Szent István Egyetem

SÍKBELI ALAKZATOK SZIMMETRIA ÉS HASONLÓSÁGI TULAJDONSÁGAI

Doktori (Ph.D) értekezés

Szakál Zoltán

Gödöllő

2010

A doktori iskola

megnevezése: **Műszaki Tudományi Doktori Iskola**

tudományága: **Agrárműszaki tudomány**

vezetője: **Dr. Farkas István**
egyetemi tanár, DSc
Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar
Környezetipari Rendszerek Intézet

Témavezető: **Dr. habil. Zsoldos Ibolya**
egyetemi docens, Ph.D
Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar
Gépipari Technológiai Intézet

…… ..…….
Az iskolavezető jóváhagyása A témavezető jóváhagyása

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉS 7

1.1. A téma aktualitása 7

1.2. Bevezetés 8

1.3. Célkitűzések 9

2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS 11

2.1. Szimmetria 11
2.1.1. A szimmetria elvek rövid története 11
2.1.2 A szimmetria fogalmai, típusai 13

2.2. Képfeldolgozás 15
2.2.1. Képfeldolgozási területek 16
2.2.2. Képfeldolgozás és elemzés 17
2.2.3. Képelemzés 17

2.3. Szimmetriakereső eljárások 20
2.3.1. Tökéletes szimmetriák keresése 20
2.3.2. Torzult szimmetriák keresése 20
2.3.3. Szimmetriakereső gyakorlati algoritmusok 21
2.3.3.1.Globális szimmetriakereső módszer 21
2.3.3.2. Gyors globális szimmetriakereső eljárás 22
2.3.3.3. Gyors szimmetria felismerés Hough transzformáció segítségével 24
2.3.3.4. Globális teljes- és közelítő szimmetriakereső eljárás 27
2.3.3.5. Lokális szimmetriakereső eljárás 28
2.3.3.6. Lokális és globális szimmetriakereső eljárás 30

2.4. Alakszerinti minősítés 32
2.4.1. Egyszerű geometriai alapadatokból származtatott alakjellemzők 33
2.4.2. Fourier-analízis elvén alapuló alakjellemzési eljárások 39
2.4.3. Alaktényezők alkalmazási korlátai 42

2.5. Az irodalmi áttekintés kritikai elemzése 44

3. ANYAG ÉS MÓDSZER 48

3.1. Módszer 48
3.1.1. 1. lépés: Adatok felvétele 49
3.1.2. 2. lépés: A súlypont meghatározása 50
3.1.3. 3. lépés: Pásztázás vízszintes vonalakkal 53
3.1.4. 4. lépés: A szimmetria-paraméter számítása 54
3.1.5. 5. lépés: A geometria forgatása 56
3.1.6. 6. lépés: A számított paraméterek kiértékelése, a szimmetria-diagram 56

3.2. Eszközök *57*
3.2.1. A szimmetriakereső szoftver 58
3.2.1.1. Képfeldolgozás 59
3.2.1.2. Tengelyes szimmetria keresése 62
3.2.1.3. Eredmények megjelenítése 66

4. EREDMÉNYEK FELDOLGOZÁSA, ÉRTÉKELÉSE 68

4.1. A szimmetria paraméter mérettől való függetlensége *68*

4.2. A szimmetriadiagram egyedi jellege *69*

4.3. Többszörösen összetett alakzat vizsgálata *73*

4.4. Az algoritmus alkalmazhatóságának korlátai *77*

4.5. Legjobban közelítő globális szimmetriatengely keresése *78*

4.6. Alakzatok válogatása *81*
4.6.1. Egyszerű szabályos alakzatok válogatása 81
4.6.2. Szabálytalan alakzatok válogatása 83
4.6.3. Alkatrész válogatás kiértékelésének módszere 85
4.6.4. Ömlesztett alkatrészek válogatása 88

4.7. Új tudományos eredmények *95*

5. A TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK GYAKORLATI ALKALMAZHATÓSÁGA, KÖVETKEZTETÉSEK, JAVASLATOK. 96

