pszichológiai árak hatása és a keresleti függvény meghatározásához szükséges legalább öt ár-kereslet értékpár egyidejű megléte.

[26] Erről a későbbiekben még lesz szó, a többváltozós logisztikus regresszió árkutatási módszerrel való összehasonlítás során.

4. BINOMIÁLIS LOGISZTIKUS REGRESSZIÓ

A binomiális logisztikus regressziós modellt a nemlineáris ökonometriai modellek egy csoportjába a „*categorical and limited dependent models*” (*CLDV*) közé sorolják. A modellcsalád nevét többféleképp fordították magyarra: találkozhatunk a „kvalitatív és korlátozott endogén változók” elnevezéssel (Kőrösi et al, 1990, 370. old.), a „minőségi és korlátozott eredményváltozójú” névvel is (Ramathan, 2003, 550. old.), Hajdu (2003, 290, old.) pedig „nominális kategóriákról” beszél. Véleményem szerint a "minőségi eredményváltozó" jelzős szerkezet kutatásmódszertani szempontból félrevezető, sokan kvalitatív kutatási adatokra gondolhatnak, a „nominálisra” pedig azért nem szűkíthetjük, mert a modellcsalád tartalmaz ordinális eredményváltozójú modelleket is. Ezek a modellek kvantitatív kutatási adatokat igényelnek, amelyekben a függő változó kategoriális, ezért a továbbiakban a "kategoriális és korlátozott eredményváltozójú" modell elnevezést fogom használni.

A név megtalálása után nézzük, milyen tartalmat tartogatnak e fogalmak. A modellek rövid általános bemutatására az alapegyenletek összehasonlítása kiválóan alkalmas (Kőrösi et al, 1990, 371. old.). Egy esemény, vagyis a függő változó valamelyik diszkrét kategóriájának a „bekövetkezése”, felírható úgy, mint egy feltételes valószínűség, amit a magyarázó változók vektora határoz meg. Az általános alapegyenlet:

$$P(y_i = 1|x_i) = F(x'_i\beta), \qquad i= 1, ..., t,$$

ahol $P(y_i = 1|x_i)$ az $y_i = 1$ alternatíva bekövetkezésének feltételes valószínűségét jelöli, x_i független változó vektor, β a független változók ismeretlen paraméterei, $F(x)$ pedig valamilyen ismert eloszlásfüggvény. E függvény formája meghatározza a modellcsaládot:

1) $F(x) = x$, lineáris függvény esetében, **lineáris valószínűségi modellről** beszélünk. A képlet alapján ez a modell abban különbözik a lineáris regressziós modelltől, hogy nem a függő változó a független változók lineáris kombinációja, hanem a függő változó egyik értékének bekövetkezési valószínűsége.

2) $F(x) = e^x/(1+e^x)$ függvényt nevezzük logit függvénynek, a modellt pedig **binomiális logisztikus regressziós modell**nek. A logisztikus regressziós modellek azt a családját, amelyben az eredményváltozót nem kettő, hanem annál több kategóriával rendelkezik, **multinomiális logit** modelleknek nevezzük[27]. Ezen a nagyon kiterjedt modellcsaládon belül megkülönbeztetjük a feltételes logit modelleket *(conditional logit*

[27] Hajdúnál (2003, 310. oldal) a polichotom logisztikus regresszió elnevezés szerepel.

model), amelyben a döntést csak az alternatívák jellemzői befolyásolják, illetve az ordinális (rangsorolt kategóriájú) eredményváltozójú (*ordered logit model*) modelleket.

3) $F(x) = \Phi(x) = \int_{-\infty}^{-x_i'\beta/\sigma^2} 2\prod^{-1/2} \exp\left[-(t^2/2)\right] dt$, a **probit modell**, amely szintén lehet bi-, illetve multinomiális. A logithoz hasonlóan létezik ordinális probit is (Long, 1997). A probit modell esetében nem az esélyhányados[28] logaritmusát, hanem a standard normál kumulált eloszlás függvény inverzét határozzuk meg. E transzformáció grafikonjának is S-alakja van, enyhébb meredekséggel. Gyakran ugyanaz az eredmény, mint a logit modell esetében, de komoly gyakorlati hátránya hogy az együtthatók sokkal nehezebben értelmezhetők. A standard normális eloszlása feltétele miatt a probit alkalmazása nem ajánlott, ha viszonylag sok megfigyelés található az eloszlás két végén (Garson, 2009).

4) Empirikus kutatások nagyon gyakori problémája az adatok korlátozott jellege, azaz a függő változói értékei folytonosak egy bizonyos terjedelemben, majd egy bizonyos küszöbértéknél (gyakran nullánál) tartalmaznak egy nemlineáris ugrást. Például tekintsünk egy igencsak valószerű marketingkutatási kérdést: „Mennyit fizetne Ön ezért a termékért/szolgáltatásért?”. A válaszok két kategóriába sorolhatók: azok, akik nem kívánják megvenni a terméket/szolgáltatást, nulla értéket, a többiek pedig egy többé-kevésbé széles skálán szóródó összeget neveznek meg. Az ilyen jellegű adatokból álló függő változó modellezésére először James Tobin Nobel-díjas közgazdász javasolt megoldást, amit róla „Tobin probit”, majd **tobit modellnek** neveztek el[29].

A tobit modell értelmezhető úgy, mint egy lineáris regresszió, amelyben a függő változót vagy jobbról, vagy balról, vagy mindkét irányból valamilyen küszöbérték korlátozza. A modell általános formája Greene (2003, 764. old.) alapján két küszöbérték esetén:

$y^*_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon,$

$y_i = a$ ha $y^*_i =< a,$

$y_i = b$ ha $y^*_i >= b,$

$y_i = y^*_i$ különben,

ahol y^*_i ún. látens változó, amelyre az esetek egy részében (a küszöbértékeken kívül) nincs megfigyelésünk, *y* a megfigyelt függő változó, *a* és *b* pedig a regresszió paraméterek.

A kategoriális és korlátozott eredményváltozójú (*CLDV*) ökonometriai modellek közös jellemzői, és előnyei a lineáris regressziós modellel szemben:

---

[28] Az esély (*odds*) fogalmát az 56. oldalon definiálom.

[29] Tobin 1958-as cikkében a háztartások tartós fogyasztási cikk keresletét vizsgálta.

- a paraméterek becslési módja nem a legkisebb négyzetek módszere, hanem leggyakoribb a *maximum likelihood* becslési eljárás, de más módszerek is alkalmazhatók,
- fontos tulajdonság, hogy a kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek nem tételezik fel a függő és a független változók közötti lineáris kapcsolatot,
- ezért is a független változók közé kategoriális változók is beépíthetők a modellbe.

4.1. A binomiális logisztikus regressziós modell alapegyenlete

A kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek talán leggyakrabban alkalmazott változata marketingkutatási és általában az empirikus gazdaság- és társadalomtudományi kutatásokban, a binomiális logisztikus regresszió, vagy másképp a logit modell. Kutatásmódszertani fogalmakat használva a logisztikus egy olyan regressziós modell, amelyben a függő változó kétértékű kategoriális (dichotóm) változó, és a független változók bármilyen típusúak lehetnek: intervallum, ordinális, nominális. Ez a „technikai előny" empirikus kutatásokban és különböző alkalmazásokban igen nagy jelentőségű.

A kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek, ezen belül a binomiális logisztikus regressziós modell többféleképp megközelíthető (Long, 1997, 35-45. oldalak). Értelmezhetjük egy látens változó modelljeként, amelyben a megfigyelt dichotóm változó egy tökéletlen leképezése egy mögöttes, látens változónak. Ez a megközelítés leginkább a korlátozott, cenzorált eredményváltozójú modellekre jellemző. Másik megközelítési mód a diszkrét választási szituáció modellje, amelyben az alternatívák között választó fogyasztó az egyéni hasznosságfüggvényét kívánja maximalizálni. Végül - és ezt a levezetést fogom bemutatni - beszélhetünk egy valószínűségi modellről, amelyben a független változók és egy esemény bekövetkezési valószínűsége között logisztikus függvénnyel leírható, függvényszerű kapcsolat van.

A logit modell célja a függő változó értékei bekövetkezési valószínűségeinek a meghatározása. Valamely esemény elfogadásának vagy elutasításának valószínűsége felírható a következő módon:

$$P(Y=1) = F(\beta'x) \text{ és } P(Y=0) = 1- F(\beta'x),$$

ahol az x a magyarázó változók vektora, β pedig ezek változásának hatása a valószínűségre. Az egyenlet jobb oldalát jelentő függvény meghatározásának egyik lehetséges módszere a lineáris regressziós modell, azonban ennek alkalmazása több

problémát is felvet. Legfőbb akadály, hogy a lineáris regresszió függő változójának becsült értékei nem korlátozódnak a 0-1 intervallumra, a modellben értelmezhetetlen negatív értékek is előfordulhatnak. A lineáris regressziós modell becslési eljárásától, a legkisebb négyzetek módszerétől (OLS) eltérően, a maximum likelihood (ML) becslés nem a függő változó értékének változásával számol, hanem egy esemény bekövetkezésének valószínűségéből képzett valószínűségi függvényt maximalizálja, ezért a függő változó értéktartománya nem lép ki az említett intervallumból. Becsüljük meg tehát, egy esemény bekövetkezésének a valószínűségét[30]. Marketingkutatási példára alkalmazva vegyük egy termék vásárlásának a valószínűségét, amelyben a független változók (x_i) a termék és a vásárlók különböző jellemzői.

$$P(Y=1) = b_0 + b_1x_1 + \ldots + b_kx_k.$$

A fenti lineáris egyenlet már említett problémája, hogy a valószínűségek nem maradnak meg a 0 és 1 intervallumban. Ezért a következő átalakítással elérjük, hogy az egyenlet bal oldalának minimum pontja zéró legyen:

$$\frac{P(Y=1)}{1-P(Y=1)} = b_0 + b_1x_1 + \ldots + b_kx_k.$$

A b_i paraméterek természetesen nem ugyanazok, mint az előbbi egyenletben, de az egyszerűség kedvéért nem vezetünk be újabb jelöléseket. Az egyenlet bal oldalával új fogalmat vezethetünk be, az esély[31] fogalmát amelyet két komplementer valószínűség hányadosaként definiálhatunk:

esély (*odds*) = $\frac{P(Y=1)}{1-P(Y=1)}$ - két komplementer valószínűség hányadosa.

Szükséges azonban még egy transzformáció, hogy a függő változó értelmezési tartománya mínusz végtelentől plusz végtelenig terjedjen. Vegyük ezért az esély természetes alapú logaritmusát[32]:

$$\ln\frac{P(Y=1)}{1-P(Y=1)} = b_0 + b_1x_1 + \ldots + b_kx_k.$$

---

[30] A logisztikus regresszió alapegyenletének a levezetése főképp Székelyi–Barna (2002) könyvére támaszkodik.

[31] Az *odds* kifejezést a magyar szakirodalom egy részével (Székelyi-Barna, 2002) összhangban esélynek fordítom, annak ellenére, hogy meghatározó szakkönyvek, mint például Hajdu (203) meghagyja az angol kifejezést.

[32] Az egyenlet paramétereire az előbbi megjegyzés ezúttal is érvényes.

Belátható, hogy az esély lineáris függvénye x-nek, de a $P(Y = 1)$ nem, ez egy alapvető különbség a lineáris valószínűségi modellel szemben, amelyben ez utóbbi is a magyarázó változók lineáris függvénye (Gujarati, 2004, 596. oldal). Minket azonban nem az esély logaritmusa, hanem az esemény bekövetkezésének a valószínűsége érdekel, ezért kifejezzük a P(Y=1) valószínűséget a fenti egyenletből és ez lesz a logisztikus regresszió alapegyenlete:

$$P(Y = 1) = \frac{e^{b_0 + b_1x_1 + \cdots + b_kx_k}}{1+e^{b_0 + b_1x_1 + \cdots + b_kx_k}}. \qquad (3)$$

Gyakran találkozhatunk a szakirodalomban a következő formákban kifejezett alapegyenlettel is:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1+e^{-(b_0 + b_1x_1 + \cdots + b_kx_k)}} = [1 + e^{-(b_0 + b_1x_1 + \cdots + b_kx_k)}]^{s-1}.$$

4.2. A paraméterek becslése

A logisztikus regresszió egyenlet paramétereinek becslésére leggyakrabban a maximum likelihood (MLE) módszert alkalmazzuk. A lineáris regresszió-analízis során alkalmazott legkisebb négyzetek módszerével (OLS) szemben, amikor a megfigyelési és a becsült adatpontok közötti távolság négyzetösszegének a minimalizálása a cél, a logisztikus regresszió paraméterbecslése egy valószínűség függvényt az ún. *likelihood* függvényt maximalizálja (MLE). Egy likelihood függvény az a valószínűség, amellyel megbecsüljük egy függő változó értékét a független változók értékei alapján. A diszkrét függő változó likelihood függvénye 0 és 1 közötti értékeket vehet fel. Ennek logaritmusa a *log likelihood* a függvény értéktartománya mínusz végtelen és 0 között van.

A maximum likelihood tehát egy olyan iteratív algoritmus, amely a logisztikus egyenlet paramétereinek teljesen véletlen becsléséből indul ki, majd meghatározza a log likelihood függvény változtatásának irányát és nagyságát. A kiinduló függvény becslése után teszteli a rezidúmokat, majd újrabecsüli a függvényt és ismétlődik a folyamat kb. 5-8-szor addig, amíg a függvény növekedésének mértéke már nem szignifikáns. Adott a modell kezdő függvénye:

$$LL = -2\{(n_Y=1)\ln[P(Y=1)] + (n_Y=0)\ln[P(Y=0)],$$

ahol $n_Y=1$ az esemény bekövetkezésének gyakorisága; P(Y=1) az esemény bekövetkezésének valószínűsége. A –2-vel való szorzás azért szükséges, mert ezáltal a

függvénynek megközelítőleg chi-négyzet eloszlása lesz és lehetővé teszi annak vizsgálatát, hogy az újabb magyarázó változók bevonása a modellbe szignifikáns mértékben növeli-e a *likelihood* függvény értékét vagy sem. A hatás tesztelése tehát a lineáris regresszió F próbájához hasonló chi-négyzet próbával történik. A paraméterek becslése addig folytatódik, amíg a likelihood függvény értékének növekedése szignifikáns. Amemiya (1985, 110. oldal) formálisan bebizonyította, hogy a log likelihood függvény globálisan konkáv, amiből következik, hogy a Newton-Raphson módszer alapján bármilyen induló érték esetén is egy egyedüli maximum pontba konvergál és az ML becslőfüggvény konzisztens, aszimptotikusan normális eloszlású és aszimptotikusan hatásos.

Valamennyi elterjedtebb, ökonometriai számítógépes szoftver a maximum likelihood eljárást használja paraméterbecslésre, de másik két módszer is alkalmazható: a nem iteratív súlyozott legkisebb négyzetek módszere és a diszkriminancia függvény (Hosmer-Lemeshow, 2000, 21. oldal).

4.3. A modell specifikációjára vonatkozó mutatók

A lineáris regressziós modell magyarázó erejét mutató R^2 nem számolható ki, mivel a logisztikus regressziós modell függő változójának szórása függ a változó eloszlásától is. Greene (2003, 686. oldal) azt tartja alapvető különbségnek, hogy amíg a legkisebb négyzetek módszerénél a *b* paraméterek becslésének kritériuma az R^2 maximalizálása a cél, addig a maximum likelihood becslés során nem valamilyen illeszkedési kritérium maximalizálására törekszünk. Ennek ellenére, vagy talán épp ezért jó néhány a modell illeszkedésének jóságára vonatkozó mutatót fejlesztettek ki, amelyeket megpróbálok minél teljesebb körűen és alaposan megvizsgálni és kiválasztani a marketingkutatási gyakorlat szempontjából indokoltakat.

Két csoportba sorolhatók ezek a mutatók: a likelihood függvény értékén, illetve a modell előrejelzési pontosságán alapuló mutatókra.

4.3.1. A likelihood függvény értékén alapuló mutatók

A maximum likelihood becslési eljárásnak nincs olyan egyértelmű mutatója a paraméter becslés hatásosságára vonatkozóan, mint a legkisebb négyzetek módszerének R^2-e (Chatterjee-Hadi, 2006, 328. oldal), azonban több mutató is a likelihood függvény kezdeti (L_0) és végső (L_1) értékeinek az összehasonlítására alapoz. Egyes szoftverek (pl. a STATISTICA) szerint az induló modell tökéletes illeszkedésének nullhipotézise mellett az $L = -2(L_0 - L_1)$ kifejezés chi-négyzet eloszlású *p-1* szabadságfokkal, az SPSS a $-2L_1$

értékét az *n-p* szabadságfokú[33] chi-négyzet eloszláshoz viszonyítja (de Sá, 2007, 325. oldal).

A **McFadden** által definiált kvázi, vagy más nevén pszeudó R^2 képlete:

$$R^2 = 1 - \frac{L_0}{L_1}.$$

A **Cox-Snell** és a **Nagelkerke** mutató. A Cox-Snell mutató a likelihood függvény kezdeti és végső értékeit hasonlítja össze úgy, hogy a mutató 0 és 1 között vegye fel az értékeit. A probléma az, hogy sosem éri el az 1-et, ezért a pontos értelmezése lehetetlen.

$$R^2 = 1 - \left(\frac{L_0}{L_1}\right)^{2/n}.$$

Nagelkerke azzal oldotta meg ezt a problémát, hogy a Cox-Snell mutató értékét elosztja a minta lehetséges maximális értékével.

$$R^2 = \frac{1-\left(\frac{L_0}{L_1}\right)^{2/n}}{1-(L_0)^{2/n}}.$$

A **McKelvey** és **Zavoina** (1975) által kidolgozott R^2 kilóg a sorból, nem a likelihood függvény alapján számol, hanem inkább a lineáris regresszió R^2-hez hasonlóan számolja ki a rezidúmokat. Előnye, hogy kettőnél több értékkel rendelkező függő változó esetén is alkalmazható, például a multinomiális logit vagy probit modelleknél.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{y}_i^* - \bar{y}_i^*)^2}{\sum_{i=1}^{N}(\hat{y}_i^* - \bar{y}_i^*)^2 + N\sigma^2},$$

ahol $\bar{y}_i^*$ az $\hat{y}_i^*$becsült értékek átlaga. A σ^2értéke a logit modelleknél $\sigma^2 = \frac{1}{3}\pi^2$, a probit modell esetében $\sigma^2 = 1$. Windmeijer a több specifikációs mutatót összehasonlító elemzésében (Franses-Paap, 2001, 64. oldal) a McFadden és a McKelvey-Zavoina mutatókat tartja a legalkalmasabbnak, mivel kevésbé függnek a y_i =1 megfigyelések számától.

Az Akaike és a Bayes-i Információs Kritérium

Több modell közötti választáshoz nyújt információt az Akaike Információs Kritérium (AIC), amelyet először Akaike javasolt 1969-ben, és a Schwarz által 1978-ban

[33] Ahol *n* a mintaelemszám, *p* a modellbe bevont változók száma.

továbbfejlesztett Bayes-i Információs Kritérium (BIC)[34]. A két mutatót a következőképp számoljuk ki:

$$\mathrm{AIC} = \frac{1}{\mathrm{N}}(-2\mathrm{l}(\hat{\beta}) + 2\mathrm{n}),$$

$$\mathrm{BIC} = \frac{1}{\mathrm{N}}(-2\mathrm{l}(\hat{\beta}) + \mathrm{nlnN}),$$

ahol n a paraméterek száma, N a mintaelemszám és $l(\beta)$ a β paraméterek likelihood függvényének a maximuma. Az alternatív modellek eltérő β paraméterei különböző információs kritérium értékeket eredményeznek. A mutatóknak önmagukban nincs jelentésük, de összehasonlítva a különböző modelleket minél kisebb az AIC és BIC érték, annál jobban specifikált modellről beszélhetünk. Az AIC esetében 2-nél nagyobb eltérés már értékelhető különbséget jelent a modellek illeszkedésben (Chatterjee-Hadi, 2006, 296. oldal). A szerzőpáros szerint a két mutatószám előnye, hogy eltérő független változó vektorral rendelkező modellek is összehasonlíthatóak, hátránya, hogy – mint a képlet alapján is megállapítható – „bünteti" a több magyarázó változóval rendelkező modelleket. A mutatóknak ugyanis deklarált célja egyensúlyt teremteni a modell minél jobb illeszkedése és egyszerűsége között. A BIC az AIC-nál is erőteljesebben veszi figyelembe a modellbe bevont magyarázó változók számát, ha a mintaelemszám nagyobb 8-nál.

4.3.2. A modell illeszkedési jóságára vonatkozó mutatók

A modell illeszkedésének jósága úgy definiálható, hogy a modell mennyire képes leírni a függő változót (Hosmer-Lemeshow, 2000, 143. oldal). Az illeszkedés jóságának mutatói közül valamennyi a tényleges és a modell által becsült függő változó értékeinek összehasonlításán alapul, ezért az előrejelzési pontosságon alapuló mutatóknak is nevezzük.

Hosmer-Lemeshow statisztika. Hosmer és Lemeshow által 1980-ban javasolt statisztikát az SPSS opcionálisan kiszámolja, amelyet robusztusabbnak tart a többinél, főképp numerikus független változó és kis minták esetén (SPSS Inc., 2003, 10. oldal). Az eljárás tíz részre osztja a becsült függő változó szerint sorba rendezett mintát és mindegyik decimálisban összehasonlítja a függő változó 0 illetve 1-gyes értékeinek megfigyelt számát a becsülttel. A Hosmer-Lemeshow féle $\hat{C}$ statisztika a 10x2-es klasszifikációs táblából

[34] Az AIC és a BIC a lineáris regressziós egyenlet illeszkedési jóságának mutatóiként is használhatóak. Ebben az esetben a képlet természetesen nem a likelihood függvényre, hanem az SSE-re alapoz (Chatterjee-Hadi, 2006, 296. oldal).

kiszámolt Pearson chi-négyzet statisztikán alapul és megközelítőleg chi-négyzet eloszlása van (Hosmer-Lemeshow, 2000, 149. oldal).

Klasszifikációs tábla

Egy másik – könnyű érthetősége miatt a marketingkutatási gyakorlatban is nagyon népszerű – mutatója a logisztikus regressziós modell illeszkedési jóságának a „klasszifikációs tábla”[35], ami a függő változó becsült és tényleges értékeit hasonlítja össze. Használatának gyakorisága miatt indokoltnak tartom, hogy a következőkben részletesebben megvizsgáljam az alkalmazása mellett illetve ellen szóló érveket.

A modell becsült valószínűségei alapján hozzárendelhetjük valamennyi esethez a függő változó két kimenetének valamelyikét. Ehhez szükséges definiálnunk egy küszöbértéket (*k*), amely feletti valószínűségi értékek esetén a termék vásárlását, az alatti értékek esetén pedig a vásárlás elutasítását valószínűsítjük. Legyen $\hat{y}_i$ becsült függő változó két értéke:

$$\hat{y}_i = \begin{cases} 0 & \text{ha } \widehat{\mathrm{P}}(\mathrm{y}=1) \leq \mathrm{k} \\ 1 & \text{ha } \widehat{\mathrm{P}}(\mathrm{y}=1) > \mathrm{k}\,, \end{cases}$$

ahol $\widehat{\mathrm{P}}(\mathrm{y}=1)$ a modell alapján becsült valószínűség. A *k* küszöbérték általában 0,5, de a logisztikus regresszió elemzést tartalmazó számítógépes szoftverek lehetővé teszik ennek opcionális változtatását. A klasszifikációs tábla általános formája:

9.sz. táblázat. Klasszifikációs tábla

		Előrejelzés		Találati arány %
		0 - nem	1 - igen	
Tény	0 - nem	n_{11} helyes besorolás	n_{12} másodfajú hiba	$n_{1.}$
	1- igen	n_{21} elsőfajú hiba	n_{22} helyes besorolás	$n_{2.}$
Összesen		$n._1$	$n._2$	n

Forrás: Hosmer-Lemeshow, 2000. 149. oldal.