6. ÖSSZEFOGLALÁS 99

Summary 100

Mellékletek 101

M1. Felhasznált irodalom 103

M2. Az értekezés témaköréhez kapcsolódó publikációk 110

JELÖLÉS- ÉS RÖVIDÍTÉS JEGYZÉK

2D	(-)	két dimenzió
3D	(-)	három dimenzió
d	(mm)	az alakzat legtávolabbi pontjainak távolsága
r	(mm)	az alakzat pontjainak súlyponttól mért távolsága
I_P	(m^4)	poláris másodrendű nyomaték
A,T	(mm^2)	az alakzat területe
R_e	(mm)	ekvivalens körsugár
D	(mm)	alakzat átmérője
B	(mm)	az alakzat minimális szélessége
P	(mm)	az alakzat kerülete
F	(-)	Formaindex alakténye ző
Φ_s	(-)	Saltykov-féle alakténye ző
Φ_P	(-)	„circularity measure” alakténye ző
Φ_D	(-)	egyszerű alapadatokból származtatott alakténye ző
Φ_I	(-)	egyszerű alapadatokból származtatott alakténye ző
Φ_T	(-)	kétváltozós alakténye ző
Φ_A	(-)	kétváltozós alakténye ző
T_i	(mm^2)	az i-edik trapéz területe
Y_{max}	(mm)	a vizsgált alakzat legnagyobb Y koordinátapontja
Y_{min}	(mm)	a vizsgált alakzat legkisebb Y koordinátapontja
b	(mm)	baloldali mérőszakasz hossza
b_n	(mm)	n –ik baloldali mérőszakasz hossza
j	(mm)	jobboldali mérőszakasz hossza
j_m	(mm)	m –ik jobboldali mérőszakasz hossza
N	(db)	a pásztázási szintek száma
α	(^{o})	a pillanatnyi szimmetriatengely forgatásának szöghelyzete
$\Delta\alpha$	(^{o})	a pillanatnyi szimmetriatengely forgatásának lépése
S	(-)	súlypont
x_s; y_s	(mm)	az alakzat súlypontjának koordinátái
r_s	(mm)	a súlypont helyvektora
S'_{max}	(-)	elsődleges súlyponteltolás során a legnagyobb Z –t adó görbe súlypontja
S''_{max}	(-)	másodlagos súlyponteltolás során a legnagyobb Z –t adó görbe súlypontja
Z_k	(-)	adott pásztázási szinthez tartozó szimmetria paraméter
Z	(-)	a Z_k paraméterek átlagából képzett paraméter
x	(-)	Descartes-féle koordináta rendszer vízszintes tengelye
y	(-)	Descartes-féle koordináta rendszer függőleges tengelye
x; y	(mm)	az alakzat határoló kontúr egy pontjának koordinátája
$\alpha(c)$	(-)	konvex burkot reprezentáló kontúr
$\alpha(h)$	(-)	lyukakkal kibővített alakzat
$V_{\alpha,m}$	(-)	Fourier együtthatóból származtatott amplitúdó
$Z_{i,j}$	(-)	digitális alakzathoz tartozó képelem

1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉS

1.1. A téma aktualitása

A szimmetria felismerés problémájával az utóbbi időben intenzíven foglalkoznak különböző kutatási, illetve alkalmazott műszaki szakterületeken, pl. számítógépes képalkotás, képfeldolgozás, számítógépes geometria, robottechnika és a fordított mérnöki tevékenység (reverse engineering) területén.
A legkorábbi módszerek kidolgozásánál két- és háromdimenziós (2D és 3D) ponthalmazok pontos szimmetriáinak megkeresésére törekedett WOLTER, (1985) és ATALLAH (1985). A teljesen pontos szimmetria azonban a valóságos objektumok esetében nem teljesül. 3D ponthalmazok közelítő globális szimmetriáinak felismerésére már 1988-ban új módszert vezetett be ALT (1988), a módszer azonban nagyobb méretű adathalmazok esetén nem működött kielégítően. A közelítő szimmetriákat megpróbálta folytonos függvényekkel leírni ZABRODSKY (1995). SUN (1997) javasolta az ún. Gauss-féle képek korrelációs módszerét a globális tengelyes és rotációs szimmetriák vizsgálataira. KAZHDAN (2002), és KAZHDAN (2004), ún. felületleíró “shape-descriptor” függvény használatát javasolta ugyancsak globális tengelyes és rotációs szimmetriák leírására. Általánosított komplex momentumon alapuló módszert javasol SHEN (1999). A pontok részhalmazainak tulajdonságait megfogalmazó módszert ismertet, LOY (2006), MITRA (2006), MITRA (2007). PODOLAK (2006), és VARADY (1997) izometrikus transzformációs és síkbeli reflexív szimmetria transzformációs módszereket alkalmaztak a képfeldolgozás területén 2D és 3D globális reflexív és rotációs szimmetriák felismerésére.
A reverse engineering folyamatában különösen nagy szerepe van a közelítő szimmetriáknak. A különböző modellek rekonstruálása közben, a felismertetés (szennelés) folyamán a mérési hibáknak a következményeként a szkennelt modellen már csak közelítő szimmetriák vannak jelen MARTINET (2006) szerint. A különböző CAD rendszerek használata is okozhat szimmetriatorzulást. PRATT (2005) rávilágít arra, hogy a különböző cégek által fejlesztett CAD rendszerek gyakran más-más tűrésekkel számolnak, elromlik a pontos szimmetria akkor is, ha egyik CAD rendszerben létrehozott modellt importálunk egy másik CAD rendszerbe. Ezen problémák megoldására fejlesztették ki a legújabb algoritmusokat: egyszerű geometriai elemekből felépülő és komplex 3D alakzatok közelítő szimmetriáinak felismerésével foglalkozott MILLS (2001), és LI (2008) elsősorban reverse engineering alkalmazásokban történő hasznosítás céljából.

Ma az alakzatok szimmetria tulajdonságainak meghatározására két módszer terjedt el. Az egyik módszer szerint, a kontúrt alkotó pontokat rendre összekötik egyenessel, és ezek normálvektorainak intenzitásáról szimmetriatérképet készítenek majd pontos valamint közelítő szimmetriatengelyeket keresnek, amelyre példát mutat MILLS (2001) és LI (2008). A másik vizsgálati módszer szerint, a képpontokat összekötő egyenesek közül azokat keresik, amelyek esetében a kontúr és az egyenes által bezárt szög egyenlő nagyságú, ezzel egy optimalizálást végzett VARADY (1997), és PRATT (2005), így közelítenek a keresett szimmetriatengelyre.

1.2. Bevezetés

A dolgozatomban, a síkbeli (2D) alakzatok tengelyes szimmetriáival kapcsolatos kérdésekkel foglalkoztam. A vizsgált síkidomok alakja tetszőlegesen konvex vagy konkáv elemeket tartalmazhat.

A témához kapcsolódó szakirodalom áttekintésekor kiderült, hogy alakzatok szimmetriájának keresésére többféle módszer is létezik, a legújabb algoritmusokat egyszerű geometriai elemekből felépülő és komplex 3D alakzatok szimmetriáinak felismerésére dolgozták ki. Ezen algoritmusok, alkalmasak az alakzatok globális- és lokális, pontos és közelítő szimmetriáinak keresésére, azonban a megismert szimmetriakereső módszerek többsége csupán alapkutatás síntű, a műszaki gyakorlatban való hasznosításra csak elvétve mutatnak példát.

A két dimenzióban gyakran használt alaktényezőket megvizsgálva, az irodalom rámutat ezek használhatóságának korlátaira. Az irodalomból kiderül, hogy egy vagy több paraméteres alakjellemzőket használnak a leggyakrabban. Síkbeli alakzatok esetében kézenfekvő, hogy a vizsgált alakzatok egyszerűen mérhető geometriai méreteiből kreált alakjellemzőket célszerű használni. Szabálytalan felépítésű alakzatok jellemzésére alkalmasabb módszerek a Fourir-analízisen alapuló eljárások, a távolságfüggvény és a görbületi függvény módszer. Ezek többsége a lyukat nem tartalmazó alakzatok számszerű minősítésére szolgál.