A találati arány kifejezhető egy értékkel, ez a klasszifikációs R_k^2:

$$R_k^2 = \frac{(n_{11}+n_{22})}{n},$$

ahol n a mintaelemszám, n_{11} és n_{22} a két típusú helyes találatok száma.

[35] A magyar nyelvű szakirodalomban elterjedt a "találati mátrix" kifejezés is, de itt matematikai értelemben nem mátrixról van szó.

Greene (2003, 685. oldal) fenntartásait fogalmazza meg e mutatóval kapcsolatban, rávilágít arra, hogy kiegyensúlyozatlan minták esetén - amikor az 1-esek vagy a 0-ák aránya sokkal nagyobb, mint a másik kategóriáé - megbízhatatlan ez a módszer. A küszöbérték változtatásával természetesen lehet módosítani a besorolásokat, de az egyik típusú hiba javulásával egyidejűleg romlik a másik.

Ezt a problémát azonban már korábban korrigálták. Long (1997, 108. oldal) bemutatja **az adjusztált klasszifikációs mutatót**, ami a legnagyobb gyakoriságú kategóriával korrigálja az előbbi mutatót:

$$R_{ak}^2 = \frac{(n_{11}+n_{22})-max_r}{n-max_r(n_{r.})},$$

ahol $n_{r.}$ a táblázat *r*. sorának összege, a függő változó kategóriáinak gyakorisága. Az adjusztált klasszifikációs R^2-et értelmezhetjük úgy is, hogy a független változók ismerete hány százalékkal csökkenti az előrejelzési hiba nagyságát, ahhoz képest, ha csak a peremvalószínűségek, vagyis csak a függő változó eloszlásából ismert $\mathrm{P(y=0)}$ és $\mathrm{P(y=1)}$ valószínűségek alapján becsülnénk. Ez a mutató egyenlő a **Goodman és Kruskal $\boldsymbol{\lambda}$ − val** (Long 1997, 108. oldal).

Veall and Zimmerman`s (1996) szimulációs vizsgálatok alapján javasolják a **McFadden et al által kidolgozott kvázi R négyzet** alkalmazását:

$$R_{kv}^2 = \frac{(n_{11}+n_{22})-\mathrm{n.1}-\mathrm{n.2}}{n-max_r(n_{r.})}.$$

Egy fontos érv a klasszifikációs táblából származtatott mutatók alkalmazása ellen az, hogy **nagymértékben determináltak a függő változó mintabeli eloszlása által**. Greene-hez (2003, 685. oldal) hasonlóan Hosmer és Lemeshow (2000, 157. oldal) ugyancsak arra hívják fel a figyelmet, hogy a klasszifikációs mutató értékét befolyásolja a függő változó két értékének relatív aránya. Megállapítják, hogy mindig a nagyobb elemszámú csoportnak van jobb előrejelzése, és ez olyan szempont, aminek nem sok köze van egy modell illeszkedési jóságához. Általánosságban a klasszifikáció hátrányának tekintik, hogy a folytonos eredményváltozójú valószínűségi modellt egy dichotóm eredményváltozójú modellé redukálja. Levezetik, hogy nem sok különbség van a 0,48 és a 0,52 becsült valószínűségek között, mégis a 0,5-ös küszöbérték alkalmazása azonban markánsan különböző (szembenálló) csoportokba sorolja a két esetet. Ezzel az érvvel azonban szembeállítható, hogy az induló modell, a megfigyelt függő változó is dichotóm, tehát jogos az az elvárás, hogy a becsült függő változó is ilyen típusú legyen. Például egy termék

tényleges kereslete dichotóm változóval írható le, a folytonos, valószínűségi változó látens, „csak” a számításokhoz szükséges közbeeső részeredmény. A küszöbérték meghatározásának problémájára pedig több – részleges - gyakorlati megoldás is van, például a 0,5-ös küszöbértékhez közel eső becsült valószínűségek kizárása a modellből, vagy a küszöbérték módosítása valamilyen optimalizációs szempontnak megfelelően. Ez utóbbiról a későbbiekben még lesz szó.

Két különböző függő változójú modell, vagy eltérő minta esetén valóban nem alkalmazhatóak a klasszifikációs mutatók, mert a két modell különbsége sokkal inkább a függő változók eloszlásától függ, mintsem a modellek „minőségét” jellemzi. Azonban ez az érv nem zárja ki azt a lehetőséget, hogy egy modellspecifikáció során – a függő változó azonos eloszlása mellett – egymáshoz viszonyítsuk a különböző modell-kísérleteket.

Véleményem szerint a marketingkutatási gyakorlatban kihagyhatatlan a klasszifikációs tábla vizsgálata. A módszertani megfontolásokon túl figyelembe kell vennünk, hogy ez a megbízó számára is egy könnyen értelmezhető minőségi mutatója a modellünknek. A fentebb említett probléma, ha nem is kiküszöbölésére, de figyelembe vételére, mérlegelésére ajánlom a tényleges megfigyeléseket és a becsült valószínűségeket összehasonlító **hisztogramot** (például a 14. ábra a 83. oldalon).

4.3.3. Modellszelekciós eljárások és modellspecifikációs mutatók az SPSS-ben

A modellspecifikáció vagy modellépítés hosszas folyamatát a logisztikus regressziós modellezésre alkalmas programcsomagok több modellszelekciós eljárás közötti választással is segítik. Kutatók körében gyakran megfogalmazott vélemény, hogy a különbségek - ha egyáltalán vannak - a különböző szelekciójú modell eredmények között, olyan kismértékűek, hogy nem érdemes nagyobb figyelmet fordítani a kérdésre és legtöbben az adott program alapbeállítású eljárását használják. A későbbiekben a dolgozat fő témáját jelentő ároptimalizációs modell specifikációja során bemutatom, hogy a különböző szelekciós eljárások számottevő különbségeket eredményeznek.

Az SPSS program a következő modellszelekciós opciókat kínálja.

1. Enter szelekció – valamennyi a modellbe bevont változó bent marad a végső modellben függetlenül attól, hogy szignifikáns hatással vannak-e a függő változóra vagy sem. Nagyon fontosnak tartom, hogy a modellben maradnak a szignifikáns hatással nem rendelkező független változók is, mivel ezek kontroll alatt tartása kiküszöböli az indirekt hatások egy részét. Ezáltal nagyobb lehet a modell magyarázóereje, illetve pontosabb becslésűek a szignifikáns független változók paraméterei.

2. Forward szelekció – a független változók egyenként vannak beléptetve a modellbe. Legelőször az a változó kerül be, amelyik a legerősebb korrelációt mutatja a függő változóval, majd azok következnek, amelyek a legnagyobb mértékben csökkentik a rezidúmok négyzetösszegét. Az iteráció addig folytatódik, amíg az összes változó bekerül a modellbe vagy egy meghatározott kritérium teljesítődik. Háromféle ilyen kritérium közül választhatunk az SPSS-ben: a *Conditional*, a *Likelihood Ratio* és a *Wald*. A *forward* szelekció előnyének tekinthető, hogy a lehető legegyszerűbb modellt specifikálja.

3. Backward szelekció – az induló modellbe valamennyi változó bekerül, majd egyenként kikerülnek azok, amelyek a legkisebb hatást gyakorolják a rezidúmok négyzetösszegére. A folyamat akkor ér véget, ha egy független változó marad a modellben vagy teljesül egy meghatározott feltétel. A módszer hátránya, hogy a folyamat elején kieső valamelyik változó a későbbiekben szignifikáns lehet. Ennél a szelekciónál is választhatunk három kritérium közül: a *Conditional*, a *Likelihood Ratio* és a *Wald*.

4. Stepwise szelekció – A Minitab program a *forward* és a *backward* szelekciós eljárások mellett kínál egy harmadik lépésenkénti eljárást is (Rumsey, 2007, 127. oldal). A leggyakrabban alkalmazott *best subset* procedúra valamennyi lehetséges modellt megvizsgálja, vagyis 2^n számú modellt, ahol n a független változók száma.

Az SPSS program output-ja alapbeállításban a következő eredményeket tartalmazza:

- A *-2LL* vagyis a független változók bevonása után megmagyarázatlan maradt részt mutatja. Funkciójában megegyezik a lineáris regresszió reziduális varianciájával vagy az ANOVA belső négyzetösszegével (Székelyi-Barna, 2002, 389. oldal). A mutató induló és végső értéke közötti különbség a modell khí-négyzet értéke, amelynek a szignifikancia szintje is fel van tüntetve. A szignifikancia szintet a szabadság fok figyelembe vételével határozza meg, ami egyenlő a modellbe bevont paraméterek számával mínusz egy.
- Az illeszkedési mutatók közül a Cox-Snell R^2 és a NagelKerke R^2 jelenítődik meg.
- A paraméterekre vonatkozó (*Variables in the Equation*) táblázatban (példaként tekinthetjük a mellékletben a későbbiekben specifikált M.2.6. táblázatot) a *B* paraméter és annak standard hibája mellett a **Wald statisztikát**[36] találjuk**.** A Wald statisztika a független változó becsült béta paraméterének és standard hibájának aránya.

---

[36] A történelmi Magyarországról származó Wald Ábrahámot véleményem szerint méltatlanul keveset említi és kevéssé ismeri a magyar nyelvű szakirodalom. Kolozsváron született 1902-ben, egy ortodox zsidó családban, és mivel szombatonként nem járt iskolába, ezért a pékmester apja által biztosított magánoktatásban részesült. Végül 1922-ben érettségizhetett a kolozsvári Főgimnáziumban. 1927-től a Bécsi Egyetemen matematikát tanul, ahol doktorál, majd a nácik 1938-as bevonulása után az Egyesült Államokba menekül (Morgenstern, 1951). Legfontosabbnak tartott eredményeit a "Contribution to the theory of statistical estimation and testing hypotheses" cikkében publikálja. A Wald egyenlet és a Wald teszt mellett jelentőset alkotott a döntéselmélet területén is. A II. világháború után az indiai kormány meghívja

$$W = \frac{\widehat{\beta}_i}{\widehat{SE}(\widehat{\beta}_i)}.$$

Ez a statisztika $\beta_i = 0$ nullhipotézis mellett megközelítőleg khí-négyzet eloszlást mutat. Hauck és Donner (in Hosmer-Lemeshow, 2000, 16. oldal) a Wald tesztre vonatkozó alapos elemzésükben kimutatták, hogy meglehetősen „kiszámíthatatlanul" viselkedik, gyakran akkor is elutasítva a nullhipotézist, ha az együttható szignifikáns volt. Ez azzal magyarázható, hogy a nagyobb standard hiba csökkenti a Wald statisztika értékét. A Wald teszttel szemben a likelihood arány teszt használatát ajánlják az említett kutatók.

- A táblázat következő értéke egy a lineáris regresszió bétájához hasonló mutató, amely a független változó relatív fontosságát számszerűsíti. Az **R mutató** a szabadságfokkal korrigálja és az induló modell *-2LL* értékéhez viszonyítja a Wald statisztikát:

$$R = \sqrt{\frac{W-2df}{-2LL}}.$$

- A táblázat utolsó oszlopában az **Exp(B)** azt fejezi ki, hogy a független változó egységnyi változása mennyivel növeli a függő változó esélyét.

4.4. Marginális hatás

Ebben a fejezetben eddig megismerhettük a logisztikus regresszió alapmodelljét, a paraméterek becslési folyamatát és a modell identifikációs lépéseit. Beláttuk, hogy ezzel a modellel olyan szituációban is vizsgálhatjuk a függő és a független változók közötti oksági viszonyt, mikor a lineáris regressziós modell feltételei nem adottak. A többváltozós regressziós modellekkel folytatott elemzések fontos tulajdonsága, hogy nem csak a változók közötti oksági viszonyt állapítja meg, hanem egy független változó a függő változóra gyakorolt hatásának mértékét is. A marginális hatás azt mutatja, hogy egy független változó egységnyi változása milyen hatást gyakorol a függő változó értékére, a többi magyarázó változó értékének rögzítése mellett (*ceteris paribus*). A lineáris regressziós modell esetében valamely x_i magyarázó változó határhatása megegyezik az adott változó paraméterével (β_i) vagyis a paraméterbecslés közvetlen eredményeként meghatározható.

ökonometriát oktatni, 1950-ben az indiai Lahore hegyeknél repülőszerencsétlenségben meghalt. Figyelembe véve, hogy az empirikus közgazdasági, társadalomtudományi kutatások során milyen gyakran alkalmazzák a Wald tesztet, talán a tudományos irodalom legtöbbet említett Magyarországról származó tudósát tisztelhetjük benne.

Nem ennyire egyszerű a határhatás kiszámítása, ha egy esemény bekövetkezésének valószínűségét logisztikus regresszióval tanulmányozzuk. A határhatás eltérő számítási módját Wooldridge (2002, 538. oldal) a lineáris és a logit, illetve a probit modellek közötti legnagyobb különbségnek tartja. Vegyük a logisztikus regressziós modell alapegyenletét két független változó (x_i, z_i) esetében:

$$\mathrm{P}(\mathrm{y}=1|\mathrm{x},\mathrm{z}) = [1+e^{-(\beta x\ +\gamma \mathrm{z})}]^{-1},$$

ahol β és γ a független változók paraméterei. Az x független változó határhatását az x szerinti parciális derivált jelenti, vagyis:

$$\frac{d\mathrm{P}(\mathrm{y}=1|\mathrm{x},\mathrm{z})}{dx} = [1+e^{-(\beta\ +\gamma \mathrm{z})}]^{-1} - [1+e^{-\gamma \mathrm{z})}]^{-1}.$$

Könnyen belátható, hogy a lineáris regresszióval szemben az x független változó határhatása nem a β paraméter vagy más konstans, hanem befolyásolja a másik független változó (z) értéke is. Tehát a nemlineáris regressziós modellek esetében egy x független változó hatásának a vizsgálatához a saját paraméter becslése mellett a többi független változó (vagy többváltozós esetben változók) paraméterbecslésére (γ) és értékére (z) is szükség van. Ebből következik az a sajátosság, hogy **a határhatás mértéke nem egy az egész mintára érvényes konstans, hanem mintabeli esetről esetre változik, vagyis annyi határhatásunk van ahány elemű a mintánk (i)**.

Jogos elvárás azonban a nemlineáris modellekkel szemben a határhatás egy értékkel való kifejezése. Erre két lehetséges módszert említ meg a szakirodalom: a rögzítés és az átlagolás módszerét (Long, 1997, 74. oldal). A rögzítés módszerének alapvető problémája, hogy nem alkalmazható, ha a független kontrollváltozó (fenti egyenletünkben a z) kétértékű, dichotóm jellegű. Mivel az empirikus kutatások során nagyon gyakori helyzet, hogy a modell magyarázó változói közé a kategoriális változók kategóriáit *dummy* változókként kívánjuk beépíteni, ezért ezzel a módszerrel nem foglalkozom. Szerencsére a másik lehetőség, az átlagolás módszere megoldja ezt a problémát. A módszer abból áll, hogy kiszámoljuk a ΔP(y=1|x, z) határhatás értékét minden mintabeli esetre, ami gyakorlatilag egy új változót fog jelenteni a mintában, majd ennek a számtani átlagát tekintjük az adott független változó átlagos határhatásának. Az így kiszámolt határhatást átlagos marginális hatásnak is nevezik (Bartus, 2003). Ennek meghatározása tehát a modell alapegyenletének parciális deriváltjának kiszámításával kezdődik, aminek módja eltérő attól függően, hogy egy diszkrét, *dummy* változó vagy egy folytonos, intervallum változó

marginális hatását vizsgáljuk. Az intervallum változó határhatását az előbbiekben levezettük, egy *dummy* magyarázó változó határhatása az $F(\beta x + \gamma z)$ függvényre egyenlő azon diszkrét változások átlagával, amelyek a *dummy* változó 0-ról 1-re való növekedésével következnek be mialatt a többi változó értéke rögzített:

$$\Delta P(y=1|x) = N^{-1}\Sigma[F(\beta x + \gamma z|x=1) - F(\beta x + \gamma z|x=0)] = N^{-1}\Sigma[F(\beta + \gamma z) - F(\gamma z)].$$

Összefoglalva a logisztikus regresszió előnyeit a lineáris modellhez képest érthető, hogy az előbbi a ’90-es évektől nagyon nagy népszerűségre tett szert, mivel lehetővé teszi a kutató számára, hogy meghaladja a lineáris regresszióanalízis korlátozó feltételeinek egy részét (Garson alapján, 2009):

1. A logisztikus regresszió nem feltételez semmilyen lineáris kapcsolatot a magyarázó és a függő változók között.

2. A függő változó nem kell normális eloszlású legyen (de normális, Poisson, binomiális vagy gamma eloszlást feltételez).

3. Nem feltétel a függő változó homoszkedaszticitása sem.

4. A magyarázó változók nem csak numerikus vagy ordinális változók lehetnek, a kategoriális változók is jól beépíthetők a modellbe. Ez a – lineáris regressziós modellhez hasonlóan – *dummy*-zással, vagyis a kategóriák dichotóm változóként való beléptetésével történik, de mivel nem tételezünk fel lineáris kapcsolatot a függő és független változók között, ezért sokkal jobban „működnek”, mint a lineáris modell esetében[37].

4.5. Empirikus alkalmazás

Az elméleti megalapozás után a binomiális logisztikus regresszió alkalmazását a marketingkutatási ártesztekben további két empirikus kutatásban is kipróbálom. A következő kutatásban a modellspecifikáció meglehetősen gyenge eredményt ad, olyannyira, hogy az árkutatási módszer alkalmazhatatlan. Ennek ellenére fontos tanulságokat eredményezett, mivel a modell előrejelző képességének növelése érdekében különböző eljárásokat próbáltam és fejlesztettem ki, úgy hogy lehetőleg ne sérüljenek a kutatás célját adó üzleti szempontok a módszertani variációk kárára.

4.5.1. A második empirikus kutatás jellemzői

Kutatási adataim egy 2007-ben végzett marketingkutatási projektből származnak. A megbízó egy a háziállatoknak gyártott termékeket forgalmazó Egyesült Államokbeli cég, a

[37] A későbbiekben, a modellspecifikációk során látni fogjuk, hogy a numerikusból képzett kategoriális magyarázó változók jobb modellt eredményeznek, mint a „magasabb mérési skálájú” numerikus változók.

kutatás célja pedig az volt, hogy egy újonnan bevezetendő termék várható keresletét becsüljük meg, szegmentáljuk a piacot és információt nyújtsunk a termék ”beárazásához”[38]. A termék módszertani szempontból lényegtelen, de más szempontból érdekes: kutyák és macskák nyakára szerelhető GSM jelt adó nyakörvről volt szó, amely alapján behatárolható az elkallódott kedvencek tartózkodási helye. A fő kutatási cél tehát egy olyan keresleti modell felállítása, amellyel meghatározhatjuk a maximális árbevételt biztosító optimális árat és a hozzá tartozó keresletet. Emellett a következő további részcélokat kívántuk elérni:

- egy potenciális vásárló adott jellemzői alapján meg tudjuk becsülni a vásárlás valószínűségét.
- meghatározva a vásárlást leginkább befolyásoló tényezőket, alapvető információkat szolgáltatunk a termék piaci bevezetését célzó marketing stratégiához.

A minta összesen 1.778 esetből áll és reprezentatív a termék potenciális célpiacára nézve, a mintavétel technikája szerint interneten keresztüli adatfelvételről beszélhetünk. Ez olcsóssága mellett azzal az előnnyel is járt a - számítógéppel nem támogatott - személyes vagy telefonos kutatáshoz képest, hogy a véletlenszerűen kiválasztott interjúalanyok körében többféle árkonstrukciót is véletlen rotációval tudtunk tesztelni. Az adatgyűjtés- és tisztítás után, kutatásunk fő céljának elérését, a termék ár-kereslet viszonyának meghatározását a logisztikus regressziós modell specifikációjával kezdjük.

4.5.2. Modellspecifikáció

A modell függő változója a “*take*” nevű kétértékű, *dummy* változó, amely a “hajlandó-e Ön *x* áron megvásárolni az előbbiekben bemutatott terméket...?” kérdésre adott válaszokat tartalmazza, ahol 1- az igent, 0 – a nemet jelenti[39].

A modellbe építendő magyarázó változók meghatározása, specifikációja nagy kérdőív és sok releváns kérdés esetén meglehetősen hosszadalmas folyamat. A rendelkezésre álló 317 változó közül első körben nyilvánvalóan azokat választottuk ki, amelyek *a priori* feltételezésünk szerint meghatározhatja a vásárlási hajlandóságot. A regressziós modell futtatása előtt az elemzés leíró fázisában a kapcsolat létét egyszerűbb módszerekkel; kereszttáblával (Chi-négyzet próba), illetve numerikus változók esetében egyszempontú szórásanalízissel (F próba) ellenőriztük. Ezeknek a módszereknek használata azonban megtévesztő lehet, mivel kétdimenziós modellek lévén nem küszöbölik ki a magyarázó változók közötti interferenciát.

---

[38] Ezúton is köszönet Robert Bruce Williamson piackutatónak a projektben való részvétel lehetőségéért.
[39] A kérdésfeltevést megelőzte a termék részletes bemutatása, fényképekkel, illusztrációval kiegészítve.

A modellspecifikáció során a végleges modellbe összesen 53 magyarázó változó került be, amely első ránézésre soknak tűnhet, de figyelembe véve, hogy 317 változóból és 1.778 rekordból áll az adattábla, egy ekkora szabadságfok mellett ez nem okozott problémát. A modellspecifikáció alapvető kritériumának a találati mátrix pontosságát tekintettem, az ENTER módszerrel beléptetett nem szignifikáns független változókat is egyenként megvizsgáltam, hogy a modellben maradásuk vagy kiléptetésük növeli-e a találati pontosságot. A modell független változói a következő kérdés-csoportokból kerültek ki:

- a vásárló demográfiai jellemzői: nem, életkor, jövedelem stb.,
- a háziállatokkal kapcsolatos attitűdkérdésekből képzett faktorok,
- a termékre vonatkozó adatok,
- az ügyfelekre vonatkozó szegmensek.

A változók többsége numerikus vagy dichotóm változó, de található közöttük kategoriális változó is, amelyeket az SPSS program úgy építi be a modellbe, hogy kategóriánként *dummy* változókat képez belőlük. A mellékletben (M.2.1.) feltüntettem a logisztikus regressziós modell SPSS *syntax* parancssorait[40]. A parancssorok lefuttatása után kapott *output*-ból csak a legfontosabb eredményeket mutatom be, az alábbi (10. sz.) táblázatban a modell magyarázó erejére vonatkozó mutatókat láthatjuk:

10.sz. táblázat. A modell illeszkedésére vonatkozó mutatók

-2 Log likelihood	Cox & Snell R^2	Nagelkerke R^2
1.047,8	0,123	0,239

Forrás: saját szerkesztés a 2. empirikus kutatás alapján.

Ezek alapján megállapítható, hogy a beépített magyarázó változók nagy száma ellenére még sok olyan tényező van, ami befolyásolja a termék iránti keresletet, de nem része a kutatásnak.

A következő (11.sz.) táblázat a klasszifikációs tábla, amely a tényleges, kinyilvánított vásárlási szándékot hasonlítja össze a modell által előrejelzettel.

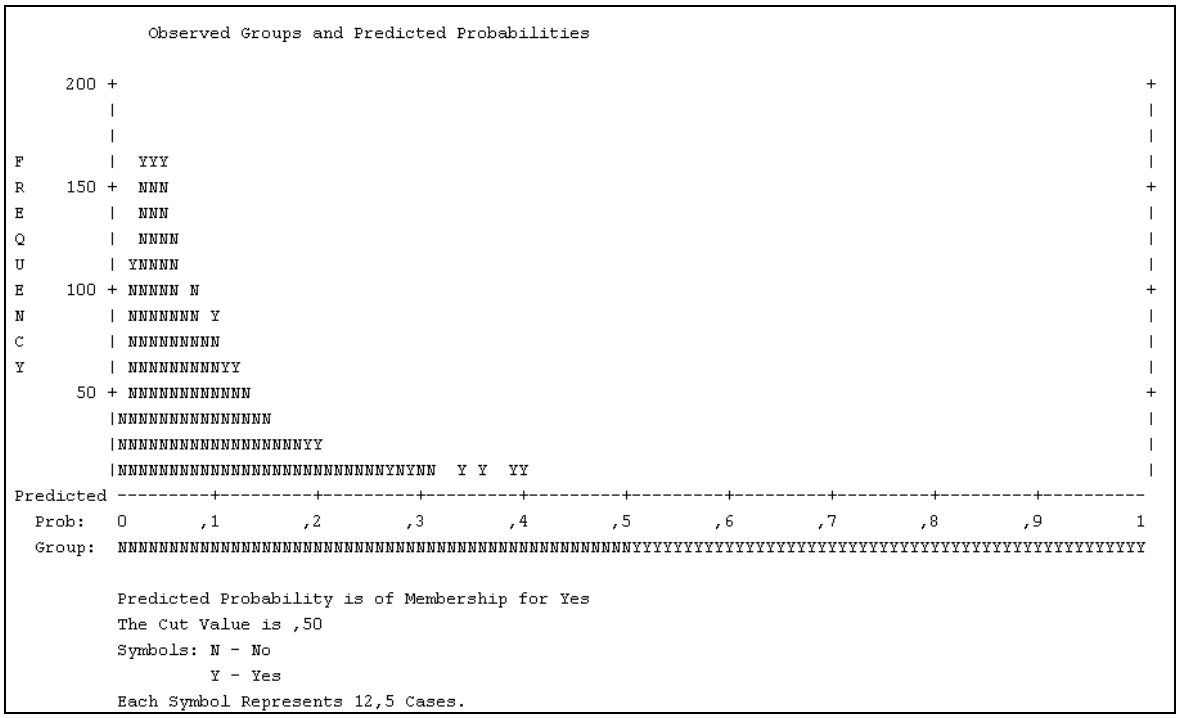
11.sz. táblázat. Klasszifikációs tábla. A modell előrejelzési pontossága

		Előrejelzett vásárlás		Találati arány
		0	1	
Tényleges vásárlás	0 - nem	1.538	17	98,9%
	1 - igen	170	38	18,3%
Összesen		1.708	55	89,4%

Forrás: saját szerkesztés a 2. empirikus kutatás alapján.

[40] A logisztikus regresszió modellhez az SPSS 17-es verziószámú programját használtam.

Látható, hogy a modell a nem vásárlókat 98,9%-os biztonsággal jelzi előre, a potenciális vásárlókat azonban csak 18,3%-osan, így a modell teljes találati aránya a kettő súlyozott átlaga 89,4%. Ez utóbbi érték alapján modellünket nagyon jónak mondhatnánk, ha nem lenne ekkora különbség az első és a másodfajú hiba között. A modellt gyakorlatilag használhatatlanná teszi, hogy a vásárlási szándékukat kinyilvánítók (tényleges vásárlás = 1) 82,6%-át a potenciális nem vásárlók közé sorolja. Ez kiderül a tényleges és a becsült valószínűségeken alapuló besorolást összehasonlító hisztogramból is a 10. sz. ábrán:



10.sz.ábra. A tényleges és a becsült valószínűségen alapuló besorolás összehasonlítása.
Forrás: saját szerkesztés a 2. empirikus kutatás alapján.

Nagyon ferde eloszlást mutat az ábra, a helyes besorolású tényleges vásárlók (0,5 feletti Y-ok) száma olyan csekély, hogy meg sem jelennek az ábrán. Ezúttal is igazolódott az a megállapítás, hogy a klasszifikációs tábla jobban jelzi előre a nagyobb számosságú kategóriát. A tényleges vásárlók nagyon rossz előrejelzése miatt egyelőre nem folytatom az ároptimalizációs módszer ismertetését, hanem megpróbálom a modell előrejelzési pontosságát növelni. Két lehetőséget próbálok ki; az előbbinek nincs semmilyen módszertani újszerűsége, de a piackutatási gyakorlatban, hasonló helyzetben projektmentő megoldás lehet, a második pedig az ökonometriai szakirodalomban is indokoltnak tartott (Greene, 2003, 685. oldal), de még nem kidolgozott megoldás.

4.5.3. Kísérlet a találati arány növelésére 1.: a minta szűkítése

Egyik lehetőség, hogy további magyarázó változókat építsünk be a modellbe, további modellspecifikációval próbáljunk jobb eredményt elérni. Az eddigi modellspecifikáció

során azonban maximális magyarázó erejű modellt építettem fel olyan magyarázó változókkal, amelyek az egész mintára vonatkoztak, vagyis valamennyi interjúalanyt megkérdezték. Kutatásunkban volt néhány olyan kérdés, amely csak egy adott részmintára vonatkozott, például egy interjúalany véleménye az X márkáról csak a márkát ismerő interjúalanyoktól lett megkérdezve.

- Bízik-e az X márkában? (Válaszlehetőségek: 0-egyáltalán nem bízik benne, 1,2,3,4,5-teljes mértékben megbízom benne, 9-NT/NV).
- Vásárolt-e korábban az X márka termékeiből? (Válaszok: 1-igen, 2-nem, 9-NT/NV).
- Ha szüksége lenne egy termékre és az X márka kínál ilyet, akkor Ön hajlandó lenne megvenni? (Válaszlehetőségek: 1-igen, 2- nem, 3-talán, 9-NT/NV).
- Ha egy barátja kérdezné a véleményét az X márkáról, akkor Ön kedvezően vélekedne? (Válaszlehetőségek: 1-igen, 2- nem, 3-talán, 9-NT/NV).

Nagyon valószínű hipotézis – a marketingben triviális -, hogy a márka ismerete befolyásolja a termék iránti keresletet, tehát ezek a magyarázó változók szignifikáns kapcsolatban lehetnek a függő változóval. Nézzük tehát a fenti kérdésekből képzett változókkal kiegészített új modell (M.2.2. melléklet) eredményeit:

12.sz. táblázat. A modell illeszkedésére vonatkozó mutatók

-2 Log likelihood	Cox & Snell R^2	Nagelkerke R^2
357,5	0,238	0,397

Forrás: saját szerkesztés a 2. empirikus kutatás alapján.

A modell magyarázó ereje a Nagelkerke R^2 szerint jobb, mint az előző modellé, vizsgáljuk meg a klasszifikációs táblát is:

13.sz. táblázat. Klasszifikációs tábla. A modell előrejelzési pontossága

		Előrejelzett vásárlás		Találati arány
		0	1	
Tényleges vásárlás	0 - nem	449	12	97,4%
	1 - igen	57	38	40,0%
Összesen		506	50	87,6%

Forrás: saját szerkesztés a 2. empirikus kutatás alapján.

A klasszifikációs tábla alapján valamivel kisebb a modell teljes találati aránya (89,4% helyett 87,6%), de a számunkra fontos vásárlási hajlandóság becslési pontossága lényegesen javult, 18,3% helyett most 40,0%-os. A javulás ellenére még mindig több tényleges vásárlót sorol be a modell a nem vásárlók, mint a vásárlók közé. További probléma az, hogy ezek a kérdések értelemszerűen csak azoknak lettek feltéve, akik

ismerik a céget és ez lényegesen leszűkíti a mintánkat, mindössze csak 556 eset került be a modellbe az eredeti 1.763 helyett. Mivel ez olyan probléma, ami előzetesen – akár a kérdőív szerkesztésekor – nyilvánvaló, mérlegelhetjük, hogy a nagyobb alapsokaságra érvényes, de rosszabb előrejelzésű modellt alkalmazzuk vagy az alapsokaság egy meghatározott részére érvényes jobbat.

A modellspecifikációs kísérlet összefoglalásaképp elmondható, hogy **a modell magyarázó erejének növelése érdekében megfontolandó olyan magyarázó változók beépítése, amelyek annak ellenére, hogy szűkítik a modell érvényességét, vagy csak triviális összefüggést eredményeznek a függő és független változók között**, **de javítják a modell illeszkedését**. Ha a regressziós modell elsődleges céljának elérését ezek a korlátozások nem zavarják, például az optimális árat kívánom meghatározni, akkor véleményem szerint indokolt lehet ilyen „trükkök" alkalmazása. Ennek lehetőségét értelemszerűen már a kérdőívszerkesztéskor figyelembe kell venni és beépíteni olyan kérdéseket, amelyek szignifikáns hatása a függő változóra nagy valószínűséggel előre jelezhető, de javítja a modell illeszkedését. A későbbiekben látni fogunk egy olyan keresleti modellt (3. empirikus kutatás), amelynél a "megvenné Ön ezt a terméket?" kérdést megelőzte a "érdeklődik-e Ön e termék iránt?" kérdés és ennek beépítése a modellbe lényegesen javította a magyarázó erőt. A modellspecifikációs következményeken túl nem elhanyagolható ezeknek a kérdéseknek az eredeti szándék szerinti hatása sem; rávezetik az interjúalanyt a fő keresleti kérdésre.

4.5.4. Kísérlet a találati arány növelésére 2.: a küszöbérték optimalizálása

Előbb azonban visszatérve a korábbi – teljes alapsokaságot reprezentáló – modellünkhöz, kipróbáltam egy másik lehetőségét az előrejelzési pontosság javításának, nevezetesen **a valószínűségi küszöbérték módosítását**. Mint láttuk, ez a küszöbérték a modell által előre jelzett vásárlási valószínűség alapján sorolja be az interjúalanyokat a vásárlók, illetve a nem vásárlók kategóriájába. E modell parancssora (M.2.3. melléklet) megegyezik az első modellével kivéve az utolsó parancsot, amelyikben az 50%-os küszöbértéket lecsökkentettük 30%-ra. Az új modellspecifikációval a következő eredményeket kapjuk:

14.sz. táblázat. A modell illeszkedésére vonatkozó mutatók

-2 Log likelihood	Cox & Snell R^2	Nagelkerke R^2
1.1057,167(a)	0,129	0,249

Forrás: saját szerkesztés az 2. empirikus kutatás alapján.

Könnyen belátható, hogy a modell magyarázó ereje nyilván nem változik az első modelléhez képest, de a találati pontosság igen.

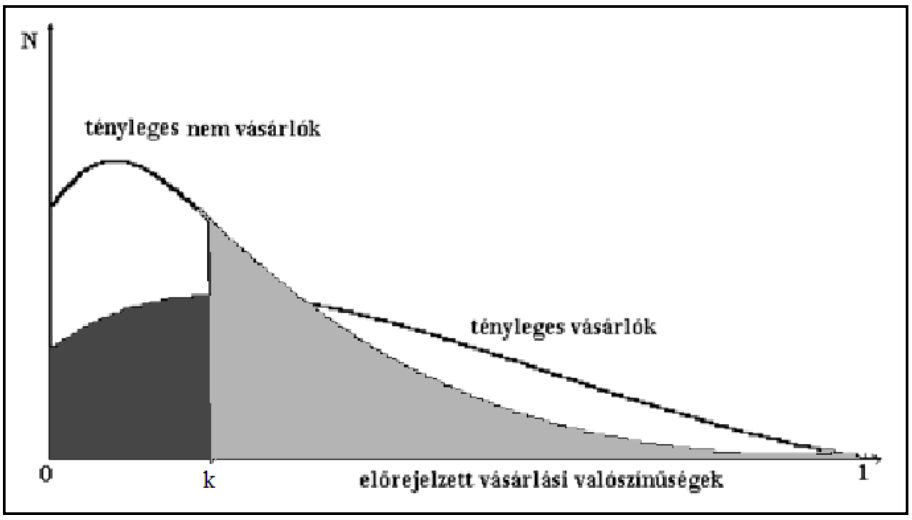
15.sz. táblázat. Klasszifikációs tábla. A modell előrejelzési pontossága

		Előrejelzett vásárlás 0	Előrejelzett vásárlás 1	Találati arány %
Tényleges vásárlás	0	1.445	110	92,9
	1	114	94	45,2
Összesen		1.559	204	87,3

Forrás: saját szerkesztés az 2. empirikus kutatás alapján.

A modell össztalálati pontossága nagyon kismértékben csökkent, de a vásárlást tervezők előrejelzési pontossága 18,3% helyett most 45,2%. Megállapítható, hogy a küszöbérték módosításával akár nagymértékben is javítani lehet a modell előrejelzési képességén, kérdés, hogyan lehetne úgy beállítani a küszöbértéket, hogy a modell előrejelzési képessége saját céljainknak megfelelően optimális legyen.

A következőkben egy saját fejlesztésű küszöbérték optimalizálási algoritmust mutatok be. Két típusú hiba között kell „választani”: keresletet jelzünk előre tévesen (előrejelzés=1, tényleges=0), vagy a potenciális vásárlót a nem vásárlók közé soroljuk (előrejelzés=0, tényleges=1). A 11. sz. ábrán ennek a két típusú hibának az elméleti eloszlásfüggvényeit láthatjuk, vízszintes tengelyen a modell output-ját, az előrejelzett vásárlási valószínűséget, függőleges tengelyen a gyakoriságot.



11. sz. ábra. A két típusú előrejelzési hiba elméleti eloszlás függvényei.
Forrás: saját szerkesztés, szemléltető adatok.

Célom a küszöbérték meghatározása úgy, hogy az elsőfajú és a másodfajú hiba nagysága, egymáshoz viszonyított aránya valamilyen szempontból optimális legyen. A módszer

üzleti használhatóságát növeli, ha figyelembe vesszük a két típusú hiba költségvonzatát. Véleményem szerint meglehetősen jól kvantifikálható mindkét típusú hiba költsége: a potenciális vásárló figyelmen kívül hagyása esetén elmarad a vásárlás, tehát a tévedés költsége gyakorlatilag egyenlő a termék árával. A másik típusú hiba költségét már nem ilyen egyszerű megbecsülni, itt arról lehet szó, hogy a vásárlást nem tervező fogyasztót feleslegesen beemeljük egy célzott és költséges marketingkampányba. E költségnek a pontos meghatározhatósága már a cég marketing információs rendszerén és/vagy kontrollingján múlik. Igazából nem lényeges a két költség abszolút értéke, hanem elegendő az egymáshoz viszonyított arányuk (jelöljük c-vel):

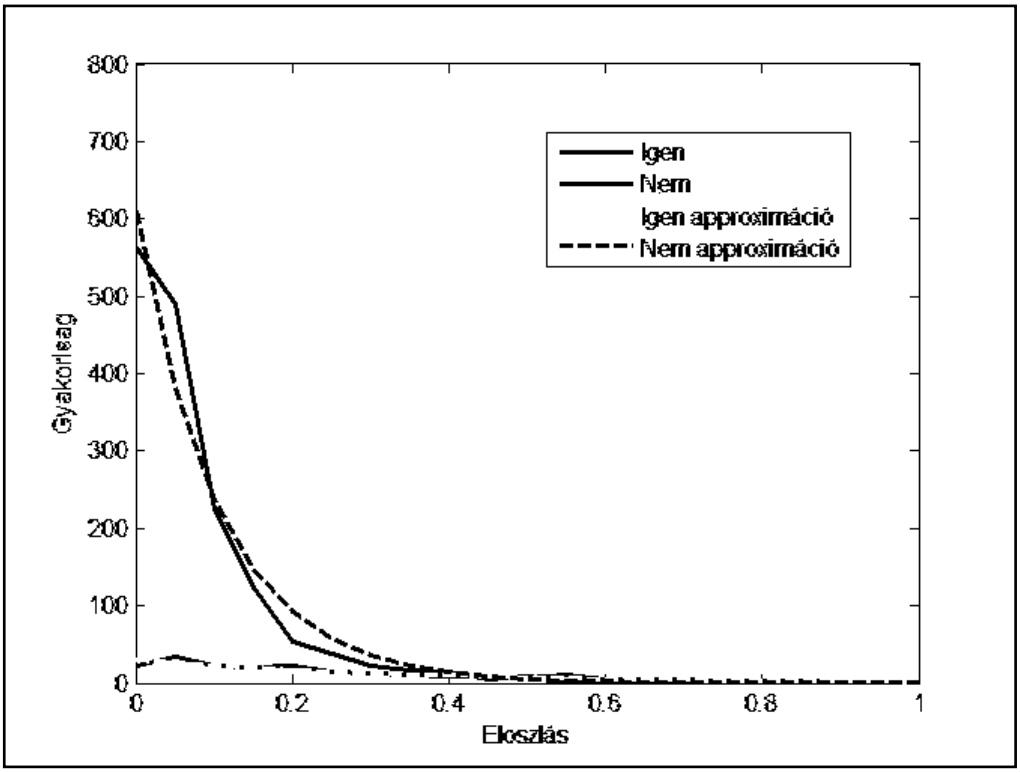
$$\frac{c_1}{c_2} = c,$$

ahol c_1 – fajlagos marketingköltség; c_2 - ár.

A 11. sz. ábra alapján belátható, hogy adott k küszöbérték mellett a két fajta hiba nagysága megegyezik az eloszlásfüggvények és a küszöbérték által határolt területekkel (sötéttel jelölt területek). Az elsőfajú hibát (tényleges=1, előrejelzés=0) a sötétebb szürke terület jelöli, a másodfajú hibát (tényleges=0, előrejelzés=1) pedig a világosabb. A küszöbértéket akkor határozzuk meg optimálisan, ha a két hiba aránya egyenlő ezek költségének arányával.

$$\frac{\int_0^k N(t)dt}{\int_k^1 I(t)dt} = c,$$

ahol $N = N(t)$, $I = I(t)$ a ténylegesen nem vásárlók illetve vásárlók becsült vásárlási valószínűségeinek gyakorisági eloszlásai. Ez alapján az optimális k küszöbérték általános képletét nem tudjuk kifejezni, de a kétféle hiba eloszlásfüggvényeinek ismeretében már kiszámítható. Az elméleti levezetés után nézzük meg példánkban az optimalizációs módszer gyakorlati megvalósítását. A következő 12. sz. ábrán a tényleges vásárlók (igen) és a nem vásárlók (nem) diszkrét eloszlás függvényeit és a rájuk illesztett (approximáció) függvényeket láthatjuk.



12. sz. ábra. A két típusú hiba eloszlás függvényei és illesztései.
Forrás: saját szerkesztés a 2. empirikus kutatás alapján.

Az „igen” jelenti a tényleges vásárlókat és a „nem” a ténylegesen nem vásárlókat. Egyértelmű, hogy a két gyakorisági eloszlás sajnos távol áll az ideálistól, grafikusan is igazolódik, hogy modellünk gyengén jelzi előre a tényleges vásárlók vásárlási valószínűségét. Ezek gyakorisági eloszlására illesztett függvény (pontozott vonal) esetében jobboldali, 1-hez közeli ferdeség helyett majdnem egyenletes eloszlást láthatunk.

A két gyakorisági eloszlásra jól illeszkedik a következő általános formájú exponenciális függvény:

$$f(t) = \frac{1}{p_i} e^{\frac{-t}{q_i}}, \; i=1,2,$$

p és *q* paraméterekkel. Természetesen használhatjuk az általában jól illeszkedő másod- vagy harmadfokú polinomiális függvényeket is, de ezek integrálása, majd a *k* kiszámítása nehezebb feladat elé állítana. Nézzük az exponenciális függvények integráljait:

$$\frac{\int_0^K \frac{1}{p_2} e^{\frac{-t}{q_2}} dt}{\int_K^1 \frac{1}{p_1} e^{\frac{-t}{q_1}} dt} = c.$$

Az integrálok kiszámítása után kapjuk az optimális *k* küszöbérték egyenletét:

$$\alpha \cdot \frac{1-e^{\frac{-k}{q2}}}{e^{\frac{-k}{q1}}-e^{\frac{-1}{q1}}} = c,$$

ahol $\alpha = \frac{p1q2}{p2q1}$. A 12. sz. ábrán illesztett függvények paraméterei:

- igen - szaggatott görbe: p_1 =0,032, q_1 =0,3531,
- nem - szaggatott görbe: p_2 =0,0016, q_2 =0,105,

alapján az egyenlet így írható fel:

$$\frac{1-e^{\frac{-k}{0,3531}}}{e^{\frac{-k}{0,3531}}-0,0588} = \frac{c}{6.0062},$$

és valós c érték ismeretében a küszöbértékre (k) megoldást találunk. Vegyük azt a valószerű lehetőséget, hogy c =0,2; vagyis az egy termékre jutó marketing költség a termék árának 20%-a, akkor az optimális küszöbérték k =0,334, és az ehhez tartozó találati arányok a "nemek" esetében 96,1% az "igenek" esetében pedig 30,2%.

4.5.5. Következtetések és ajánlások

A modell találati pontosságának növelését célzó erőfeszítések ellenére sem érdemes ezzel az empirikus példával folytatnunk az optimum ár meghatározási algoritmusának a megismerését. Az ilyen kudarc lehetősége általában is a marketingkutatási projektek velejárója, de a multidimenzionális modellezés során még a legjobban specifikált modell is eredménytelen, ha a kutatás tervezésekor, a kérdőívszerkesztéskor nem tudjuk beépíteni az adott termék keresletét meghatározó valamennyi lényeges ismérvet[41].

Ez a sikertelen projekt azért került bemutatásra, hogy rávilágítson az ökonometriai ároptimalizálási módszer „Akhilleusz sarkára”: arra, hogy **egy viszonylag szofisztikált modell is használhatatlan lesz, ha a kutatás tervezését nem előzi meg egy alapos előzetes tájékozódás, illetve ha nem ismerjük azokat a technikai részleteket, amelyek jelentősen növelhetik egy modell magyarázó erejét.** Ilyenek a különböző kérdezéstechnikai lehetőségek, vagy olyan marketing szempontból triviális összefüggéseket eredményező változók beépítése, amelyek a modellt lényegesen javítják. Ezekről a technikákról a következő fejezetben bemutatásra kerülő empirikus példa során is szó lesz.

[41] A vizsgált piackutatási projektnél ez volt a helyzet, a háziállatok helymeghatározására kifejlesztett GSM nyakörv újdonság volt nemcsak a piac, hanem a kutatók számára is. Nem tudtuk kellőképpen modellezni, hogy mitől lesz egy háziállat annyira kedvenc és a gazdája annyira kedves, hogy egy ilyen nyakörvet vásároljon.

Emellett a logisztikus regressziós modell küszöbértékének optimalizálási algoritmusa is indokolta a fenti példa bemutatását. A tudományos kutatás során, így a marketingkutatásban is a különböző problémák, kudarcok megoldáskeresése „pozitív externáliákhoz” vezethet. Véleményem szerint a fenti küszöbérték optimalizálási algoritmus a marketingkutatási gyakorlat része lehet logisztikus regressziós modellt alkalmazó projektek során. A folyamat viszonylag jól leprogramozható, de programozási ismeretek nélkül is, egy kis előkészítéssel gyorsan meg lehet találni az optimális *k* értéket. Röviden összefoglalom a folyamatot, úgy, hogy valamennyi szakasza az SPSS segítségével elvégezhető legyen.

- A logisztikus regressziós modell egyik eredményeként az adattáblában rögzítjük a függő változó becsült értékeit, a vásárlás valószínűségét.
- Exponenciális függvényeket illesztünk a külön-külön szelektált tényleges vásárlókra és nem vásárlókra.
- A függvények paramétereinek és a kétféle hiba egymáshoz viszonyított súlyának ismeretében kiszámoljuk a küszöbérték *k* értékét.