A szakirodalomban fellelhető algoritmusok eredményei igen különbözőek, ami köszönhető a kitűzött céloknak, valamint az algoritmusokhoz tartozó számolt transzformált terek pontosságának. A kapott eredmények a különböző megjelenítési formáknak köszönhetően nehezen összevethetőek, előfordul, hogy ugyanazon alakzatra különböző eredményt adnak.

Az irodalomban legtöbbször egyszerű geometriai elemeket vizsgálnak, az alakzatok kontúrjait egyes esetekben egyenesekkel más módszerekben szplájnnokkal közelítik. Kevés módszer foglalkozik bonyolult, vagy többszörösen összetett, alámetszett alakzatok szimmetriáinak vizsgálatával.

A nagy felbontású vizsgálatoknál, amikor alakzatok pontos jellemzésére használják az algoritmusokat, akkor 30 másodperctől akár több perc is lehet a szoftverek futási ideje. Ez laboratóriumi körülmények között elfogadható, de a továbblépés során a felbontás növeléséhez, és az online alkalmazásokhoz egyszerűbb, gyorsabb, általánosan alkalmazható algoritmusok fejlesztése szükséges.

1.3. Célkitűzések

Célul tűztem ki a munkám során tetszőleges bonyolultságú síkbeli (2D) alakzatok tengelyes szimmetriáival kapcsolatos kérdéseinek kutatását:

- A síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak vizsgálatára alkalmas módszer kidolgozása. Egy olyan módszer megfogalmazása, amely az összes szimmetriatengely, valamint közelítő szimmetriák megkeresése is alkalmas.

- Egy olyan paraméter megalkotása, amivel a nem teljesen szimmetrikus síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáját tudom jellemezni számszerű formában. Ez a paraméter jellemezze az alakzatot akkor is, ha az nem tartalmaz pontos tengelyes szimmetriát.

- Egy olyan algoritmus kidolgozása, amivel alakzatok hasonlóságát lehet vizsgálni. Az alakzatok hasonlóságának értékelésére módszer kidolgozása, amely segítségével két vagy több alakzat hasonlóságát tudom vizsgálni méretektől függetlenül.

- A szimmetriakereső algoritmus kidolgozásánál az egyszerű felépítést, könnyű kezelhetőséget és a gyors futtathatóságot tűztem ki célul.

2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

2.1. Szimmetria

SODOMA-TARJÁN (1994) megfogalmazásában a *szimmetri*a fogalma az európai kultúrkörben a görög συμ és μετροσ (szümmetron) szavakból tevődött össze, és szó szerinti értelmezésében a dolgok közös mértékét jelenti. Mind a fogalom, mind pedig az általa jelölt jelenség alkalmazása jóval korábbi eredetű, a bibliai, sőt a még korábbi időkbe vezet vissza. Univerzális jellegű, mert a világ valamennyi kultúrkörében - egymástól függetlenül - megjelent. Az évezredek során maga a fogalom számos jelentéstartalmat vett fel, amelyek nem zárták ki egymást. Így a szimmetria fogalma egyre gazdagodott, amíg a mai tág értelmezését elnyerte. Ez a tág értelmezés avatta olyan általános fogalommá, amely a diszciplínák, művészeti ágak, emberi kultúrák határain átnyúlva tudományos ismereteink és művészet egészében hat és alkalmazható.