5. A BINOMIÁLIS LOGISZTIKUS REGRESSZIÓS MODELLEN ALAPULÓ ÁRKUTATÁSI MÓDSZER

5.1. A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer folyamata

Az ökonometriai, szűkebb értelemben véve binomiális logisztikus regressziós árképzési módszer optimalizálási szempontja és kiindulópontja ugyanaz, mint a harmadik fejezetben bemutatott módszernek: az árbevétel abban az ár-kereslet pontban maximális, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel. A meghatározó különbség az egydimenziós, „naiv" modellel szemben az, hogy ezúttal a keresleti függvényt egy többváltozós logisztikus regressziós egyenlet jelenti.

Egy termék vagy szolgáltatás keresletére és optimális árára vonatkozó piackutatás adatelemzése során az első és legfontosabb feladat a binomiális logisztikus regressziós modell specifikációja. Ennek elméleti és gyakorlati vonatkozásait az előző fejezetben láttuk. A modellspecifikáció eredménye egy logisztikus regresszió egyenlet, amelyben a függő változó a kereslet és a magyarázó változók a termékre, illetve a válaszadóra vonatkoznak. Ez az egyenlet a termék többváltozós keresleti függvénye, amelyben nem csak az ár keresletre gyakorolt hatását, hanem további, szignifikáns változók hatását is figyelembe vesszük. A kiinduló alapösszefüggést (2) tehát ennél a módszernél is az árrugalmassági együttható és a maximális árbevétel közötti összefüggés jelenti:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = -1,$$

ahol $Q = y = \frac{e^{(\beta x + \gamma z)}}{1+e^{(\beta x + \gamma z)}}$ a keresleti függvényt jelentő logisztikus regresszió egyenlet. Az x független változó az árat jelenti, a z a többi független változó vektora. Az optimum árhoz tartozó paramétert b-vel jelölve és behelyettesítve a keresleti függvényt a következőképp alakul az előbbi összefüggés:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta y}{\delta x} \cdot \frac{x}{y} = \frac{b \cdot e^y}{(1+e^y)^2} \cdot \frac{x \cdot (1+e^y)}{e^y} = \frac{b \cdot x}{e^y} = b \cdot x \cdot (1-y) = -1.$$

Ebből könnyen kifejezhető az optimális árat jelentő x érték, ezúttal már a vásárlás becsült valószínűségét a pontosság kedvéért y^*-gal jelölve:

$$p_o = x = \frac{1}{b \cdot (y^* - 1)}. \qquad (4)$$

A képlet alapján belátható, hogy az optimális ár értéke függ a vásárlás becsült valószínűségétől, az y^*-tól, vagyis esetről-esetre változik, ahogy a magyarázó változók különböző rögzített értéket vesznek fel. Az optimum ár kiszámításához szükséges b paramétert meghatározzuk a becslési eljárás során, de mi lesz az y^* értéke? Korábban említettem (58. oldal), hogy kétféle módszer van az egész mintára érvényes valószínűség meghatározására, ezek közül az egyszerűbb és megbízhatóbb módszer az átlagolásé, amely az esetenként meghatározott értékek átlagát jelenti. Az egyszerűnek tűnő megoldás ellenére, a következő alfejezetben bemutatott gyakorlati alkalmazás során felmerülnek ezzel kapcsolatos problémák.

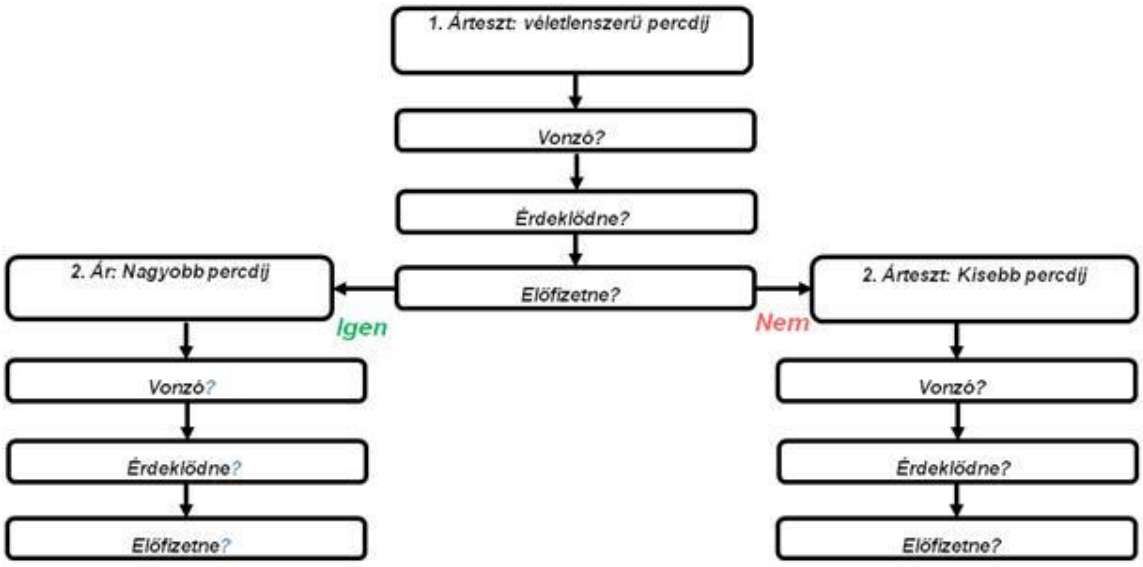
5.2. A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer empirikus alkalmazása

5.2.1. A harmadik empirikus kutatás jellemzői

Az optimum ár meghatározásának módszertanát egy 2003-as piackutatási projekt adatain keresztül mutatom be, amely egy új mobil telekommunikációs szolgáltatás csomag keresletének felmérésére irányult. A kutatás fő célja az új tarifacsomag beárazása, az árbevétel maximalizálása melletti optimális ár meghatározása volt. E célnak volt alárendelve a kérdezés technikája is, az akkor még Magyarországon újdonságnak számító számítógéppel támogatott személyes interjú (CAPI), amely lehetővé tette többek közt a különböző árak véletlenszerű, randomizált tesztelését is. A CAPI további előnye volt, hogy a kvótás mintavétel során sikerült pontosan tartani az előírt kvótákat, ezért nem volt szükség az adattábla súlyozására. Ez azért volt szerencsés, mert a nemlineáris regressziós modelleknél, így a logisztikus regressziónál is általában alkalmazott maximum likelihood becslési eljárás nem teszi lehetővé, hogy a különböző esetek eltérő súlyokat kapjanak. A statisztikai-ökonometriai szoftverek ezt a problémát úgy “hidalják át”, hogy megengedik egész számú súlyok használatát. Ennek következtében azonban úgy tűnik, mintha a minta jóval nagyobb lenne, és a becsült paraméterek a valóságosnál jóval precízebbek, illetve a standard hibák nagyságrendekkel kisebbek lesznek (Kertesi – Kézdi, 2005, 31. oldal).

A minta elemszáma 400 eset, a tarifacsomag ártesztje során a következő percdíjakat teszteltük: 48, 54, 60, 66, 72, 78 Ft. Az új tarifacsomag jellemzőinek bemutatása után a CAPI segítségével véletlenszerűen feldobott percdíjat mutattunk be az interjúalanyoknak. Három kérdés következett "Vonzó volna-e Önnek ez a lehetőség?", "Felkeltett-e ez az ajánlat annyira az érdeklődését, hogy utánanézzen a tarifacsomag további részleteinek?" és

"Előfizetne erre a konstrukcióra, feltételezve, hogy a tarifacsomag nem ismertetett elemei - díjai versenyképesek a jelenlegi ajánlatokkal?".
Az árteszt kérdéseit az alábbi folyamatábrán feltüntetett módon kérdeztük:



13. sz. ábra. Az árteszt folyamatábrája.
Forrás: saját szerkesztés az 3. empirikus kutatás alapján.

A legutolsó, előfizetésre vonatkozó kérdésre adott válaszokat tekintettük a kinyilvánított keresletnek és ez egyúttal logikai szűrőkérdés is. Az igennel válaszolók egy "fokkal" nagyobb árat kaptak, a nemmel válaszolok pedig egy kisebb percdíjjal szembesültek, majd ezután a válaszoktól függetlenül az árteszt lezárult. A vásárlási hajlandóságot az első ártesztt azonos kérdések során lehetett kinyilvánítani. Ennek a kétlépcsős, két árat tesztelő eljárásnak egyik nagy előnye, hogy csaknem **megduplázódik a mintaelemszám**. Azért csak majdnem, mivel az első ártesztnél a legalacsonyabb percdíjat elutasítók és a legmagasabb percdíjat elfogadók körében nem teszteltünk újabb árat. Így a két árteszt alapján létrehozott, "manipuláltnak" is nevezett, egymásra épített mintánk az eredeti 400 esetről összesen 729-re növekedett.
Ennél is fontosabb, hogy ez a kérdezéstechnikai módszer közvetlenül az árkutatási módszer alkalmazhatósága szempontjából is igen szerencsés választásnak bizonyult. Amíg a 400-as mintán csak az első árkérdésre adott válaszok alapján építettem fel a logisztikus regressziós modellt, addig a termék ára nem volt szignifikáns hatással a keresletre! Más kutatásban is találkoztam ezzel a piackutató számára igencsak kellemetlen helyzettel, ami jórészt használhatatlanná teszi a kereslet és az optimális ár meghatározására irányuló piackutatás eredményeit és hitelteleníti a piackutatót. (Az előző fejezetben bemutatott 2.

számú empirikus kutatás modelljében sincs szignifikáns hatása az árnak, de az amúgy is gyenge magyarázóerő miatt nem jutottunk el eddig a problémáig.)

A két, egymás utáni árat tesztelő módszernek szerencsés tulajdonsága, hogy "ráirányítja az interjúalany figyelmét" az árra, növeli az árérzékenységét, következésképp az ár szignifikáns hatásának a valószínűségét. Vagyis az a jelenség, hogy az interjúalany felismerve az ártesztet azonnal alkupozícióba helyezkedik, és aminek a hatását többen károsnak tartják (Lyon, 2002) ezúttal szükséges feltételnek bizonyult. A kereslet modellezése bármilyen ökonometriai modellel - logisztikus regresszió egyenlettel - feltételezi, hogy ne legyen árrugalmatlan a kereslet, vagyis az ár, mint független változó együtthatójának szignifikánsan nullától különbözőnek kell lennie.

Egyelőre nem tudom megválaszolni azt a kérdést, hogy a kérdezés ilyen módja, ez a technikainak tekinthető szempont mennyire torzíthatja a potenciális fogyasztók rezervációs árának a megismerését. A második árkérdés után további árak tesztelését, árlétra alkalmazását értelmetlennek látom, ebben az esetben valóban jelentősen torzulna az árérzékenység, a keresleti függvény meredeksége. Az árlétra alkalmazása amúgy is sokkal kevésbé lenne indokolt, mint a 3. fejezetben bemutatott módszernél, mivel a többdimenziós ökonometriai modellben nem szükséges a keresleti függvény grafikus meghatározásához a legalább 4-5, de lehetőleg minél több ár-kereslet pont.

5.2.2. Modellspecifikáció

A modell függő változója tehát az „Előfizetne Ön erre a tarifacsomagra…?” kérdésre kapott válaszok adataiból lett képezve. A következő független változókat vontam be a modellbe (a logisztikus regressziós modell SPSS syntax-át lásd az M.2.4. számú mellékletben):

- a szolgáltatás ára: percdíj,
- az interjúalanyra vonatkozó információk: nem (s1), iskolai végzettség (c2), foglalkozás (c3r), családi állapot (c4), a megkérdezett a háztartásfő vagy sem (c5), jövedelem (c7jov), a háztartásfő iskolai végzettsége (dem10kat), jövedelem-fogyasztás-képzettség index (jfk),
- a jelenlegi előfizetésre vonatkozó információk: tarifacsomag (a2), a számla nagysága (a3), a különböző hívásirányok arányai (a5_1 - a5_4), a kezdeményezett hívások eloszlása napszakok szerint (a6_1 - a6_4), egy kezdeményezett hívás átlagos időtartama (a7r), mennyire veszi figyelembe a csúcsidőt (a8), mennyire követi a telefonszámla nagyságát (a9), mennyire követi a különböző mobilszolgáltatók tarifacsomagjait (a10), a megbízó elfogadottsága (b2), „mennyire vonzó ez a tarifacsomag…?” (b3a).

A modell *output*-ja a következő főbb eredményeket tartalmazza. A modellspecifikáció során, a klasszifikációs tábla eredményei mellett az ár változó b_1 paramétere, és az illeszkedés jóságára vonatkozó három mutató követésével törekedtem a lehető legjobb modell meghatározására.

16. sz. táblázat. Klasszifikációs tábla

		Becsült		
		Nem	Igen	
Megfigyelt	Nem	178	83	68,2%
	Igen	49	291	85,6%
Teljes találati arány:				77,6%

b_1=0,0241 -2LL: 556 GF: 560 Nagelkerke 481

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Az empirikus tapasztalatommal ellentétes kellemes meglepetés, hogy a vásárlási hajlandóságot (84,6%) pontosabban jelzi előre a modell, mint a vásárlást elutasítókat (68,4%), ezúttal is **igazolva azt a megállapítást, hogy a nagyobb elemszámú kategória előrejelzési pontossága jobb** (Hosmer-Lemeshow, 2000, 157. oldal). Vagyis az a kutatók körében elterjedt megállapítás, hogy a logisztikus regresszió jobban jelzi előre a függő változó „negatív kimenetelét", annak tulajdonítható, hogy a keresleti kutatások többségében a „nem", a vásárlás elutasítása gyakoribb.

A teljes találati arány 77,6%-a jónak mondható, de indokolt kérdés, hogy az előző fejezetben is bemutatott modellspecifikációs „trükkök" valamelyikével tudnánk-e növelni az előrejelzési pontosságot? Az árteszt folyamatábráján is láthatjuk, hogy a vásárlási hajlandóságot három, egyre célratörőbb kérdéssel közelítjük: „vonzó…?", „érdeklődne…?" és „előfizetne…?". Ezek közül nyilvánvalóan csak az utóbbi tekinthető a keresletre vonatkozó kérdésnek ezért ez lett a függő változó, de megfontolandó, hogy a másik két kérdést is beépítsük magyarázó változóként a modellbe. Ez elsőre nem tűnik helyénvalónak, tautológiának hat, hogy a termék iránti érdeklődésre vonatkozó változóval magyarázzuk a termék keresletét. Ennek marketing információ tartalma nulla, de statisztikai szempontból kivitelezhető, mivel nem egymásból képzett, függvényszerű kapcsolatban levő változókról van szó. A cél pedig most az, hogy minél jobb előrejelzésű modellt nyerjünk, minél több, nagy magyarázó erejű változó bevonásával.

Az előbbi modellünket tehát kiegészítjük a „vonzó…?” és az „érdeklődne…?” kérdésekre adott válaszok változóival (b7 és b8). (A modell SPSS kódja az M.2.5. függelékben található). A modell eredményei a következőképp alakulnak:

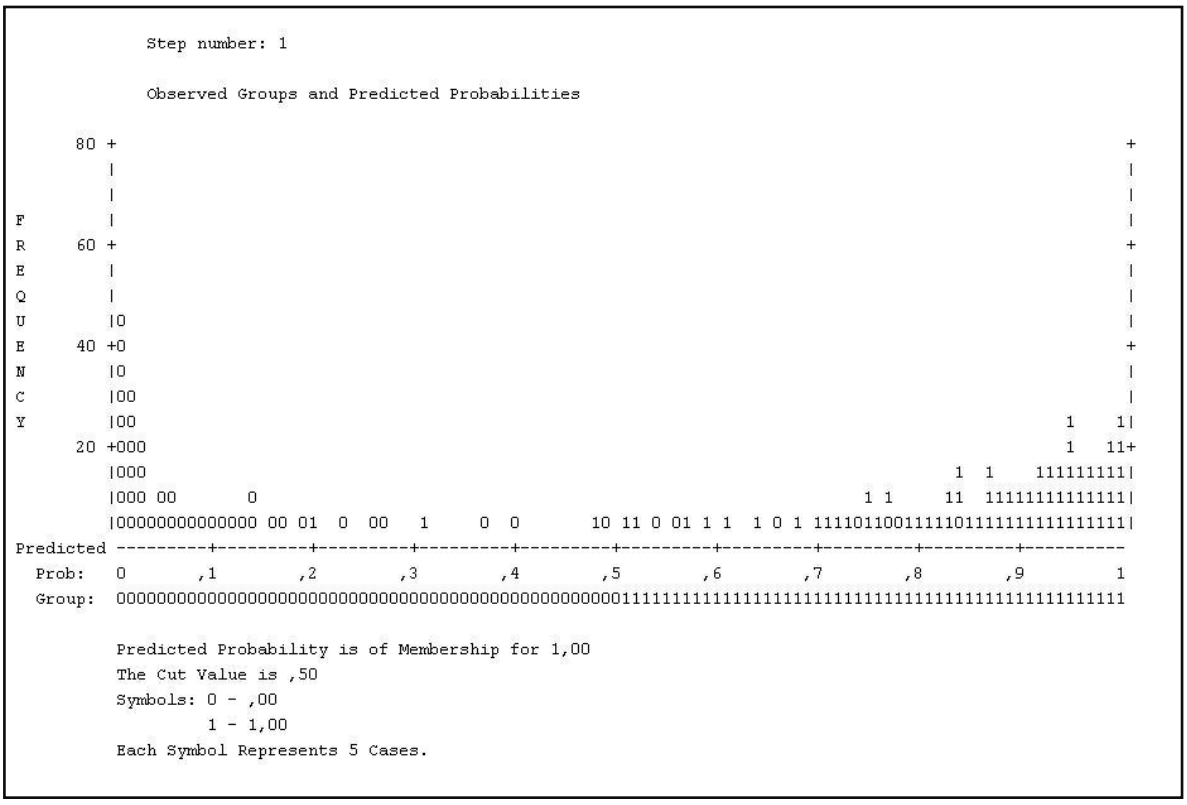
17.sz. táblázat. Klasszifikációs tábla

		Becsült		
		Nem	Igen	
Megfigyelt	Nem	212	58	78,5%
	Igen	26	322	92,5%
Teljes találati arány:				86,4%

b_1=0,032 -2LL:420 GF:526 Nagelkerke R^2:668

Forrás: saját szerkesztés az 2. empirikus kutatás alapján.

A modell találati pontossága várakozásaim felett növekedett, a modell 92,5%-os biztonsággal jelzi előre a szolgáltatás iránti keresletet, az összes találati arány pedig majdnem kilenc százalékponttal 86,4%-ra nőtt. Vizsgáljuk meg ezúttal is a tényleges (kinyilvánított) és a becsült valószínűségeken alapuló besorolások összehasonlítását a következő ábrán.



14. sz. ábra. A tényleges és a becsült valószínűségen alapuló besorolás összehasonlítása.
Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Az ábra igen kedvező eloszlást mutat, a kinyilvánított vásárlást vagy elutasítást jelző 1-esek illetve 0-ák nagyrészt a két végpontban tömörülnek és nem a 0,5-ös valószínűségi

küszöb körül. Észrevehető, hogy a küszöbérték kismértékű csökkentésével növelhető az "igen" találatok aránya, ezért érdemesnek tűnik kipróbálni a küszöbérték módosításának lehetőségét. Ezúttal nem valamilyen külső optimalizálási feltételnek kell megfelelni, hanem az előrejelzési pontosság növelése a cél. Újrafuttatva a modellt a 0,4-es küszöbértékkel azt az eredményt kapjuk, hogy a vásárlás előrejelzésének pontossága 94,0%-ra nő, de a "nem" előrejelzési pontossága 70,4%-ra és az összpontosság 83,9%-ra csökken. Ezzel tovább nőtt a két típusú hiba elkövetési valószínűsége közötti különbség, ezért inkább megmaradok az előző modell mellett, amelyben szintén nagyon jó, 90% feletti a vásárlás előrejelzésének találati pontossága.

A végső modell eredményeit: független változóit, paramétereit és azok statisztikáit az M.2.6. függelékben találjuk. **Az ároptimalizációs módszer szempontjából legfontosabb eredmény, hogy a szolgáltatás árát jelentő percdíj változó együtthatója 0,034, szignifikánsan különbözik nullától**. Ez a módszer olyan elengedhetetlen feltétele, amelyet a kutató nem tud befolyásolni és enélkül használhatatlanná válna az egész kutatás.

A korrigált Wald értéket, az R-t vizsgálva megállapíthatjuk, hogy több olyan változó is van, amelynek relatív fontossága nagyobb, mint a percdíjé, de ez nem jelent semmilyen problémát, ugyanis a tervezett tarifacsomag legfontosabb „erénye” nem az ár volt.
Mivel a legjobb előrejelzési modell megtalálásának hosszas folyamata több érdekes eredménnyel járt, ezért az ároptimalizálási folyamat következő szakasza, az optimum ár kiszámítása előtt összegzem a modellspecifikációra vonatkozó fontosabb megállapításaimat.

5.2.3. A modellspecifikáció során tett lényegi megállapítások:

1. A modellben sok olyan magyarázó változó van, ami nincs szignifikáns hatással a függő változóra, de **kontroll alatt tartásuk, indirekt hatásaik kiküszöbölése növeli a modell magyarázó erejét**. A modellspecifikáció során megvizsgáltam minden egyes nem szignifikáns változó bevonását, és a végső modellbe csak azok kerültek be, amelyek növelték a találati arányt.
Ez a kérdés ráirányítja a figyelmet **a magyarázó változók szelekciójának alkalmazott módszerére**. Az alábbi táblázatban összefoglaltam, a különböző szelekciós módszerek legjobb modelljeinek főbb jellemzőit: a találati arányt, a Nagelkerke R^2-et és a szignifikáns magyarázó változókat.

18.sz. táblázat. A különböző modellszelekciós módszerek összehasonlítása			
Módszer	**Szignifikáns magyarázó változók**	**Találati arány**	**Nagel-kerke R^2**
ENTER	PERCDIJ, A2(2), A2(3), A6_2, A2(8), B2, B3A, B8, C3R, C3R(6), C3R(3), C2(3), C5, C7JOV, DEM10KAT, JFK	86,41%	668
FORWARD (COND, LR, WALD)	PERCDIJ, B2, B3A, B8, C5,	84,30%	572
BACKWARD (COND)	PERCDIJ, A2, A5_1, A5_3, A5_4, A6_2, B2, B3A, B8, C2, C3R, C5	84,63%	628
BACKWARD (LR, WALD)	PERCDIJ, A5_1, A5_3, A5_4, B2, B3A, B8, C2, C3R, C5	84,30%	603

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Az SPSS kínálta modellszelekciós lehetőségek közül az ENTER módszer eredményezi a legjobb találati arányt és Nagelkerke R^2-et a FORWARD és a BACKWARD módszerek három-három altípusával szemben. A vizsgált két mutató értékei csak kismértékben különböznek, arányaiban a Nagelkerke R^2-nél nagyobbak a változások. Szembetűnő azonban a különbség a szignifikáns független változók számában, és ez jelentős különbség a modellek között még akkor is, ha nem befolyásolja közvetlenül a kutatás fő célját jelentő optimum ármeghatározást. Ezt ugyanis a paraméterek közül csak a percdíj változó együtthatója befolyásolja, de a vásárlás becsült valószínűségének (y*) meghatározásában közvetve szerepet kap a többi magyarázó változó is.

A különbség azzal magyarázható, hogy a FORWARD és a BACKWARD eliminációs eljárásai során a modellből kikerülő nem szignifikáns független változók a későbbi iterációs lépésekben szignifikánsak lesznek, de nem kerülnek vissza a modellbe. Megállapítható, hogy **az ENTER módszer eredményezi a legjobb modellt, de ennek megvan – a marketingkutatásban igencsak sokat jelentő - ára; a modellspecifikáció időigénye sokszorosa a többiekének**. Meg kell határozni ugyanis egyenként valamennyi nem szignifikáns független változó esetében, hogy a modellbe való bevonásuk vagy kihagyásuk növeli-e jobban a találati arányt. Kérdés, hogy egy szoros határidőbe préselt piackutatási projekten belül érdemes-e az egy-két százalékponttal jobb találati arányt eredményező, de sokkal időigényesebb ENTER módszert választani. A modellszelekciós eljárások közötti választást leginkább az dönti el, hogy a találati arányok eltérésein túl mennyire különböznek – a kutatás fő célját jelentő – optimum árak. Ezért az optimum ár levezetése és kiszámítása után a későbbiekben erre a kérdésre visszatérek.

2. **Kategoriális független változó használatával jobb találati eredményt érünk el, mint ugyanannak az ismérvnek „magasabb mérési szintű" numerikus változójával.** Gyakorlatilag érdemes átalakítani a numerikus változót kategoriálissá. Ez a lineáris

regressziós modellspecifikációjához képest jelentős eltérés a független változó hatásának nemlineáris jellegével, a lineáris és a logisztikus modell közötti egyik fő különbséggel magyarázható.

Kutatásunkban a háztartások jövedelmét nem vizsgáltuk nyitott kérdéssel, ami numerikus változót eredményezne, de a részletes, 20 kategóriájú kategoriális változó osztályközepeiből viszonylag kis adatvesztéssel képezhettem numerikus változót. Modellünkben kicserélve a kategoriális jövedelem változót a numerikussal, a találati arány majdnem két százalékponttal 84,8%-ra csökken.

A magyarázat abban áll, hogy a jövedelem változó hatása nem lineáris, hanem vannak olyan jövedelem szintek, kategóriák, amelyek – a többi magyarázó változó adott szintje mellett - szignifikáns hatással vannak.

3. A **modell illeszkedési jóságát**, mind a találati arányt, mind a kvázi R^2-eket **növeli, ha a kategoriális magyarázó változóknak minél több értéke, kategóriája van**. A piackutatásban, de általában az adatelemzésben gyakran előfordul, hogy a viszonylag több kategóriával rendelkező nominális változókat „visszakódolják" kevesebb kategóriájú változóvá. Ennek különféle, de végső soron a minta nagyságára visszavezethető okai vannak, gyakran a kereszttábla- vagy a szórásanalízis alkalmazása indokolja. Modellünkben valamennyi olyan kategoriális változó esetében vizsgáltam és igazoltam a fenti állítást, amelyeknek a kategóriáit értelmesen össze lehetett vonni: jelenlegi tarifacsomagj (A2), iskolai végzettség (C2), foglalkozás (C3) és jövedelem (C7JOV). A jövedelem változónak 20 kategóriáját abszolút indokoltnak tűnt összevonni 5 kategóriába, de a modell újrafuttatása után másfél százalékponttal romlott a találati arány. Még az olyan kismértékű módosítás, mint az iskolai végzettség öt kategóriájának háromba kódolása is négy interjúalany esetében elrontotta a tényleges vásárlók előrejelzési besorolását, fél százalékponttal rontva a találati arányt. Érdemes tehát már a kérdőív szerkesztésekor figyelembe venni ezt a szempontot, legalábbis olyan mértékben, amennyire a minta elemszáma lehetővé teszi a kovariancia mátrix növelését.

5.2.4. Az optimális ár meghatározása

Elérkeztünk a kutatás fő célkitűzéséhez, a szolgáltatás optimális árának meghatározásához, amit a modellben szereplő percdíj független változó határhatása alapján számolunk ki. A korábbiakban meghatároztuk az optimális ár képletét (4):

$$p_o = x = \frac{1}{b\cdot(y^*-1)},$$

ahol az optimum ár mértékét befolyásoló két tényező az y^* a kereslet becsült valószínűsége, és b a termék árának a paramétere.

A vásárlás valószínűségét, gyakorlatilag a logisztikus regressziós modell függő változóját valamennyi esetre kiszámoltuk és rögzítettük egy új változóban[42]. Ez alapján meghatározható lenne valamennyi interjúalany rezervációs ára, de ennek nem sok marketing haszna lenne, ilyen mértékű egyedi árdiszkriminációra csak a bazári alkuban illetve az elektronikus kereskedelemben, online aukciókban van lehetőség. Szükségünk van a teljes mintára érvényes keresletre, majd a termékre vonatkozó egyetlen optimális árra.

A teljes mintára érvényes keresletet a korábban említett átlagolás módszerével számítjuk ki, vagyis az egyedi vásárlási valószínűségek számtani átlagát vesszük, ami adott esetben 56,3% (0,563)[43]. A logisztikus regressziós modell eredményeit tartalmazó táblázatban (M.2.7. melléklet) találjuk a percdíj változó szignifikancia szintjét és együtthatóját b_1=0,0341.

A két értéket behelyettesítve az előző (4) képletbe kiszámolható a végeredmény: **az optimum ár értéke p_o= 67,1 Ft.**

A marketingkutató megkönnyebbülve állapíthatja meg, hogy a kapott eredmény nem irreleváns, a vizsgált percdíjak 48 - 78 Ft-os intervallumába esik. Nem mintha kételkedne az általa használt módszerek egzaktságában, de tudatában van a különböző féle és fajú hibák kumulálódó valószínűségeinek. Azon a megállapításon túl, hogy a marketingkutatás veszélyes mesterség, indokolt a következőkben a módszer „robusztusságát” vizsgálnom, vagyis azt, hogy a végeredmény mennyire érzékenyen reagál az inputok változásaira. Mivel két tényező határozza meg az optimum árat, ezért megvizsgálom, hogy:

1. a különböző specifikációjú modellekben mennyire eltérő az árváltozó b paramétere, és
2. a vásárlás becsült valószínűségének (y^*) a meghatározási lehetőségeit.

1. Az alábbi táblázatban feltüntettem a modellspecifikáció során kapott különböző előrejelzési pontosságú modellekhez tartozó paramétereket, becsült keresleteket és a belőlük számolt optimális árakat.

---

[42] SPSS-ben specifikált modell esetén ehhez be kell állítani a *Save New Variables* ablakban a *Predicted Values*-en belül a *Probabilities* opciót. (Egyúttal érdemes a *Group membership*-et is beállítani).
[43] Ehhez átlagolnunk kellet a becsült valószínűségeket tartalmazó PRE_1 változót.

19.sz. táblázat. A különböző pontosságú modellekhez tartozó optimális árak									
a modell előrejelzési pontossága (%)	86,4	85,4	80,6	78,7	78,1	75,9	73,7	64,5	63,2
az árváltozó paramétere (b_1[44])	0,034	0,029	0,034	0,023	0,025	0,030	0,032	0,033	0,032
a modell alapján becsült vásárlók aránya (%)	56,3	57,4	57,0	57,2	56,1	56,2	56,2	54,5	54,5
optimum ár (p_o) (Ft)	**67,1**	**80,9**	**67,6**	**99,9**	**90,4**	**77,1**	**71,6**	**65,6**	**67,8**

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Látható, hogy a különböző előrejelző képességű modellek becsült b_1 paramétere (0,023-0,034) és az átlagos kereslet értéke (54,5-57,4) **viszonylag szűk intervallumban szóródnak, de az optimum ár szórása igen nagy**. Az optimum ár képlete alapján ugyanis a paraméterek és az átlagos kereslet különbségei multiplikálódva jelennek meg a végeredményben. A két input közül az ár együtthatójának tulajdonítható a nagyobb szórás, ugyanis ennek a relatív terjedelme, vagyis a maximum érték arányában kifejezett minimum érték 67,6%, míg a kereslet hasonló mutatója 94,9%. Érdekes, hogy a legjobb és a legkevésbé pontos modell optimális árai nagyon közel állnak egymáshoz, nem lineáris a kapcsolat a modell előrejelzési pontossága és az optimum ár értéke között. A módszerrel kapcsolatos óvatosságra int az is, hogy az igen jó előrejelzési pontosságú (78,7%) modell optimum ára 99,9 Ft, ami valószínűleg teljességgel elfogadhatatlan lenne a megbízónak és a második legjobb modell (85,4%) optimum ára is lényegesen nagyobb a végeredménynél (80,9 Ft szemben a 67,1 Ft-tal)!

Megállapítható, hogy **az optimum ár meghatározásának ez a módszere nagyon érzékeny a pontos modellspecifikációra**, szükséges a lehető legjobb modellt megtalálni, mivel a két legjobb modell, amely között mindössze egy százalékpontnyi különbség volt az előrejelzési pontosságban 20%-os különbséget eredményezett az optimum árban. Ezért indokoltnak találtam megvizsgálni, hogy a különböző modellszelekciós eljárások mekkora eltérést eredményeznek az optimum ár nagyságában. A következő 20. sz. táblázatban ezeket tüntettem fel:

[44] Noha az optimum ár általános képletében *b*-vel jelöltem az ár együtthatóját a többváltozós modellben a b_1-gyet használom.

20. sz. táblázat. A különböző modellszelekciós módszerekkel meghatározott optimális árak				
modellspecifikációs módszer	ENTER	FORWARD (COND,LR,WALD)	BACKWARD (COND)	BACKWARD (LR, WALD)
a modell előrejelzési pontossága (%)	86,4	84,3	84,6	84,3
az árváltozó paramétere (b1)	0,0341	0,0372	0,0359	0,0361
a modell alapján becsült vásárlók aránya	56,3%	56,3%	56,4%	56,5%
optimum ár (p_o) (Ft)	**67,1**	**61,5**	**63,9**	**63,7**

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Az optimum árak közötti eltérések nem olyan jelentősek, mint az előbbi táblázatban, az ENTER szelekciós eljárás különböző előrejelzési pontosságú modellei között. Megállapítható, hogy szűk piackutatási határidő esetén **érdemesebb valamelyik „automata" módszert választani az ENTER-rel szemben**, mert ha az utóbbival nem találjuk meg a legjobb modellt, akkor nagyobbat tévedhetünk az optimum árral, mint a FORWARD, BACKWARD módszerek valamelyikével.

2. A következőkben az optimum árat meghatározó másik tényező, a vásárlás valószínűségének értékét vizsgálom. A modell találati pontosságának nagymértékű különbségei ellenére a kereslet, azaz a vásárlás valószínűségének mintabeli átlagának kis szórása az **átlagolás módszerének alkalmatlanságára utalhat**. Elméletileg könnyen bemutatható és belátható, hogy nagyon eltérő vásárlási hajlandóságok, a becsült vásárlási valószínűségek eltérő eloszlásai ugyanazt az átlagos keresletet eredményezik. Az 0,563-as átlag úgy is kijöhet, hogy az esetek 95%-ának a vásárlási valószínűsége 0,5 felett van és úgy is, hogy 95% a 0,5-ös küszöbérték alatti, azaz valószínűsíthető a nem vásárlás.
Ez a probléma tűnik eddig a módszer leggyengébb pontjának, ezért a következőkben megvizsgálom, hogy milyen további alternatívák mutatkoznak ennek az empirikus kutatási problémának a megoldására.

2.1. A kereslet nagyságának kiszámolására alkalmasnak tűnik, hogy ne **a becsült valószínűségeket átlagoljuk, hanem a 0,50-es küszöbérték feletti, vagyis a modell alapján vásárlók közé besorolt esetek arányával számoljunk.** Ezzel kiküszöbölhetjük az előbb említett hibalehetőséget. Az előző táblázatot kiegészítettem az új módszer alapján kiszámolt kereslettel és optimális árakkal.

21. sz. táblázat. A különböző módszerrel számolt keresletek optimális árai	
a modell előrejelzési pontossága	86,4%
az árváltozó paramétere (b_1)	0,0341
kereslet 1. A modell alapján becsült valószínűségek átlaga	56,3%
1. optimum ár (p_o) (Ft)	**67,1**
kereslet 2. A 0,5-nél nagyobb becsült valószínűségek aránya	61,5%
2. optimum ár (p_o) (Ft)	**76,1**

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

A 0,5-nél nagyobb valószínűséggel becsült vásárlók mintabeli aránya számottevő mértékben, 5 százalékponttal különbözik a valószínűségek átlagával kifejezett kereslettől. Ez még nagyobb különbséget eredményez az optimum árban, a két módszer tehát nem tekinthető egyenértékűnek. **A modell alapján előrejelzett vásárlók arányának az alkalmazása visszavezet a küszöbérték módosításának kérdéséhez**.

Javíthatunk ugyanis a módszeren, ha kizárjuk a 0,45 és 0,55 közötti vásárlási valószínűségekkel rendelkező eseteket, ezáltal növelve besorolás helyességét. Ezáltal a vásárlók becsült aránya kismértékben változott 61,5%-ról 61,3%-ra, az optimum ár pedig szintén csak kismértékben 76,1-ről 75,7-re csökkent. Ez a korrekció nem sokat változtatott az eredményen, mivel ahogy a 9. sz. ábrán is láthattuk, csak kevés eset van a 0,5-ös küszöb körül. Ezúttal nincs jelentősége e korrekciónak, de más esetben hasznos lehet a bizonytalan becslésű esetek kizárása.

2.2. Még egy kézenfekvőnek tűnő alternatíva kínálkozik a kereslet nagyságának definiálására és modellbe építésére. **Az optimum ár kiszámításához ne a modell alapján becsült kereslettel (*y**) számoljunk, hanem az interjú során ténylegesen kinyilvánított vásárlási hajlandósággal (y).** Vagyis az optimum ár képletében (4):

$$p_o = \frac{1}{b_1 \cdot (y-1)},$$

y nem a becsült, hanem a tényleges, kinyilvánított vásárlási hajlandóságot jelenti. Ennek értéke esetenként 0 vagy 1, ezért a vásárlók aránya ezúttal megegyezik a mintabeli átlaggal: 0,543. Ebben az esetben az optimum árat a logisztikus regressziós modellből számolt értékek közül egyedül a b_1 paraméter befolyásolja, az y exogén változó. Nézzük, hogyan egészül ki a különböző optimum árakat tartalmazó táblázat e harmadik számítási mód bevezetésével:

22. sz. táblázat. A különböző módszerrel számolt keresletek optimális árai	
a modell előrejelzési pontossága	86,4%
az árváltozó paramétere (b_1)	0,0341
kereslet 1. A modell alapján becsült valószínűségek átlaga	56,3%
1. optimum ár (p_o)	**67,1**
kereslet 2. A 0,5-nél nagyobb becsült valószínűségek aránya	61,5%
2. optimum ár (p_o)	**76,1**
kereslet 3. A tényleges vásárlók aránya.	54,3%
3. optimum ár (p_{o3})	**64,2**

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen érvek szólnak a három alternatíva mellett és ellen. Nincs túl nagy különbség a háromféle módon számolt optimum ár között, de nem tekinthető egyformán alkalmazhatónak mindhárom.

A legelső, a becsült valószínűségek átlagával való számolást nem tartom jó megoldásnak, a már említett probléma miatt, miszerint a tényleges kereslet nagyon eltérő mintabeli eloszlása esetén is ugyanazt az átlagot kaphatjuk. Mégha a logisztikus regressziós modellben nem is valószerű a nagyon ferde alakú eloszlás sok szélsőértékkel, ez a probléma nagyon megkérdőjelezné a módszer egészének használhatóságát.

A két utóbbi módszer közötti különbség lényege abban áll, hogy a modell alapján becsült vásárlási hajlandósággal számolunk vagy a kinyilvánított, tényleges kereslettel. Első látásra meggyőzőnek tűnik a kinyilvánított vásárlási hajlandósággal való kalkuláció, de jobban végiggondolva fenntartásokat fogalmazhatunk meg. Ugyanis **a kinyilvánított kereslet a 48 - 78-as intervallumban tesztelt árak valamelyikére adott igen válaszok összesítése**, vagyis több esetben az optimum árat jelentő 64,2 Ft alatti értéket teszteltünk (48, 54, 60 Ft), ezért az ehhez az árhoz tartozó kereslet biztosan nem 54,3%, hanem annál kisebb. Hogy pontosan mennyi? – hát ez a kérdés logikailag visszavezet a modell szükségességéhez.

Meglehetősen szerencsétlen körülmény, hogy a két elutasított módszer eredményei közel azonosak és a tesztelt árak tartományában is „jobb helyet” foglalnak el, mint a helyesnek tartott második alternatíva 76,1 Ft-os optimum ára, amely nagyon közel van a tesztelt maximumhoz. Ennek ellenére kijelenthető, hogy a módszer helyes alkalmazásához az **optimum ár képletében a becsült vásárlási valószínűséget a vásárlók arányával kell számolni.** Az értekezésben bemutatott empirikus kutatások a kifejlesztett módszertan

bemutatására, a technikai részletek kidolgozására, a problémák felismerésére alkalmasak, de az eredmények szignifikáns azonosságára vagy különbözőségére alapozó következtetésekhez több empirikus kísérletre és más módszertanra lenne szükség.

A dolgozat elején (15. oldal) idéztem Lyon-t (2002) miszerint az árkutatások során a piackutatók sokkal inkább „megfeledkeznek" a **standard hibáról**, mint más jellegű kutatásoknál. Ezt részben magyarázza az, hogy komplexebb árkutatási módszereknél, például egy conjoint-nál, vagy DCM-nél problematikus a végső ár konfidencia intervallumának a meghatározása. Ha sikerül is kiszámolni a standard hibát, akkor gyakran előfordul, hogy a nagy pontosságot igénylő, stratégiai jelentőségű kutatás végeredménye gyakran használhatatlanul nagy konfidencia intervallummal rendelkezik.

A binomiális logisztikus regresszión alapuló árkutatási módszerben könnyen meghatározható az ár változó paraméterének (b_1) standard hibája, az SPSS output alapbeállításban is kiszámolja (M.2.3. melléklet táblázatának 3. oszlopa). Ez alapján az optimum ár képletébe helyettesítve az ár paraméterének két értékét meghatározhatóak az optimum ár konfidencia intervallumának szélső értékei.

5.3. A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer optimális módszertana

A marketingkutatás gyakorlatban ritkán van lehetőség az előzőekben bemutatott kísérletező megoldáskeresésre. Ezért a következőkben összefoglaltam a binomiális logisztikus regresszión alapuló árkutatási módszer egy ajánlott, általam optimálisnak tekintett módszertanát, illetve folyamatát:

1. **Célsokaság**: a keresleti kutatás vonatkozhat bármilyen lakossági szegmensre, de használható az üzleti szférára vonatkozó (B2B) kutatásokban is.

2. Az **adatok származási helye** szerint elsősorban primer kvantitatív kutatásokban és tesztekben alkalmazható, de amennyiben elég részletes, a vásárlóra vonatkozó információkat tartalmazó adatbázissal rendelkezünk a modellspecifikációhoz, akkor alkalmazható belső, értékesítési adatokon is. Ez utóbbinak előnye, hogy nem a kinyilvánított, hanem a tényleges keresletet vizsgáljuk, hátránya, hogy nem tudjuk a tervezett modellhez szükséges változókat beépíteni az információgyűjtésbe.

3. **Mintanagyság**. A keresleti kutatás során legalább 5 ár tesztelését szükségesnek tartom, de annál jobb, minél több ár-kereslet pontra illeszkedik a multidimenzionális „keresleti függvény". A felső határt természetesen a mintanagyság szabja meg. Általánosságban nehezen meghatározható, hogy hány eset szükséges egy tesztelt ár részmintájába, mivel ez nagyban függ a keresletet meghatározó változók számától és szórásától. Ideálisnak tartom, ha valamennyi részminta 100 esetből áll, ha pedig az összminta elemszáma több lehet, mint 500, akkor a tesztelt árpontok számát növelését ajánlom.

4. **Kérdezéstechnika**. A kérdezési módszerek közül kizárólag a számítógéppel támogatott módszerek (CAPI, CATI, web) jöhetnek szóba, ugyanis szükséges az árak véletlenszerű tesztelése. A keresletre vonatkozó kérdezési technikák közül egyértelműen azt a megoldást javaslom, amelyben rákérdezünk a tesztelni kívánt árra és a negatív vagy pozitív válasz függvényében rákérdezünk még egy – de csak egy – kisebb vagy nagyobb árra. Ezzel a módszerrel elkerülöm a nyitott kérdés, vagy az árlétra válaszainak irrelevanciáját, de nagy valószínűséggel biztosítom, hogy a regressziós modellben az ár szignifikáns hatással legyen a keresletre. Vagyis az a jelenség, amire a szakirodalomban többen felhívják a figyelmet (Lyon, 2000), hogy az interjúalanyban tudatosul az árteszt és azonnal alkupozícióba helyezkedik ezúttal szükséges feltételnek mondható.

5. **Modellspecifikáció**. A modellspecifikáció során leginkább a klasszifikációs táblát venném figyelembe, de nyomon lehet követni a más jellegű mutatókat (Nagelkerke R^2,

Hosmer-Lemeshow teszt.) Ha a modellépítésre elegendő idő áll rendelkezésünkre - egy tapasztalt kutatónál elegendő lehet néhány óra -, akkor a modellszelekciós eljárások közül az ENTER-t javaslom, amellyel a modell nem szignifikáns változóinak az indirekt hatásait is figyelembe vehetjük.

6. **Ároptimalizáció**. A felépített modellt követően az árrugalmassági együttható és a maximális árbevétel közötti összefüggésből kifejezett képlet alapján könnyen kiszámolható az optimum ár. A képlet két modelleredményt igényel inputként: az árváltozó paraméterét és a teljes mintára vonatkozó becsült keresletet. Láttuk, hogy ez utóbbi kétféle módon számolható, a valamennyi interjúalany esetében kiszámolt vásárlási valószínűségek átlagával vagy 0,5-nél nagyobb vásárlási valószínűségek arányával. A módszer számomra egyik nyitott kérdése e két alternatíva közötti választás. Elméletileg az utóbbit tartom helyesnek, de az ökonometriai szakirodalom és a saját empirikus kísérletem alapján az átlagolás módszere is alkalmazható.

5.4. A két kifejlesztett árkutatási módszer összehasonlítása

A következő alfejezetben a két kifejlesztett árkutatási módszert és eredményeiket kívánom összehasonlítani. Az optimum árak összehasonlítása ajánlott a piackutatási projekt során is, mivel a függvényillesztés módszerének gyorsasága és egyszerűsége nagyon kis ráfordítással egy jó viszonyítási alapot eredményez.

5.4.1. A függvényillesztés módszerének alkalmazása a 3. empirikus kutatásban

A függvényillesztés módszerét kipróbálom a logisztikus regressziós modell harmadik empirikus kutatási adatain is. A vizsgált mobiltelefon szolgáltatás csomag árai és a hozzá tartozó keresletet tartalmazza az alábbi táblázat.