2.1.1. A szimmetria elvek rövid története

DARVAS (1999) szerint a szimmetriaelvek gyökerei részben az ókori filozófiai gondolkodásig, részben az ókori matematikáig nyúlnak vissza, amikor a tudomány és a filozófia, a művészetek és a kézművesség, a mesterségbeli tudás és a tudomány még nem váltak szét. A szimmetria részét képezte a görög, indiai, kínai filozófusoknak az ismert világról alkotott képének. Az antik filozófusok többsége a valóságról nyert tapasztalathoz illeszkedő lehető legtökéletesebb világmodellt igyekezett megfogalmazni. A világ tökéletességébe vetett hitüket axiómaként kezelték, magyarázatra a tökéletestől való eltérés szorult. A tökéletesség leírására irányuló igyekezetük a tökéletes formák keresésében csúcsosodott ki. A „forma” a különböző diszciplínákban mást és mást jelentett: a *logiká*ban az állítások tökéletességét, a *geometriá*ban a fizikai megjelenés tökéletességét, és a *művészetben* az alkotások tökéletességét. A görög kultúrában ezek a különböző jelentések nem váltak szét.
A görög művészet számára a szimmetria, vagyis a harmónia, az arányosság, a ritmus megtestesítői voltak szobraik, az aranymetszés arányait - eleinte csak ösztönösen - követő épületeik, vázáik, tálaik, épületeik díszítő elemei, képei, zenéjük, drámáik, verseik ritmusa. A tökéletesség vezette *Platónt*, amikor a legtökéletesebb formákat keresvén megállapította, hogy öt és csakis öt szabályos síklapokkal határolt test létezik (vagyis, amelyeket kizárólag egyféle, egybevágó, szabályos síkidom határol, éleik hossza, szögeik és lapjaik megegyeznek), nevezetesen a szabályos tetraéder, kocka, oktaéder dodekaéder és ikozaéder.

Az újkor racionalitása megpróbálta kiszorítani a harmónia, arányosság, ritmus fogalmait a tudományból, másrészt az egzakt geometriai szimmetria ábrázolása idegenné vált e kor művészetétől. Bár a barokk építészet a szimmetria új elemeit kezdi alkalmazni (pl. ovális alaprajzok, csavart oszlopok), ezeket szégyenlősen elkendőzi az aszimmetrikus ornamentika túlhangsúlyozása. Mennyire a felszínt mutatja mindez, azt maguk a tudósok tudják a legjobban, hisz ki ne törekedett volna a maga tudományterületén az eredmények elérésének, illetve megjelenítésének szép, esztétikus, harmonikus módjára.

A világ rendezettségébe vetett hit végigkísérte a tudomány történetét.

A XVII-XIX. században egymás után fogalmazzák meg a fizika megmaradási törvényeit. Ezek mind a szimmetria megjelenési formái: a mozgásmennyiség, az energia, az elektromos töltés stb. megmaradása azt jelenti, hogy ezek a mennyiségek invariánsak a velük jellemzett rendszeren végzett változtatásokkal szemben. A szimmetriafogalom ilyen értelmű általánosítását fogalmazta meg NOETER (1918) két tétele egzakt matematikai formában, amely forradalmasította a XX. századi fizika további fejlődését és önálló fejezetet nyitott a szimmetriakutatások számára.

A természet azonban nem mutatkozott mindig tökéletesnek, vagyis szimmetrikusnak. Bár alaptörvényei megfogalmazhatók voltak szimmetriaelvek segítségével, az új jelenségek többsége a szimmetria bizonyos sérülésével mutatkozott meg. Így a *szimmetriasértések* vezették a tudósokat új felfedezésekhez. A tudomány és a matematikai leírás évszázadokon keresztül a rendet és a lineáris jelenségeket kereste, mert ezek oly tökéletesek és szépek voltak. A tökéletesség, a szimmetria keresése heurisztikus szerepet töltött be. Kevesebb figyelmet szenteltek a káosznak, a rendezetlen struktúráknak és a nemlineáris jelenségeknek. Az elmúlt két évtized fordította a tudósok figyelmét a szisztematikus alakzatok leírására (és törvényeinek felfedezésére).