23. sz. táblázat. A termék ára és kereslete

Ár (Ft)	Inverz kumulált relatív gyakoriság
48	54,32%
54	48,70%
60	38,54%
66	28,00%
72	19,80%
78	10,40%

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

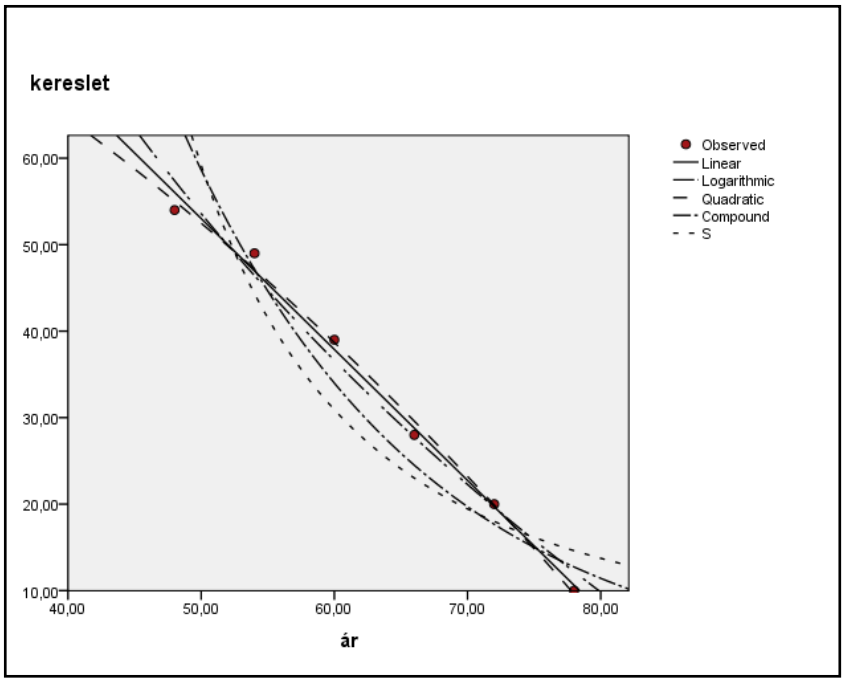
Az ár-kereslet adatpárok meghatározása után következhet a keresleti függvény illesztése. A különböző függvénytípusok kipróbálása a következő R^2-et és paramétereket eredményezte:

24. sz. táblázat. Az illesztett függvények R^2-e és paraméterei

	Rsq	b_0	b_1	b_2	b_3
Lineáris	0,995	128,345	-1,5088		
Logaritmikus	0,985	416,806	-92,869		
Inverz	0,965	-57,537	5567,88		
Másodfokú polinomiális	0,996	107,147	-0,8175	-0,0055	
Harmadfokú polinomiális	0,996	107,147	-0,8175	-0,0055	
Exponenciális (*Compound*)	0,937	854,744	0,9477		
Hatványkitevős	0,900	2.00E+07	-3,2577		
S függvény	0,855	0,2267	192,397		
Növekedési	0,937	6,7508	-0,0537		
Exponenciális	0,937	854,744	-0,0537		
Logisztikus	0,997	4.50E-06	1,1336		

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Valamennyi függvénynek nagyon jó az illeszkedése, három típusnak: a lineáris, a másodfokú polinomiális és a logisztikus függvénynek 0,99 feletti az R^2-e. Érdekes, hogy a harmadfokú függvény megegyezik a másodfokúval, paramétereik egyenlőek és a b_3 paraméter nulla. A 16. sz. ábrán a legjobban illeszkedő és alkalmazható első- és másodfokú polinomiális, logaritmikus, exponenciális és az S függvény grafikonjait láthatjuk.



15. sz. ábra. Az öt legjobban alkalmazható függvény illeszkedése a keresleti pontokra
Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

A másodfokú polinomiális függvény görbéje konkáv, de ez nem befolyásolja az optimum ár kiszámítását. Az öt legjobban illeszkedő függvény szerinti optimum ár az előzőekben levezetett képletek (36. – 39. oldalak) alapján:

25. sz. táblázat. A függvényillesztés módszerével számolt optimum árak

	R^2	b_0	b_1	b_2	p_o (Ft)
Lineáris	0,993	128,733	-1,5143		**42,5**
Másodfokú	0,995	96,15	-0,4518	-0,0084	**46,4**
Exponenciális (Compound)	0,926	896,023	0,9469		**18,3**
Logaritmikus	0,980	417,778	-93,095		**32,7**
S függvény	0,841	0,1862	194,709		**194,7**

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

Összehasonlítva a függvényillesztés módszerével kapott eredményeket a logisztikus regressziós modell alapján kiszámolt 75,7 Ft-os értékkel, megdöbbentően nagy különbségeket konstatálhatunk az optimális árban. Azonban ez még nem a végeredmény a harmadik fejezetben bemutattam, hogy indokoltnak tartom a függvényillesztés módszerét kiegészíteni egy olyan skála transzformációval, amellyel csak a tesztelni kívánt ártartományban keressük az optimum árat. A 16. sz. ábrán is jól látható, hogy a keresleti görbék nagyon „magasan kezdenek”, ennek mértékét a polinomiális függvények esetében a b_0 paraméterek pontosan számszerűsítik is. Mivel a keresletet százalékos formában rögzítettük, ezért joggal feltételezhető, hogy az ingyen adott tarifacsomagok esetében sem lenne a kereslet a célpiac 128%-a! A skálatranszformáció tehát elengedhetetlenül szükséges mind a függőleges tengely, mind a vízszintes tengely esetében.

26. sz. táblázat. Transzformáció utáni optimum árak

		R^2	b_0	b_1	b_2	b_3	p_o
Lineáris	Eredeti	0,993	128,733	-1,5143			42,5
	Eltolt	0,993	48,56	-1,5143			**63,0**
Másodfokú	Eredeti	0,995	96,15	-0,4518	-0,0084		46,4
	Eltolt	0,995	47,2886	-1,2444	-0,0084		**63,3**
Exponenciális (*Compound*)	Eredeti	0,926	896,023	0,9469			18,3
	Eltolt	0,769	88,8147	0,8947			**56,0**
Logaritmikus	Eredeti	0,980	417,778	-93,095			32,7
	Eltolt	0,753	51,8292	-11,694			**77,9**
S függvény	Eredeti	0,841	0,1862	194,709			194,7
	Eltolt	0,197	2,3362	1,6523			**48,7**

Forrás: saját szerkesztés a 3. empirikus kutatás alapján.

A lineáris függvény meredeksége (b_1 paraméter) értelemszerűen nem változott, mint ahogy a másodfokú függvény b_2 paramétere sem, de a legfontosabb, hogy mindkettőnek hasonlóan jó az illeszkedése (0,993 illetve 0,995). E két legjobban illeszkedő függvény optimum árai egymással megegyeznek (63,0 és 63,3), de **lényegesen eltérnek a transzformáció előtti értéktől**. A transzformáció során lényegesen romlott az exponenciális, a logaritmikus és az S függvény illeszkedése, ezért optimum áraikat nem veszem figyelembe, mégha realisztikusabbak is, mint a transzformáció előttiek. A legjobban illeszkedő másodfokú polinomiális függvény alapján számolt optimum árat (63,3 Ft) tekintem végeredménynek.

Ez a kutatási eredmény is megerősíti azt a meggyőződésemet, hogy **a függvényillesztés módszere csak a skála transzformáció alkalmazásával teljes**.

5.4.2. Következtetések

A két módszer – a skálatranszformáció előtti és utáni - alapján kiszámolt árak (76,1 Ft és 63,3 Ft) tolerálhatónak tűnő távolságra vannak egymástól. Még közelebbi a két érték, ha a logisztikus regressziós modellben a keresletet nem az 0,5-nél nagyobb valószínűségű esetek arányával számoljuk, **hanem a valószínűségek átlagával (67,1 és 63,3 Ft),** vagy ha a **vásárlást ténylegesen kinyilvánítók arányával (64,2 és 63,3 Ft)[45].**

Az összehasonlítási alappal rendelkező empirikus kísérlet alapján tehát a három számítási alternatíva közül a modell exogén adata, a vásárlást ténylegesen kinyilvánítók arányának alkalmazása tűnik a legjobb megoldásnak. Ennek ellenére komoly logikai fenntartásaim vannak ezzel kapcsolatban, leginkább az, hogy a ténylegesen kinyilvánított vásárlási hajlandóság nem a 67,1 Ft-os áron, hanem a tesztelt hat ár valamelyikén érvényes.

Egyelőre nem találtam döntő ellenérvet **a modell alapján becsült vásárlók arányának a használatával szemben, ezért a módszer jelenlegi kidolgozottsági és kipróbáltsági szintjén ezt az alternatívát javaslom.**

Az eredmények összehasonlítása után vizsgáljuk meg a két módszer közötti elméleti különbségeket. A függvényillesztés módszere - egy piackutatási projekt esetében nagyon lényeges - előnyökkel kecsegtet, mivel nem igényel összetett modellspecifikációt, ezért lényegesen egyszerűbb és gyorsabb, mint a többváltozós modell. Kérdés, hogy nem veszítünk-e el lényeges információt, ha a keresletet meghatározó tényezők közül csak az árat vesszük figyelembe és mellőzzük a többi lehetséges faktort? Ezzel szemben miért kell bármit is hozzátenni a potenciális vásárló által kinyilvánított árhoz?

---

[45] Lásd a három számítási alternatíva összehasonlítását a 91. oldalon.

E logika mentén a binomiális logisztikus regressziós modell preferálása lényegében azt az implicit feltétel elfogadását jelenti, hogy a modell **alapján az elemző "jobban ismeri" a potenciális fogyasztó vásárlási hajlandóságát, mint maga a fogyasztó**. Ez a kijelentés joggal hat abszurdnak, ha figyelembe vesszük, hogy a modellspecifikáció is a kinyilvánított keresleti hajlandóságon alapul. Azonban marketingkutatók gyakran találkoznak olyan kutatási adatokkal, amelyben olyan látens struktúrák magyarázzák az interjúalanyok véleményét vagy viselkedését, amelyeknek nincsenek is tudatában vagy az interjú során nem tudják vagy nincs alkalmuk expliciten kifejezni. Gondolhatunk itt jól illeszkedő főkomponensekre, faktorokra, komplex szegmentációs besorolásokra vagy akár csak egyszerű, kétdimenziós kapcsolati viszonyokra. A függvényillesztés módszerének alkalmazásával elveszítjük a multidimenzionális modellek nyújtotta többletet, annak erőforrás igényeivel és korlátaival együtt. A logisztikus regressziós modell specifikációs mutatóinak analógiájára elmondható, hogy amint az adjusztált klasszifikációs mutató a peremvalószínűségekhez viszonyítva határozza meg a modell magyarázó erejének növekedését, úgy a függvényillesztés módszere is csak a peremvalószínűségekre építve határozza meg a keresleti függvényt. A két modell együttes alkalmazását javaslom, amennyiben ez lehetséges, de a függvényillesztés módszerét is önmagában életképesnek tartom, amennyiben a kutatási terv, elsősorban a kérdőív rövidsége ezt indokolja.

6. EREDMÉNYEK, KÖVETKEZTETÉSEK, JAVASLATOK

A disszertáció legfontosabb eredménye, hogy két új módszerrel bővíti a marketingkutatás, ezen belül a kinyilvánított vásárlási hajlandóságon alapuló árkutatási módszerek eszköztárát.

6.1. Új és újszerű tudományos eredmények

Az új és újszerű tudományos eredményeket a következő pontokba lehet összefoglalni:

1. A függvényillesztés módszere az elődjének tekinthető Gabor-Granger modellel szemben analitikusan, a legkisebb négyzetek módszerével **függvényt illesztve határozza meg a keresleti görbét**. A keresleti görbe ismeretében kifejezem az árrugalmassági együtthatót és az optimum ár meghatározásához **felhasználok egy rég ismert mikroökonómiai összefüggést**: egy termék értékesítéséből származó árbevétel annál az ár-kereslet pontnál maximális, ahol az árrugalmassági együttható értéke egyenlő mínusz eggyel. Ezt az optimális ár-kereslet pontot nem iteratív eljárással keresem, hanem **az optimum ár képletét analitikusan levezettem** – az SPSS program által használt – valamennyi függvénytípusra. A módszer további újítása már a gyakorlati alkalmazások során vált indokoltá, egy olyan **skálatranszformációt alkalmaztam**, amelyben a keresleti függvénynek csak a kutatás során tesztelt árpontokhoz tartozó szakasza befolyásolja az optimum árat.

2. További újszerű eredmény a második „sikertelen” empirikus kutatás során bemutatott, **a becsült valószínűségek alapján történő besorolás küszöbértékének egyfajta optimalizálási algoritmusa**, ami egy olyan probléma gyakorlati megoldása, amelyet az idevágó ökonometriai szakirodalom legelismertebb szerzői (Greene, Hosmer és Lemeshow) is említenek. A kidolgozott küszöbérték optimalizálási algoritmusa a marketingkutatási gyakorlat része lehet a binomiális logisztikus regressziós modellt alkalmazó projektek során.

3. Az értekezés központi, címadó témája a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer. A binomiális logisztikus regresszió elméleti alapjainak bemutatása során arra törekedtem, hogy a gyakorlati alkalmazáshoz szükséges információkat helyezzem előtérbe, például **a modellspecifikációs mutatók és a modellszelekciós eljárások vizsgálatával**. A modell specifikációja során olyan gyakorlati megállapításokat, javaslatokat fogalmaztam meg, amilyenekkel ökonometriai

szakkönyvekben ritkán találkozhatunk, de a logisztikus regressziós modellt alkalmazó gyakorló kutatók számára fontos lehet.

A módszer kiindulópontja nem újdonság; az ároptimalizáláshoz szükséges árrugalmassági együtthatót a többváltozós keresleti függvényt jelentő logisztikus regressziós egyenletből az ár, mint független változó határhatásából vezettem le. Legjelentősebb újítás az, hogy az a többváltozós keresleti függvény alapján meghatározott árrugalmassági együtthatóból **analitikusan levezetem az optimum árat.**

6.2. A módszerek alkalmazásának feltételrendszere

A következőkben összegzem a két módszer alkalmazásának feltételeit, csoportosítva őket a kutatás célja, az adatgyűjtési mód és a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló módszer esetében az ökonometriai feltételek mentén.

- **A kutatás céljára vonatkozó feltételek.** Nyilvánvalóan a legalapvetőbb feltétel egy marketingkutatási módszer kiválasztásánál, hogy összhangban legyen a kutatási céllal. Mindkét módszer egyaránt alkalmazható egy új termék bevezetésénél, vagyis a kinyilvánított vásárlási hajlandóságot vizsgálva, vagy egy már a piacon levő termék tényleges keresleti adatainak elemzésekor.

A piackutatási gyakorlatból kiindulva a módszerek keresztmetszeti adatok elemzésére lettek kifejlesztve, de megvizsgálandó a longitudinális adatokra való alkalmazás lehetősége is. A függvényillesztés módszere esetében ez könnyen megvalósítható, mivel a módszer deklaráltan csak az ár és a kereslet viszonyát vizsgálja minden más tényező figyelmen kívül hagyása mellett. Pontosabban azt az implicit feltételt fogadjuk el, hogy a konkurens termékek árai, azok változása, gyakorlatilag a termék keresletét befolyásoló valamennyi tényező megjelenítődik a fogyasztók rezervációs árában. A többváltozós modell alkalmazása során pedig ezt a feltételt nem utasítjuk el, szándékunk, hogy a szignifikáns keresleti tényezők közül minél többet meghatározzunk és hatásukat kvantifikáljuk. A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer kiterjesztése az idősoros adatokra már a doktori téma továbbfejlesztési lehetőségei közé tartozik, jelentős változtatásokat igényel mind az ökonometriai modellspecifikáció, mind a változó marketingkörnyezetet lekövető adatgyűjtési módszerek terén.

- **Az adatgyűjtés módjára vonatkozó feltételek.** A kinyilvánított vásárlási hajlandóságra alapozó direkt árkutatás esetén kritikus a lekérdezés optimális módjának a megválasztása. A pontos és egzakt adatgyűjtés általános feltételein túl legfontosabb, hogy csökkentsük a direkt árkutatási technikákra jellemző, a valósnál magasabb árérzékenység mérésének valószínűségét, de ugyancsak kerülendő a monadikus tesztekre vagy az indirekt

technikákra jellemző alacsony árrugalmasság, vagy az a végletes helyzet, amikor az ár nincs szignifikáns hatással a keresletre. Ezért optimális kérdezési technikának azt javaslom, amelyben **véletlenszerűen rákérdezünk egy árra a tesztelni kívánt öt-hat közül, és a negatív vagy pozitív válasz függvényében megvizsgálunk még egy kisebb illetve nagyobb árat**. Ezzel a módszerrel talán megtalálható az „arany középút", elkerülhető a nyitott kérdés, vagy az árlétra válaszainak irrelevanciája, és csökkentem annak esélyét, hogy az ár ne legyen szignifikáns hatással a keresletre.

- A feltételek közé sorolhatjuk az **értelemszerű kódolást** is, amikor a kereslet változó 0 vagy 1 értéket vehet fel. A logisztikus regressziós modell esetében a magyarázó változók nemcsak intervallum, hanem nominális változók is lehetnek, amelyek kategóriái dummy változókként kerülnek be a modellbe. Általános elvárás, de a modellspecifikáció esetén is nagyon fontos, hogy minél kevesebb hiányzó, illetve kiugró értéke legyen a magyarázó változóknak.
- **Ökonometriai feltételek.** A binomiális logisztikus regressziós modell kevesebb feltételnek kell megfeleljen, mint a lineáris regressziós modell, nem feltétel a függő változó normális eloszlása, de a normális, Poisson, binomiális vagy gamma eloszlás valamelyike szükséges. Nem feltétel továbbá a függő változó homoszkedaszticitása és a modell hibatagjának a normál eloszlása sem, de Garson (2009) nyomán a következő feltételekre figyelhetünk:

1. **Pontos modellspecifikáció**. A szakirodalom (Garson, 2009) szerint is, de a harmadik empirikus kutatásnál is láthattuk, hogy a modell viszonylag kismértékű változása (egy-két magyarázó változó bevonása vagy kizárása) jelentős különbségeket eredményezett a regressziós együtthatókban következésképp az optimum árban.
2. **Független hibatagok**. Ennek a feltételnek a sérülése elsősorban idősoros adatoknál fordul elő, de valamilyen kísérleti hatás előtti vagy utáni adatfelvétel, általában a nem független részminták esetén is. A módszer kidolgozottságának jelenlegi fázisában még nem egyértelmű, további elemzést igényel az a lehetséges probléma, hogy az előbbiekben javasolt, két egymásra épülő árkérdésre adott válaszokat tekinthetjük-e egymástól függetlennek. Amennyiben ez a lehetséges probléma ökonometriai modellspecifikációval nem oldható meg, akkor a monadikus tesztet, az egyetlen árkérdést javaslom, ami értelemszerűen nagyobb mintaelemszámot igényel.

3. **A tökéletes szeparáció hiánya**. Ha valamely magyarázó változó(k) tökéletesen szeparálja a függő változó értékeit, akkor az adott magyarázó változó *b* paramétere értelmezhetetlenül nagy lehet.
4. **Multikollinearitás**. A lineáris regresszión OLS becsléséhez hasonlóan tökéletes multikollinearitás, a független változók közötti függvényszerű kapcsolat esetén a modell „összeomlik", az ökonometriai szoftverek általában hibajelzést adnak. Nem tökéletes, de nagymértékű multikollinearitás esetén a független változó paramétere nem, de a standard hiba nagysága változik. A multikollinearitás kezelésére a lineáris regressziós modellnél alkalmazott megoldások használhatók.
5. **Kiugró értékek (***outlier*-ek**)**. Szintén az OLS-hez hasonlóan a kiugró értékek szignifikánsan befolyásolhatják az eredményeket. Ezek kizárásához az SPSS-ben lehetőségünk van a standardizált rezidúmok vizsgálatára és külön változóba való rögzítésére. Az általában elfogadott .05-ös szignifikancia szinten, az 1,96-nál nagyobb standard rezidúmok eseteinek a kizárása indokolt.

6.3. A módszerek korlátai

A következőkben a módszerek korlátait Kotler és McDougall a keresleti függvény alapú ároptimalizálással szemben megfogalmazott kritikája (in Bauer-Berács, 2002, 253. oldal) mentén vizsgálom:

Kritika 1: **egyéb marketing-mix elemeket változatlannak feltételez**, valójában azok változnak a különböző árak szintjén, eltérő módon befolyásolva a keresletet.

A kinyilvánított vásárlási hajlandóságon alapuló kutatásnál ez a probléma nem állhat fenn, hiszen néhány napos, esetleg hetes adatgyűjtés és jól definiált célsokaság mellett nem különbözhetnek lényegesen az interjúalanyokat befolyásoló marketing-mix elemek. Új termék bevezetésénél egyáltalán nem, meglévő, ismert termék innovációjánál pedig csak kismértékben tartom relevánsnak ezt a kritikát. Tényleges keresleti adatokon alapuló elemzésnél is csak a hosszabb időtartamot felölelő idősoros adatok esetében lehet probléma, de ekkor az ökonometriai modell is részben más módszertant igényel. Rövidebb idősoroknál az esetleg változó egyéb marketing-mix feltételeket – amennyiben kvantifikálhatóak - beépíthetjük a modellbe.

Kritika 2: **tévesen feltételezi, hogy a versenytársak nem változtatják az áraikat.** Az előbbi kritikára adott válasz nagyrészt ezúttal is érvényes, a vásárlási hajlandóságon alapuló, keresztmetszeti kutatásoknál ez nem jelent problémát sem a binomiális logisztikus regressziós modellen, sem a keresleti függvényillesztésen alapuló módszernél. Az előbbi

módszer idősoros adatokon való alkalmazásakor – az időtényező mellett – figyelembe vehetőek a versenytársak ármódosításai is.

Kritika 3: **figyelmen kívül hagyja a marketingrendszer egyéb résztvevőinek reakcióit az alkalmazott áraikra.** Az előbbieken túl megállapítható, hogy ezek a reakciók és hatások sokkal kevésbé kalkulálhatók, mint pl. a versenytársak árreakciói.

Kritika 4: **feltételezi, hogy a keresleti függvény megbízhatóan becsülhető, „holott a valóságban ez nagy nehézséget okoz".**

A disszertáció végéhez közeledve csak egyet tudok érteni a nehézségekre vonatkozó kijelentéssel, de körültekintő és alapos tervezéssel eljuthatunk azokig a statisztikai alapokig, amikor már a hibalehetőségeket is számszerűsíteni tudjuk és kalkulálhatunk velük. A keresleti függvényen alapuló, de általában is az árkutatási módszerek nagy hátránya, és a velük kapcsolatos fenntartások legfőbb oka, hogy a marketingkutatási projekt során sok helyen lehet olyan hibát elkövetni, amelyek használhatatlanná teszik az eredményt, vagy rosszabb esetben szuboptimális árazásra késztetik a marketing menedzsert. Ilyenek a célsokaság kiválasztása, a tervezett minta reprezentativitása, a kérdezési technika megválasztása, akár a kérdés szövegezése, az adatgyűjtés, a lekérdezés módja és körülményei, adatbeviteli problémák és nem utolsó sorban az adatelemzés, a modellspecifikáció lehetséges hibái. Mindezeken a - jól felkészült marketingkutató által kiküszöbölhető vagy részlegesen korrigálható - hibákon túl ott van a standard hiba, amelyet legjobb esetben is csak számszerűsíteni tudunk, de olyan mértékű is lehet, ami értelmetlenné teszi az eredményünket.

6.4. Továbbfejlesztési lehetőségek

Az ökonometriai árkutatási módszer a többi kategoriális és korlátozott eredményváltozójú (*CLDV*) modellre is kifejleszthető. A korlátozott eredményváltozójú modellek legelterjedtebb típusára, a tobit modellre már levezettem az optimum ár képletét (Lázár, 2008), de a módszer megbízható használatához szükséges mind a különböző ökonometriai szempontok (pl. modellspecifikációs szempontok, súlyozás kérdése stb.), mind a marketingkutatási szempontok (pl. kérdezéstechnika) figyelembe vétele.

A tobit modellnél fontosabbnak, a marketingkutatásban nagyobb jelentőségűnek tartom a módszer kidolgozását a multinomiális logit modellre, mivel a függő változó kategoriális jellege nagyon valószerű vásárlási helyzetek modellezésére alkalmas.