A XX. sz. második felében a szimmetriák kapcsán felfedezések egész hulláma indult a fizikában, és más tudományokban is. Heurisztikus szerepet töltött be a szimmetria keresése (pl. szimmetria megfontolások alapján találták meg a DNS helyesnek bizonyult szerkezeti modelljét), vagy hiányának hatása (pl. a szimmetriasértés). A kristályok diszlokációinak vizsgálata az anyagok tulajdonságainak egész sorát ismertette meg, többek között a félvezetők tulajdonságait, amely forradalmasította az elektronikát és ezen keresztül az informatikát, az agyi aszimmetriák kutatása nemcsak az emberi agy működésének megértéséhez vitt közelebb, de a pszichológia és az oktatás területén is megannyi új hasznosítható ismeret hozott.

2.1.2 A szimmetria fogalmai, típusai

A szimmetria alapfogalmai
Szimmetria-transzformáció: A szimmetrikus jelenség szerkezeti elemeit egymásba átalakító művelet.
Szimmetriaelem: A szimmetrikus jelenség azon pontjainak összessége alkotja a szimmetriaelemet, amelynek a transzformáció során nem változnak a jellemző alaki jegyek paraméterei.
Szimmetriatag: A szimmetriatag a szimmetrikus jelenségnek az a szerkezeti eleme, amely a transzformációval szemben egységként viselkedik, azaz azon pontok összessége, amelyek egymáshoz való viszonya a transzformáció után változatlan.

Szimmetrikus jelenségek csoportosítása:

1. Egyszerű (alap-) szimmetriák: Azok a szimmetriatípusok, amelyek szim metrikussága egyetlen szimmetriaelemen alapul.

- *Bilateriális szimmetria*:

A bilaterális szimmetria legegyszerűbb és legáltalánosabban elterjedt, közismert szimmetriatípus. Szinonim nevei: tükör-, kétoldali, jobb-bal, heraldikai. Geometriai értelemben azt jelenti, hogy egy alakzatot tükrözünk valamely tengelyre (síkban) vagy síkra (térben), és az alakzat geometriai tulajdonságai (mérete, szögei, formája) változatlanok maradnak a tükrözéssel, mint művelettel szemben.

  - Transzformáció: tükrözés
  - Szimmetriaelem: tükörsík
  - Szimmetriatag: tükrözött fél

- *Transzlációs szimmetria*:

Transzlációs szimmetria az alakzatot nem önmagába viszi vissza, viszont nem is változtatja meg az alakzatot, ilyen értelemben beszélhetünk eltolási szimmetriáról is. Ez esetben periódikusan ismétlődnek az elemek. A szimmetriatagok száma legalább kettő, és elvileg a végtelenhez tarthatnak. Szinonim nevei: szalag-, lánc-szimmetria.

  - Transzformáció: eltolás
  - Szimmetriaelem: transzlációs tengely
  - Szimmetriatagok: legalább 2 és elvileg a végtelenhez tarthat

- *Radiális szimmetria*:

A radiális szimmetriára jellemző, hogy a szimmetrikus jelenséget egy tengely körül 360° -kal elforgatva a jelenség legalább kétszer fedésbe kerül önmagával. Szinonimái: sugaras-, forgási-, középpontos- és ciklikus szimmetria.

  - Transzformáció: forgatás
  - Szimmetriaelem: forgási tengely
  - Szimmetriatag: azonos a szimmetrikus jelenséggel; a jelenségnek az elemi szög által kivágott részét áltagnak nevezhetjük

- *Antiszimmetria*:

Az antiszimmetriát szokás poláris szimmetriának is nevezni. Az antiszimmetriának két fő típusa van a valódi és a látszólagos. Valódi antiszimmetrikusnak tekinthetők azokat a rendszereket, amelyek két pólusa között nincs folytonos átmenetet képező fokozati sorozat. Ilyenek pl. pozitív-negatív, igen-nem, mágnes északi-déli pólusa. Látszólagos antiszimmetrikusak az olyan poláris rendszerek pólusai, amelyek között átmeneti értékek sorozata biztosítja a kapcsolatot. Ilyenek pl. hideg-(langyos)-meleg, fekete-(szürke)-fehér.