Természetesen e modellnél is specifikus ökonometriai problémákkal találkozhatunk: az egyik ilyen erőteljes feltevés az, amit Irreleváns Alternatívák Függetlenségeként

(Independence of Irrelevant Alternatives) ismer a szakirodalom. A marketingkutatási problémák is jelentősek; az árrugalmassági együttható helyett valószínűleg keresztárrugalmasságot kell vizsgálnunk, mivel a multinomiális logit egy alternatíva választásának valószínűségét más alternatívákhoz viszonyítva számszerűsíti és nem a vásárlás elutasításához. A multinomiális logisztikus regresszión alapuló árkutatási módszertan valószínűleg nagyon sok hasonlóságot fog mutatni az egyre népszerűbb Choice Based Conjoint-tal. További kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek is adaptálhatók, például a probit modell, de ennél a határhatás kiszámítása technikailag meglehetősen nehéz és rosszul értelmezhető, ennek megfelelően az árrugalmassági együttható, illetve az optimum ár kiszámítása is az.

A továbbfejlesztési lehetőségek másik iránya az idősoros ökonometria alkalmazása, az idő tényező, mint független változó beépítése a keresleti modellbe. Ennek a fejlesztésnek komoly gyakorlati jelentősége lehet, mivel a tényleges keresleti adatok jellemzően idősoros adatok. Amennyiben sikerül az időtényező mellett a modellbe megfelelően beépíteni a változó környezeti és marketing-mix elemeket, akkor erős eszköze lehet a marketing információs rendszereknek és a vállalati árpolitikának.

7. ÖSSZEFOGLALÁS

A doktori disszertáció célkitűzése a marketingkutatási ártesztek módszertanának fejlesztése ökonometriai modellek adaptálásával. A kidolgozott módszertan lényege a marketingkutatás során kinyilvánított vásárlási hajlandóság alapján meghatározott keresleti görbe és árrugalmassági együttható vizsgálata, amely elvezet az árbevétel maximalizálása melletti optimum árhoz. Ezt az optimum ár meghatározási algoritmust bemutatom egy egyváltozós modellben, amelyet a „függvényillesztés" módszerének nevezek, és alkalmazom többváltozós binomiális logisztikus regressziós modellre is, amelyet "ökonometriai" módszernek általánosítok.

Az ökonometria alkalmazását az üzleti tudományokban a kilencvenes évektől új névvel illetik: mikroökonometria. Hausman (2001) meghatározása szerint a nemzetgazdasági folyamatok ökonometriai modellezése helyett a mikroökonómiai egységek; a fogyasztó, a háztartás és a vállalat piaci viselkedésére vonatkozó adatok elemzésére irányul. A téma aktualitását és súlyát jelzi, hogy a 2000. évi közgazdasági Nobel díj a téma két úttörő fejlesztőjének James J. Heckman şi Daniel McFadden-nek volt ítélve. Munkásságuk nagyrészt a nemlineáris regressziós modellek egy családjára, a kategoriális és korlátozott eredményváltozójú *(Categorical and Limited Dependent Variables – CLDV)* modellekre irányult.

Marketing-menedzsment szempontból a téma fontosságát hangsúlyozza, hogy többen egy termék/szolgáltatás beárazását a marketing egyik legfontosabb kérdésének tekintik (Gijsbrechts 1993; Monroe 1990). Monroe (1990, 18. old.) szerint azoknak a vállalatoknak van sikeres árképzési gyakorlata, amelyek tudatosan törekednek az árral kapcsolatos döntéseik fogyasztói reakcióinak folyamatos vizsgálatára, annak megértésére, hogy hogyan érzékelik a fogyasztók az árat és hogyan alakítják az érték percepcióját. Az árképzési módszerek három nagy csoportja (Bauer-Berács, 2002, 259. oldal) közül a keresletelvű árképzési módszerekkel foglalkozom. Ezek alapját a piaci kereslet felmérése jelenti, vagy a tényleges vásárlási szituációban megjelenő kereslet, vagy a fogyasztó által kinyilvánított vásárlási hajlandóság megismerésére irányul. További csoportosítási lehetősége e módszereknek a kereslet modellezésének egy- vagy többdimenziós jellegéből adódik.

Az egyik kifejlesztett módszer, a harmadik fejezetben bemutatott függvényillesztés módszere a `60-as években népszerű Gabor-Granger modell továbbfejlesztésének tekinthető, amelyben a kinyilvánított ár-kereslet pontokra függvényt illesztve egzakt módon fejezem ki a keresleti görbét. Egyaránt alkalmazható primer kérdőíves kutatásokból

vagy marketinginformációs rendszerekből származó adatokon, mivel input adatként mindössze a termék áraira és a hozzájuk tartozó keresletre van szükségünk. Az ároptimalizálási cél is megegyezik a Gabor-Granger módszerével, miszerint a maximális árbevételt biztosító árat tekintjük optimálisnak. Az árbevétel maximum pontját egy a mikroökonómiában régóta ismert, de a marketingben mellőzött összefüggés alapján határozom meg, miszerint egy termék értékesítéséből származó árbevétel ott éri el a maximum pontját, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel. Az egzakt függvényillesztésen túl a módszer eredetisége abban áll, hogy az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz egy összefüggésből kifejezem a maximális árbevételt eredményező optimum árat. Az optimum ár képletét meghatároztam az SPSS17 program által alkalmazott mind a tizenegy függvényre. A saját hozzáadott érték tehát az optimum ár képletének matematikai levezetésében és a számítási részletek egzaktabb kidolgozásában áll. A módszer működőképességét kipróbáltam egy olyan empirikus kutatásban, amelyben lehetőségem volt az eredmények részleges, külső validálására is. Eredetileg a módszer továbbfejlesztésének szántam, de empirikus próbák igazolták, hogy nemlineáris függvények illesztése esetén a módszert indokolt kiegészíteni a koordináta rendszer eltolásával, lineáris transzformációjával. Ezzel gyakorlatilag a tesztelt legkisebb ár alatti és a legnagyobb ár feletti függvényszakaszt kizárjuk az optimum ár meghatározásából.

Az értekezés második empirikus kutatása a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló módszer kipróbálására irányult, de annak ellenére, hogy egy új termék árának a meghatározására volt tervezve, a keresleti modellben az ár nem volt szignifikáns hatással a keresletre. Ez a probléma mindjárt az elején rávilágított az ökonometriai módszer kritikus pontjára: a módszer alkalmazhatatlan lesz, ha a kutatás tervezése során nem vesszük figyelembe a keresletet meghatározó legfontosabb tényezőket, illetve ha nem alkalmazzuk azokat a technikai finomságokat, amelyek jelentősen növelhetik egy modell magyarázó erejét. Egy ilyen gyakorlati modellspecifikációs problémát a szakirodalom legelismertebb szerzői (Greene, Hosmer és Lemeshow) is felvetnek: a besorolási küszöbérték valamilyen szempont szerinti optimalizációja. A küszöbérték értéke általában 0,5, de véleményem szerint a küszöbértéket akkor határozzuk meg optimálisan, ha a két hiba előfordulási valószínűségének aránya egyenlő ezek költségének arányával:

$$\frac{\int_0^k N(t)dt}{\int_k^1 I(t)dt}=c,$$

ahol $N=N(t)$, $I=I(t)$ a ténylegesen nem vásárlók illetve vásárlók becsült vásárlási valószínűségeinek gyakorisági eloszlásai. Ez alapján az optimális k küszöbérték általános képletét nem tudjuk kifejezni, de a kétféle hiba eloszlásfüggvényeinek ismeretében már kiszámítható. Az értekezésben levezettem az optimális küszöbértékét a nem vásárlók illetve vásárlók becsült vásárlási valószínűségeinek gyakorisági eloszlására illesztett exponenciális függvények esetére.

A disszertáció központi témáját jelentő binomiális logisztikus regressziós árképzési módszer optimalizálási szempontja és kiindulópontja ugyanaz, mint a harmadik fejezetben bemutatott módszernek: az árbevétel abban az ár-kereslet pontban maximális, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel. A meghatározó különbség az egydimenziós, „naiv" modellel szemben az, hogy ezúttal a keresleti függvényt egy többváltozós logisztikus regressziós egyenlet jelenti.
A módszer alkalmazása során az első és legfontosabb feladat a binomiális logisztikus regressziós modell specifikációja, amelyben a függő változó a kereslet és a magyarázó változók a termékre, illetve a válaszadóra vonatkozó különböző jellemzők. Ez a regressziós egyenlet a termék többváltozós keresleti függvénye, amelyben nem csak az ár keresletre gyakorolt hatását, hanem további szignifikáns változók hatását is figyelembe vesszük. A kiinduló alapösszefüggést az árrugalmassági együttható és a maximális árbevétel közötti összefüggés jelenti:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = -1,$$

ahol $Q = y = \frac{e^{(\beta x + \gamma z)}}{1+e^{(\beta x + \gamma z)}}$ a keresleti függvényt jelentő logisztikus regresszió egyenlet. Az x független változó az árat jelenti, a z a többi független változó vektora. Ez alapján kifejezhető az optimális árat jelentő x érték:

$$p_o = x = \frac{1}{b \cdot (y^* - 1)}.$$

A képlet alapján belátható, hogy az optimális ár értéke függ a vásárlás becsült valószínűségétől, az y^*-tól, vagyis esetről-esetre változik, ahogy a magyarázó változók különböző rögzített értéket vesznek fel. Az optimum ár kiszámításához szükséges b paramétert meghatározzuk a becslési eljárás során, az y^* értékét pedig az ún. átlagolás módszerével, ami a becsült valószínűségek mintabeli átlaga.

A következőkben összefoglalom a binomiális logisztikus regresszión alapuló árkutatási módszer egy ajánlott, általam optimálisnak tekintett módszertanát, illetve folyamatát.

1. Célsokaság: a keresleti kutatás vonatkozhat bármilyen lakossági szegmensre, de használható az üzleti szférára vonatkozó (B2B) kutatásokban is.

2. Használhatóság. Elsősorban a kinyilvánított vásárlási hajlandóságra vonatkozó ártesztekben, de amennyiben elég részletes vásárlási információkat tartalmazó adatbázissal rendelkezünk a modellspecifikációhoz, akkor alkalmazható tényleges értékesítési adatokon is. Ennek hátránya lehet, hogy nem tudjuk a tervezett modellhez szükséges változókat beépíteni az információgyűjtésbe.

3. Mintanagyság. A keresleti kutatás során legalább 5 ár tesztelését szükségesnek tartom, de annál jobb, minél több ár-kereslet pontra „illeszkedik" a multidimenzionális keresleti függvény. A felső határt természetesen a mintanagyság szabja meg. Ideálisnak tartom, ha valamennyi részminta 100 esetből áll, ha pedig az összminta tervezett elemszáma több lehet, mint 500, akkor a tesztelt árpontok számát növelném. A mintanagyság optimalizálásának egzaktabb vizsgálata még hátravan, a kihagyhatatlan továbbfejlesztési tervek közé sorolandó.

4. Kérdezéstechnika. A kérdezési módszerek közül kizárólag a számítógéppel támogatott módszerek (CAPI, CATI, web) jöhetnek szóba, ugyanis szükséges a tesztelt árak véletlenszerű rotációja. A keresletre vonatkozó kérdezési technikák közül egyértelműen azt a megoldást javaslom, amelyben rákérdezünk a tesztelni kívánt árra és a negatív vagy pozitív válasz függvényében rákérdezünk még egy kisebb illetve nagyobb árra. Ezzel a módszerrel elkerülöm a nyitott kérdés, vagy az árlétra válaszainak irrelevanciáját, de nagy valószínűséggel biztosítom, hogy a regressziós modellben az ár szignifikáns hatással legyen a keresletre.

5. Modellspecifikáció. A modellspecifikáció során leginkább a klasszifikációs tábla vizsgálatát ajánlom, de nyomon lehet követni a más jellegű mutatókat (Nagelkerke R^2, Hosmer-Lemeshow teszt.) Ha a modellépítésre elegendő idő áll rendelkezésünkre, akkor a modellszelekciós eljárások közül az ENTER-t javaslom, amellyel a modell nem szignifikáns változóinak az indirekt hatásait is figyelembe vehetjük.

6. Ároptimalizáció. Az optimum ár képlete két modelleredményt igényel inputként: az árváltozó paraméterét és a teljes mintára vonatkozó becsült keresletet. Ez utóbbit a küszöbértéknél nagyobb becsült vásárlási valószínűségek arányával fejezem ki.

A két árkutatási módszer közötti elméleti különbségeket vizsgálva megállapítható, hogy a függvényillesztés módszere - egy piackutatási projekt esetében nagyon lényeges -

előnyökkel kecsegtet, mivel nem igényel összetett modellspecifikációt, ezért lényegesen egyszerűbb és gyorsabb, mint a többváltozós modell. A módszer egyváltozós jellegéből adódóan ellenérvként felmerülhet, hogy az ár egyedüli figyelembe vételével a keresletet meghatározó tényezők közül lényeges információkat veszíthetünk el. A módszer feltétele, hogy a fogyasztó rezervációs árát meghatározó összetett rendszer (lásd pl. Monroe) végeredménye megjelenik a vásárlási hajlandóság kinyilvánításában és ez az árkutatás szempontjából elégséges.

Ezzel szemben az ökonometriai, és ezen belül a binomiális logisztikus regressziós modell beépíti valamennyi – a kutatás tervezése során figyelembe – keresletet meghatározó tényezőt. E logika mentén a binomiális logisztikus regressziós modell preferálása lényegében azt az implicit feltétel elfogadását jelenti, hogy a modell alapján az elemző "jobban ismeri" a potenciális fogyasztó vásárlási hajlandóságát, mint maga a fogyasztó.
Végeredményben a két modell együttes alkalmazását javaslom, ha ez lehetséges, de a függvényillesztés módszerét is önmagában életképesnek tartom, amennyiben a kutatási terv, elsősorban a kérdőív rövidsége ezt indokolja.

8. SUMMARY

The objective of the doctoral dissertation is the development of price research methodology with adaptation of econometric models. The essence of the developed methods is the study of the demand curve and the price elasticity coefficient based on the willingness to purchase expressed during the market research data collection, which leads to an optimum price along maximizing the revenue. This optimal price determination algorithm is applicated to a simple, two-dimensional model what I called the „curve estimation" method and into a multidimensional regression model which is generalized as „econometrical" method.

The application of the econometrics in the business sciences has got a new name: microeconometrics. Regarding to Hausman`s (2001) definition this new discipline deals with the analyze of microeconomic data regarding to consumer, household and company instead of econometric modeling of the macroeconomic processes. The actuality and importance of the subject is shown by awarding economic Nobel prize in 2000 to James J. Heckman and Daniel Mc Fadden, who had strongly developed this area. Their scientific activity mostly focuses to a part of the nonlinear regression models, the Categorical and Limited Dependent Variables (CLDV) models.

From the marketing management point of view the importance of the matter is emphasized by the fact that optimal pricing is considered by many one of the most important issues of the marketing (Gijsbrechts, 1993; Monroe, 1990). According to Monroe (1990, 18. p.) those companies have a successful pricing practice which deliberately seek the continuous study of the consumers' reaction to their price related decisions, to understand how the consumers perceive the price and how do they shape the perception of value. From the three major groups of the pricing methods (Bauer-Berács, 2001) I dwell upon the demand based methods. These are based on the empirical estimation of the demand, focusing on the expressed demand in the real purchasing situation or on the declared willingness to pay. The further grouping possibility of these methods is given by the one - or multidimensional character of the demand modeling.

One of the developed price researching methods is presented in the third chapter, it is based on the determination of the demand function which may be considered as the development of the Gabor-Granger model, in which the demand and the revenue function is determined based on the expressed price-demand points. It is applicable both on data from a primary questionnaire based research and data from a marketing information

system, because it needs as it input data only the prices of the product and their associated demand. The price optimizing goal corresponds to Gabor-Granger model`s, according to which the price optimum is considered where the revenue curve reaches its maximum. Beyond the measurable exactness (R^2) of the demand curve estimation, the originality of the method is that I use a long-time known microeconomic proposition: the total revenue riches its maximum where the price elasticity coefficient is equal to minus one. Using this connection and the determined demand function we can express the formula of the optimum price. I derived this formula for all the function types (eleven) used by the SPPS17 program's curve estimation option, but the best joint is to excepted in the case of the second and third degree polynomial function and the exponential function. The individual added value is the mathematical calculation of the optimal price and the more exact elaboration of the calculation details.

I had tried the functionality of the method in an empirical research in which I had the opportunity of partial, external validation of the results. The empirical experiments draw the attention that in the case of nonlinear functions before the curve estimation it is reasonable a linear scale transformation that shift the coordinate system. Thus the optimum price is influenced only by that section of the demand function which is related to the tested price points.

The second empirical research of the thesis focused on the empirical trial of the price test method based on binomial logistic regression model, but despite that it was designed to determine the price of a new product, in the demand model the price had no significant effect on demand. This problem highlighted at the outset a critical point of the binomial logistic regression-based method: it will be inapplicable if during the research planning there are not taken into account the most important determining factors of the demand, and if we do not know those technical nuances, which can significantly increase the explanatory power of a model. Such a practical model specification problem is also raised by the most respected authors of the literature (Greene, Hosmer and Lemeshow): the optimization of the classification threshold. This cut point value is generally 0,5, but in my view the threshold is determined optimal, if the probability of occurrence of the two error rates is equal to the ratio of these costs:

$$\frac{\int_0^k N(t)dt}{\int_k^1 I(t)dt} = C,$$

where $N = N(t)$, $I = I(t)$ are the distribution of estimated buying probabilities of the factual non buyers and buyers. We cannot express the general formula of the k optimum cut point, but it can be calculated if we know the two distribution function.

The main theme of the dissertation, the price researching method based on binomial logistic regression model, has the same optimization point of view and starting point as the previous model, that is the sales revenue of a product reaches it's maximum point, where the price elasticity coefficient is minus one. The decisive difference from the one-dimensional "naive" model is the multidimensionality of the demand function, it is a multivariate logistic regression equation. The first and most important task of using the method is the specification of the binomial logistic regression model, in which the dependent variable is the demand, and the explanatory variables are the different features of the product and the respondents. This equation is the multivariable demand function of the product, in which we take into consideration not only the effect of the price on the demand but also the effect of the other significant variables. The starting formula is the relation between the price elasticity coefficient and the maximum revenue:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = -1,$$

where $Q = y = \frac{e^{(\beta x + \gamma z)}}{1 + e^{(\beta x + \gamma z)}}$ logistic regression equation is the demand function. The x independent variable denotes the price, z is the vector of the other independent variables. Based on this formula we can express the optimum price (x):

$$p_o = x = \frac{1}{b \cdot (y^* - 1)}.$$

According to the formula the value of the optimal price depends on the b parameter and the estimated purchase probability, from the y, meaning that it differs from case to case, as the explaining variables take new fixed values. The b parameter is given during the estimation procedure, and the value of the y^* is determined by the method of means, which is the mean of the estimated probabilities of purchase.

Hereinafter I summarize an optimal methodology and process of the binomial logistic regression price research method:

1. Target population: the method is applicable in any residential segment, but also can be used in researches regarding to business sector (B2B).

2. Practicability. Primarily applicable in quantitative researchers, but if we dispose sufficiently detailed data regarding to consumer, the model specification can use internal

sales data too. The latter has the advantage that we use the real demand data not only the willingness to pay, but the drawback is that we can not incorporate in data collecting any variable necessary for modeling.

3. Sample size. In my opinion the method requires at least the test of 5 price point, but the more price-demand point for the multidimensional model curve estimation is better. The upper limit is determined naturally by the sample size. I suppose ideal that every part of the sample gets 100 cases, and if the all sample size could be more than 500, I would increase the number of the tested price points.

4. Questioning techniques. Among the questioning methods only the computer aided techniques (CAPI, CATI, web) are usable because it require a random rotation of the tested prices. I propose unambiguously such a questioning method in what we ask one price and according to the negative or positive answer we test one smaller respectively bigger price. Using this method we can avoid the irrelevancy of the open end question or the price ladder, but ensure with high probability the significant effect of price on demand in the regression model.

5. Model specification. I recommend mostly the examination of the classification table during the model specification process, but could be useful other specification indicator too (Nagelkerke R^2, Hosmer-Lemeshow test). If we have enough time for modeling, I recommend the ENTER method among the model selection procedures which takes in consideration the indirect effect of the non-significant explanatory variables.

6. Price optimization. The formula of the optimum price needs two model result as input: the coefficient of the price variable and the estimated demand of all sample. The latter is expressed with the ratio of buying probabilities higher than the cut point.

Examining the theoretical differences between the two price research method we can find out that the method based on the empirical determination of the demand function offers – in a market research project very important - benefits because it does not require complex model specification so it is much easier and faster than the multivariate model. Regarding to the uni-dimensional character of the method can arise the contra argument that using only the price as a determinant factor of demand we can lose important information. The implicit premise of the model is that the final result of that complex system which determine the consumer`s reservation price (see Monroe) appears in the expression of willingness to purchase, and it is a sufficient condition of the price test.

In contrast the econometrical models such as the method based on the logistic regression model takes in consideration any demand determining factor which has been taken in

account during the research planning. Accordingly to this logic the choice of the binomial logistic regression model means the acceptance of that implicit condition that the researcher “knows better” the willingness to pay of a potential consumer than the consumer itself. Ultimately I suggest the combined use of two models, but I think the method based on the empirical determination of the demand function is also viable alone if the research plan, first of all the length of the questionnaire it permits.

FÜGGELÉK

M.1. Bibliográfia

1. AMEMIYA T. (1985): Advanced econometrics. : Harvard University Press. 521 p.
2. BARTUS T. (2003): Logisztikus regressziós eredmények értelmezése. Az esélyhányados kudarcai és a marginális hatások. *Statisztikai Szemle*, 4. 25 p.
3. BAUER A.– BERÁCS J. (2002): Marketing. Budapest: Aula Kiadó. 620 p.
4. BERÁCS J. - REKETTYE G. - PISKÓTI I. - LEHOTA J. (szerk.) (2004): Marketingelmélet a gyakorlatban. Budapest: KJK Kerszöv.
5. BIJMOLT H. A. T. et al. (2005): New Empirical Generalizations on the Determinants of Price Elasticity. *Journal of Marketing Research*, 42, 141-156 p.
6. BLATTBERG R. C. – WISNIEWSKI K. J. (1989): Price-Induces Patterns of Competition. Marketing Science, Vol. 8, No. 4, 291-309 p.
7. BOROOAH V.K. (2001): Logit and Probit. Ordered and Multinomial Models. Thousand Oaks: Sage University Paper. 96 p.
8. BREEN R. (1996): Regression Models. Censored, Sample Selected, or Truncated Data. Thousand Oaks: Sage University Paper. 80 p.
9. CARSON R.T. et al (1994): Experimental Analysis of Choice. *Marketing Letters* 5 (4), 351–368 p.
10. CHATTERJEE S. - HADI A S. (2006): Regression analysis by example. Fourth Edition, New Jersey: John Wiley & Sons. 365 p.
11. CHRZAN K. - FELLERMAN R. (1997): A Comparison of Full- and Partial-Profile Best/Worst Conjoint Analysis. In *Proceedings of the Sawtooth Software Conference*, August, 59-69 p.
12. CRAM T. (2006): Smarter pricing: how to capture more value in your market. Harlow, Pearson Education Limited. 215 p.
13. CREEL M. (2002): Graduate Econometrics Lecture Notes. Universitat Autonoma de Barcelona. 414 p.
14. DATOO A. B. Measuring Price Elasticity. *Marketing Research*, 6 (2), 30-34 p.
15. DAVIDSON R. - MACKINNON J. G. (1999): Econometric theory and methods. New York: Oxford University Press. 693 p.
16. DOLAN R.J. – SIMON H. (2000): Árképzés okosan. Budapest: Geomédia szakkönyvek. 358 p.
17. FRANSES P.H. – PAAP R. (2001): Quantitative models in marketing research. Cambridge: Cambridge University Press. 206 p.
18. FOWLER J. F. (1995): Improving survey questions. California, Thousands Oaks: Sage. 191 p.
19. GABOR A. - GRANGER C. W. J. (1964): Price sensitivity of the consumer. *Journal of AdvertisingResearch*, 4, 40-44 p.
20. GARSON J. D. (2009): Log-Linear, Logit, and Probit Models. NC State University. http://faculty.chass.ncsu.edu/garson/PA765/logit.htm. (2010-01-29).
21. GIJSBRECHTS E. (1993). Prices and Pricing Research in Consumer Marketing. Some Recent Developments. *Intemational Journal of Research in Marketing*. 10 (2), 115-151 p.

22. GORDON A. W. et al (1984) Measuring the Quantity and Mix of Product Demand. *Journal of Marketing*, Winter, 101-109 p.
23. GORMAN M. F. (2005): Estimation of an implied price elasticity of demand through current pricing techniques. *Applied Economics*, 37, 1027-1035 p.
24. GRANGER C. W. J. (2003): Autobiography. In The Nobel Prizes 2003. Stockholm, Nobel Foundation, 2004.
25. GREENE W. (2003): Econometric analysis. Fifth Edition. New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall. 1083 p.
26. GUJARATI D. (2004): Basic Econometrics. New York: McGraw-Hill. 1002 p.
27. GYULAVÁRI T. (2005) Fogyasztói árelfogadás az interneten. Ph.D. értekezés, Budapest. 208 p.
28. HAGUE N. (2004): The Problem With Price. *White paper*, B2B International. 13 p.
29. HAJDU O. (2003): Többváltozós statisztikai számítások. Budapest: Aula Kiadó 457 p.
30. HAUSMAN J. (2001): Microeconometrics. *Journal of Econometrics*, 100 (1), p.33-35.
31. HOFFMANN M.—KOZÁK Á.—VERES Z. (2000): Piackutatás. Budapest: Műszaki Könyvkiadó. 398 p.
32. HOSMER W. D. — LEMESHOW S. (2000): Applied Logistic Regression, 2nd edition. New York: Wiley, 392p.
33. HOSMER W. D. — TABER S. — LEMESHOW S. (1991): The Importance of Assessing the Fit of Logistic Regression Models: A Case Study. *American Journal of Public Health*, 81, 1630-1635 p.
34. HUNYADI L.—MUNDRUCZÓ Gy.—VITA L. (1996): Statisztika. Budapest: Aula Kiadó. 883 p.
35. HUNYADI L. (2004): A logisztikus függvény és a logisztikus eloszlás. *Statisztikai Szemle*, 10-11.
36. KERTESI G. — KÉZDI G. (2005): A foglalkoztatási válság gyermekei, Roma fiatalok középiskolai továbbtanulása az elhúzódó foglalkoztatási válság idején. Budapesti Munkagazdaságtani Füzetek. 92 p.
37. KÉZDI G. (2005): http://www.personal.ceu.hu/staff/Gabor_Kezdi/Publications/Kezdi-2005-NobelKotet-McFadden.pdf
38. KLEINBAUM D.G. — KLEIN M. (2002): Logistic regression. A self-learning text. New York: Springer. 513 p.
39. KOOP G. (2003): Bayesian econometrics. Chichester, England: Wiley. 373 p.
40. KOPÁNYI M. (szerk.)(1993): Mikroökonómia. Budapest: Műszaki Könyvkiadó – AULA. 556 p.
41. KŐRÖSI G.—MÁTYÁS L.—SZÉKELY I. (1990): Gyakorlati ökonometria. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 481 p.
42. KUHFELD F. W. (2005): Marketing Research Methods in SAS. Cary, North Carolina: SAS Institute Inc. 857 p.
43. LÁZÁR E. (2008): Mikroökonometriai modellek alkalmazása a marketingkutatásban – a Tobit regresszió modell. Kolozsvár, *Közgazdász Fórum*, 2008/3.

44. LEHOTA J. et. al (szerk.). (2001): Marketingkutatás az agrárgazdaságban, Mezőgazda Kiadó, Budapest p.
45. LEHOTA J. (szerk.) (2001): Élelmiszergazdasági marketing. Budapest: Műszaki Könyvkiadó. 328 p.
46. LeSAGE P. J. (1999): Applied Econometrics using MATLAB. Toledo: Department of Economics, University of Toledo. 348 p.
47. LOCK D. (1998): The Gover handbook of management. Brookfield: Gower Publishing Company. 1253 p.
48. LONG J. S. (1997): Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables. Thousand Oaks: Sage. 297 p.
49. LYON, W. D. (2002): The price is right? *Marketing Research*, Winter, 8-13. p.
50. MADDALA G. S. (1992): Introduction to econometrics. Second Edition. New York: Macmillan. 631 p.
51. MARTIN B. (2009): What went wrong with Wii demand planning at Nintendo, how to accurately estimate demand to avoid the same pitfalls? *American Choice Modelling*, www.americanchoicemodelling.com.
52. MARTIN, B. – RAYNER, B. (2008): An Empirical Test of Pricing Techniques. *Proceedings of the American Marketing Association Advanced Research Techniques Forum.*
53. MALHOTRA N. – SIMON J. (szerk.) (2009): Marketingkutatás. Budapest: Akadémiai Kiadó. 832 p.
54. McFADDEN D. (1980): Econometrics models of probabilistic choice among products, *Journal of Business*, 53, 513–529 p.
55. McFADDEN D. (1986): The choice theory to market research, *Marketing Science*, 5, 275–97 p.
56. MONROE K. B. (1990): Pricing: Making Profitable Decisions. 2. edition. Boston: McGraw-Hill. 502 p.
57. MORGENSTERN, O. (1951): Abraham Wald. *Econometrica* p.
58. PAUWELS K. – FRANSENS P. H. – SRINIVASAN S. (2003): Reference-based transitions in short-run price elasticity., p.
59. PRITCHARD M. (2009): Van Westendorp pricing (the Price Sensitivity Meter). http://www.5circles.com/wordpress/blog/2009/05/van-westendorp-pricing-the-price-sensitivity-meter/mike-pritchard/. 2011.01.10,
60. RAMANATHAN R. (2003): Bevezetés az ökonometriába. Budapest: Panem. 708 p.
61. REKETTYE G. (1999): Az ár a marketingben. Budapest: Műszaki Könyvkiadó. 342 p.
62. RUMSEY D. (2007): Intermediate statistics for dummies. Indianapolis: Wiley. 387 p.
63. SAJTOS L.—MITEV A. (2007): SPSS kutatási és adatelemzési kézikönyv. Budapest: Alinea Kiadó. 402 p.
64. de SÁ J.P.M. (2007): Applied statistics. Heidelberg: Springer. 520 p.
65. SZÉKELYI M.—BARNA I. (2002): Túlélőkészlet az SPSS-hez. Budapest: Typotex Kiadó 453 p.
66. SZŰCS I. (szerk.) (2004): Alkalmazott statisztika. Budapest: Agroinform Kiadó. 551 p.

67. TELLIS G. (1988): The Price Elasticity of Selective Demand: A Meta-Analysis of Econometric Models of Sales. *Journal of Marketing Research*, 25, 331-341 p.
68. TOMCSÁNYI P. (2000): Általános kutatásmódszertan. Budapest: Szent István Egyetem, Országos Mezőgazdasági Minősítő Intézet.
69. TÓTH I. J.- VINCZE J. (1998): Magyar vállalatok árképzési gyakorlata. Budapest, MNB Füzetek, 1998/7.
70. TÓTHNÉ LŐKÖS K. (2008): Következtetés statisztika. Gödöllő, GIK Kiadó, p.
71. XU J. (2005): Market Research Handbook: Measurement, Approach and Practice. Lincoln, iUniverse, 203 p.
72. VEALL M. R. – ZIMMERMANN K. F. (1996): Pseudo-R^2 measures for some common limited dependent variable models. München, Institut für Statistic Sonderforschungsbereich 386, Paper 18. http://epub.ub.uni-muenchen.de.
73. VIRÁG M. (2003): Pénzügyi elemzés, csődelőrejelzés. Budapest: Aula Kiadó. 148 p.
74. WALD A. (1939): Contribution to the theory of statistical estimation and testing hypotheses. *The Annals of Mathematical Statistics*, 10 (4), 299-326 p.
75. WEDEL M. – LEEFLANG P.S.H. (1998): A model for the effects of psychological pricing in Gabor-Granger price studies. *Journal of Economic Psychology*, (2), 237-260 p.
76. WEINER J. L. – ZACHARIAS B. (2004): Pricing New-to-Market Technologies: An Evaluation of Applied Pricing Research Techniques. *White paper*, Ipsos Insight.
77. WERTENBROCH K. – SKIERA B. (2002): Measuring Consumers' Willingness to Pay at the Point, *Journal of Marketing Research*, 39, 228-241 p.
78. WOOLDRIDGE J. M. (2003): Introductory Econometrics. A Modern Approach (second edition). South-Western College Publisher. 863 p.

M.2. A vizsgált modellek SPSS forráskódjai és eredményei

M.2.1. modell (69. oldal)

```
LOGISTIC REGRESSION take
 /METHOD = ENTER gpsprice activate monthly sq1a q1a q2a q7a q8ba q9a q10a q11 q12a q14a q12b q14b q12c q14c q12d q14d q12e q14e q12f q14f  q17a q23 q34a q34b q34c q34d q34e q34f q34g q34h q34i q34j q35a q35b q35c q35d q35e q35f q35g q35h q35i q35j q35k q35l q35m  q39 q40r q41 q44 q47 segment petconfi
 /CONTRAST (q39)=Indicator  /CONTRAST (q46)=Indicator  /CONTRAST (segment)=Indicator /CONTRAST (q11)=Indicator /CONTRAST (q44)=Indicator /CONTRAST (petconfi)=Indicator
 /SAVE = PRED  /CRITERIA = PIN(.05) POUT(.10) ITERATE(20) CUT(.5) .
```

M.2.2. modell (71. oldal)

```
LOGISTIC REGRESSION take
/METHOD = ENTER sq1a q1a q2a q7a q8ba q9a q10a q11 q12a q14a q12b q14b q12c q14c q12d q14d q12e q14e q12f q14f q17a q18a q19a q20a q21a q23 q34a q34b q34c q34d q34e q34f q34g q34h q34i q34j q35a q35b q35c q35d q35e q35f q35g q35h q35i q35j q35k q35l q35m q39 q40 q41 q43 q44 q46 q47 segment
/CONTRAST  (q39)=Indicator  /CONTRAST  (q46)=Indicator  /CONTRAST  (segment)=Indicator /CONTRAST (q11)=Indicator /CRITERIA = PIN(.05) POUT(.10) ITERATE(20) CUT(.5) .
```

M.2.3. modell (72. oldal)

```
LOGISTIC REGRESSION take
 /METHOD = ENTER gpsprice activate monthly sq1a q1a q2a q7a q8ba q9a q10a q11 q12a q14a q12b q14b q12c q14c q12d q14d q12e q14e q12f q14f  q17a q23 q34a q34b q34c q34d q34e q34f q34g q34h q34i q34j q35a q35b q35c q35d q35e q35f q35g q35h q35i q35j q35k q35l q35m  q39 q40r q41 q44 q47 segment petconfi
 /CONTRAST (q39)=Indicator  /CONTRAST (q46)=Indicator  /CONTRAST (segment)=Indicator /CONTRAST (q11)=Indicator /CONTRAST (q44)=Indicator /CONTRAST (petconfi)=Indicator
 /CLASSPLOT  /SAVE = PRED  /CRITERIA = PIN(.05) POUT(.10) ITERATE(20) CUT(.3) .
```

M.2.4. (81. old.)

```
LOGISTIC REGRESSION VAR=b9d
  /METHOD=ENTER percdij s1 A2 A3 a5_1 a5_2 a5_3 a5_4 a5_5 a6_1 a6_2 a6_3 a6_4 A7R A8 A9 A10 b2 b3a C2 C3R C4 C5 c7jov dem10kat jfk1
  /CONTRAST (A2)=Indicator /CONTRAST (c2)=Indicator /CONTRAST (c3R)=Indicator /CONTRAST (c4)=Indicator /CONTRAST (c5)=Indicator /CONTRAST (c7jov)=Indicator /CONTRAST (dem10kat)=Indicator /CONTRAST (jfk1)=Indicator
  /SAVE PRED  PGROUP RESID   /CLASSPLOT
 /CRITERIA PIN(.05) POUT(.10) ITERATE(20) CUT(.5) .
```

M.2.5. (83. old.)

```
LOGISTIC REGRESSION VAR=b9d
  /METHOD=ENTER percdij s1 A2 A3 a5_1 a5_2 a5_3 a5_4 a5_5 a6_1 a6_2 a6_3 a6_4 A7R A8 A9 A10 b2 b3a b7 b8 C2 C3R C4 C5 c7jov dem10kat jfk1
  /CONTRAST (A2)=Indicator /CONTRAST (c2)=Indicator /CONTRAST (c3R)=Indicator /CONTRAST (c4)=Indicator /CONTRAST (c5)=Indicator /CONTRAST (c7jov)=Indicator /CONTRAST (dem10kat)=Indicator /CONTRAST (jfk1)=Indicator
  /SAVE PRED  PGROUP RESID
  /CLASSPLOT
 /CRITERIA PIN(.05) POUT(.10) ITERATE(20) CUT(.5)
```

M.2.6. (84. old.)

M.2.6. A legjobb találati pontosságú modell változói, együtthatói és annak statisztikái							
Variable	**B**	**S,E,**	**Wald**	**df**	**Sig**	**R**	**Exp(B)**
PERCDIJ	0,034	0,015	5,479	1	0,019	0,064	1,035
A2			20,629	13	0,081	0,000	
A2(1)	0,788	0,765	1,060	1	0,303	0,000	2,199
A2(2)	1,761	0,833	4,469	1	0,035	0,054	5,818
A2(3)	2,576	1,218	4,471	1	0,035	0,054	13,148
A2(4)	0,593	0,850	0,487	1	0,486	0,000	1,809
A2(5)	0,476	0,680	0,490	1	0,484	0,000	1,610
A2(6)	0,840	1,098	0,584	1	0,445	0,000	2,315
A2(7)	-0,294	1,494	0,039	1	0,844	0,000	0,746
A2(8)	4,177	1,761	5,628	1	0,018	0,066	65,162
A2(9)	1,423	1,684	0,714	1	0,398	0,000	4,151
A2(10)	-0,789	1,601	0,243	1	0,622	0,000	0,454
A2(11)	-2,804	1,721	2,655	1	0,103	-0,028	0,061
A2(12)	4,787	12,643	0,143	1	0,705	0,000	119,935
A2(13)	-1,290	1,708	0,571	1	0,450	0,000	0,275
A5_1	-0,031	0,030	1,040	1	0,308	0,000	0,970
A5_2	0,010	0,032	0,098	1	0,754	0,000	1,010
A5_3	-0,026	0,030	0,746	1	0,388	0,000	0,974
A5_4	-0,030	0,031	0,953	1	0,329	0,000	0,970
A6_1	0,011	0,011	0,975	1	0,324	0,000	1,011
A6_2	0,021	0,011	3,737	1	0,053	0,045	1,022
A6_3	0,013	0,012	1,157	1	0,282	0,000	1,013
A7R	0,048	0,062	0,604	1	0,437	0,000	1,050
A8	0,310	0,358	0,751	1	0,386	0,000	1,363
A9	-0,114	0,259	0,193	1	0,660	0,000	0,892
A10	0,169	0,217	0,606	1	0,436	0,000	1,184
B2	-1,132	0,341	11,009	1	0,001	-0,103	0,322
B3A	-0,673	0,155	18,914	1	0,000	-0,141	0,510
B7	-0,223	0,491	0,206	1	0,650	0,000	0,800
B8	-4,038	0,466	75,084	1	0,000	-0,294	0,018
C2			4,545	4	0,337	0,000	
C2(1)	2,498	2,074	1,451	1	0,228	0,000	12,162
C2(2)	1,342	1,171	1,313	1	0,252	0,000	3,826
C2(3)	1,751	0,887	3,899	1	0,048	0,047	5,761
C2(4)	0,943	0,562	2,814	1	0,094	0,031	2,569
C3R			14,606	6	0,024	0,056	
C3R(1)	-0,296	0,563	0,276	1	0,599	0,000	0,744
C3R(2)	0,187	0,581	0,103	1	0,748	0,000	1,205
C3R(3)	1,655	0,754	4,821	1	0,028	0,058	5,230
C3R(4)	0,445	0,736	0,365	1	0,546	0,000	1,560
C3R(5)	1,115	1,114	1,003	1	0,317	0,000	3,051
C3R(6)	2,230	1,007	4,904	1	0,027	0,059	9,297
C4			6,746	4	0,150	0,000	
C4(1)	0,625	0,448	1,947	1	0,163	0,000	1,868

M.2.7. (87. old.)

M.2.7. A legjobb találati pontosságú modell változói, együtthatói és annak statisztikái (folyt,)							
Variable	**B**	**S,E,**	**Wald**	**df**	**Sig**	**R**	**Exp(B)**
C4(2)	0,730	0,595	1,507	1	0,220	0,000	2,075
C4(3)	0,053	0,523	0,010	1	0,919	0,000	1,055
C4(4)	-1,706	1,230	1,925	1	0,165	0,000	0,182
C5			15,653	4	0,004	0,095	
C5(1)	0,792	0,749	1,119	1	0,290	0,000	2,209
C5(2)	0,462	0,794	0,339	1	0,561	0,000	1,587
C5(3)	1,753	1,626	1,163	1	0,281	0,000	5,771
C5(4)	3,074	0,946	10,558	1	0,001	0,101	21,631
C7JOV			21,447	19	0,313	0,000	
C7JOV(1)	1,308	1,863	0,493	1	0,483	0,000	3,698
C7JOV(2)	3,379	4,563	0,549	1	0,459	0,000	29,350
C7JOV(3)	3,043	1,512	4,048	1	0,044	0,049	20,957
C7JOV(4)	1,953	1,211	2,602	1	0,107	0,027	7,053
C7JOV(5)	0,686	0,993	0,477	1	0,490	0,000	1,985
C7JOV(6)	1,568	1,007	2,426	1	0,119	0,022	4,797
C7JOV(7)	0,839	1,014	0,685	1	0,408	0,000	2,314
C7JOV(8)	1,296	0,900	2,074	1	0,150	0,009	3,656
C7JOV(9)	0,084	0,823	0,011	1	0,919	0,000	1,088
C7JOV(10)	1,495	0,785	3,629	1	0,057	0,044	4,461
C7JOV(11)	2,180	0,894	5,952	1	0,015	0,068	8,846
C7JOV(12)	2,113	0,797	7,023	1	0,008	0,077	8,269
C7JOV(13)	0,742	0,851	0,760	1	0,383	0,000	2,101
C7JOV(14)	-0,496	0,664	0,558	1	0,455	0,000	0,609
C7JOV(15)	0,993	0,767	1,674	1	0,196	0,000	2,699
C7JOV(16)	-0,056	0,737	0,006	1	0,939	0,000	0,945
C7JOV(17)	0,074	1,049	0,005	1	0,944	0,000	1,076
C7JOV(18)	0,692	1,151	0,362	1	0,547	0,000	1,998
C7JOV(19)	0,569	0,738	0,593	1	0,441	0,000	1,766
DEM10KAT			3,595	3	0,309	0,000	
DEM10KAT(1)	-1,015	1,381	0,540	1	0,462	0,000	0,363
DEM10KAT(2)	-0,225	0,907	0,062	1	0,804	0,000	0,799
DEM10KAT(3)	-0,889	0,610	2,123	1	0,145	-0,012	0,411
JFK1			1,673	4	0,796	0,000	
JFK1(1)	0,335	1,521	0,049	1	0,826	0,000	1,398
JFK1(2)	-0,086	1,327	0,004	1	0,948	0,000	0,918
JFK1(3)	-0,459	1,217	0,143	1	0,706	0,000	0,632
JFK1(4)	-0,538	1,110	0,235	1	0,628	0,000	0,584
Constant	3,674	3,845	0,913	1	0,339		

M.3. Táblázatok jegyzéke

1. Árkutatási módszerek tipológiája 14
2. Az árkutatási módszerek rangsorolása (1-legjobb, 6-legrosszabb) 30
3. Árkutatási módszerek a magyarországi marketingkutató cégek kínálatában 31
4. A termék ára és kereslete 38
5. Az illesztett függvények R2-e és paraméterei 41
6. Ugyanazon termék különböző keresleti függvényeiből számolt optimum árai 47
7. Az optimum árak validálása benchmark adatokkal 48
8. Ugyanazon termék skálatranszformáció előtti és utáni optimum árainak összehasonlítása 50
9. Klasszifikációs tábla 61
10. A modell illeszkedésére vonatkozó mutatók 69
11. Klasszifikációs tábla 70
12. A modell illeszkedésére vonatkozó mutatók 71
13. Klasszifikációs tábla 72
14. A modell illeszkedésére vonatkozó mutatók 73
15. Klasszifikációs tábla 73
16. Klasszifikációs tábla 82
17. Klasszifikációs tábla 83
18. A különböző modellszelekciós módszerek összehasonlítása 85
19. A különböző pontosságú modellekhez tartozó optimális árak 88
20. A különböző modellszelekciós módszerekkel meghatározott optimális árak 89
21. A különböző módszerrel számolt keresletek optimális árai 90
22. A különböző módszerrel számolt keresletek optimális árai 91
23. A termék ára és kereslete 94
24. Az illesztett függvények R^2-e és paraméterei 95
25. A függvényillesztés módszerével számolt optimum árak 96
26. Transzformáció utáni optimum árak 96

M.4. Ábrák jegyzéke

1. A Gabor-Granger modell árbevételi és keresleti görbéje 19
2. A Van Westendorp modelL 22
3. A Van Westendorp módszer kérdéseinek ajánlott sorrendje 24
4. Függvényillesztés az első-, másodfokú polinomiális és két típusú exponenciális függvényekkel 39
5. Függvényillesztés a logaritmikus, a harmadfokú és két típusú exponenciális függvényekkel 40
6. Függvényillesztés az inverz, hatványkitevős és logisztikus függvényekkel 41
7. A keresleti görbe illesztése öt függvénytípussal 46
8. A koordináta rendszer eltolása 49
9. A vizsgált öt függvény illeszkedése az új koordináta rendszerben 50
10. A tényleges és a becsült valószínűségen alapuló besorolás összehasonlítása 70
11. A két típusú előrejelzési hiba elméleti eloszlás függvényei 74
12. A két típusú hiba eloszlás függvényei és illesztései 75
13. Az árteszt folyamatábrája 80
14. A tényleges és a becsült valószínűségen alapuló besorolás összehasonlítása 83
15. Az öt legjobban alkalmazható függvény illeszkedése a keresleti pontokra 95

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezúton is köszönetet szeretnék mondani mindazoknak, akik közvetlenül vagy közvetve segítettek a disszertáció megírásában. Mindenekelőtt köszönettel tartozom témavezetőmnek dr. Tóthné dr. Lőkös Kláránák, aki a távolság és az időszakos jelenéseim ellenére is mindig segítőkész volt. Sok hálával tartozom öreg barátomnak, dr. Robert Bruce Williamson szabadúszó piackutatónak, aki az Egyesült Államokbeli Knoxville-ben felkeltette az érdeklődésemet az ökonometria és annak marketingkutatási alkalmazásai iránt, és köszönet a világ két végéről együttvégzett empirikus kutatások lehetőségéért is. Köszönöm dr. Makó Zoltán csíkszeredai matematikusnak a matematikai apparátus használatában és ellenőrzésében nyújtott segítségét, és dr. Bakacsi Gyula tanszékvezetőmnek, hogy a piackutatási tapasztalataim után lehetőséget kaptam a tudományos kutatásokban való részvételre, általában a tudományos életbe való bekapcsolódásra.

És köszönöm feleségem és gyerekeim türelmét, akik elfogadták, hogy két éven keresztül otthon is csak a hátam közepét láthatták.

Csíkszereda, 2010 december Lázár Ede