  - Transzformáció: átfordítás-inverzió
  - Szimmetriaelem: szimmetriaközpont, inverziós pont
  - Szimmetriatag: poláris rendszerek egy-egy pólusa

2. Összetett szimmetriák: Az összetett szimmetriájú rendszerek szerkezeti sajátosságainak levezetéséhez legalább két szimmetriaelem, illetve -transzformáció szükséges.

- *Divergens szimmetria* (elágazó szimmetria)
- *Retikuláris szimmetria* (háló-, vagy rácsszimmetria)
- *Szferikus szimmetria* (gömbszimmetria, vagy tökéletes szimmetria)
- *Helikális szimmetria* (csavaros szimmetria)
- *Kaszkád szimmetria* (lépcsős szimmetria)

2.2. Képfeldolgozás

A dolgozatomban a valóságos tárgyakról készült 2D képek tartamával foglalkozom. A munkám során a testekről készült képek digitális formába történő átalakítása elengedhetetlen. Ezért áttekintettem a képek digitalizálásának lehetőségeit.
A számítógépes képfeldolgozás célja és lényege, hogy a környezetünkből származó képi információ a számítógép segítségével feldolgozhatóvá váljon. Ehhez először a valós világ tárgyainak képét számítógéppel kezelhető adatokká kell átalakítani. Ez az átalakítás nevezhető digitalizálásnak. A digitalizálás pontos matematikai módszerekkel leírható. A digitalizálás logikailag lényegében három lépésből áll, a leképezésből, a mintavételezésből és a kvantálásból, attól függetlenül, hogy a különböző digitalizáló eszközök ezeket a lépéseket nem feltétlenül elkülönítve valósítják meg.

Több tanulmány foglalkozik a képfeldolgozással, használva helyi leíró algoritmusokat ULLMAN (2001), VIDAL-NAQUET (2003), helyi szűrő visszacsatolást FELZENSZWALB (2005), PANTOFARU (2008), helyi élek-elemek leíró algoritmusát SHOTTON (2005) használ. A képek feldolgozását kisebb területek részekre bontás módszerével REN (2005), ill. a statisztikus modellre alapozva határozza meg. Ezáltal hozza kapcsolatba a leírási algoritmusokat az összefüggő formákkal. GORELICK (2009) egy új szegmentáláson alapuló módszert mutat be a hierarchikus alak felismerés területén.

A képfeldolgozás egy igen szerteágazó és nagy területe az orvosi képalkotás módszerei. Az orvosi képfeldolgozás számos problémáját dolgozta fel, és rendszerezte MCINERNEY (1996). Az orvosi képfeldolgozás legújabb eredményeit PASQUALE (2009) foglalja össze, és bevezet az alak felismerés területén egy új módszert, a képen lévő zaj eredményeképpen keletkezett hibás kontúrvonalakat állítja helyre. Egy új célfüggvényt vezet be, amelyet összehasonlít a Gaus-féle- és a Level Set módszerrel.

SCHINDLER (2008) egy olyan alakzat felismerő eljárást mutat, amikor a lehetséges alakzatokról előzetes ismeretek vannak egy adattárban. A vizsgált képeket a tárban lévőkhöz hasonlítja. Először a képet részekre bontja, majd egy éldetektorral kijelöli az éleket. A felbontott részeknek nagyban hasonlónak kell lenni a felismerhető osztályba sorolt sablonként használt elemekkel. Ez a módszer 83-91%-os valószínűséggel ismeri fel az alakzatokat.

IRRGANG (1996) egy olyan új algoritmust fejlesztett ki, ami az alakzatok összekapcsolhatóságát hivatott felismerni. Az algoritmus az ún. “kígyó,, vagy más néven az aktív körvonal módszeren alapszik, amely az alakzat peremeit ismeri fel. Ez a módszer rendkívül hasznosnak bizonyult számos területen, a repülőgépipartól kezdve, kép felismerésen át egészen a kifáradásos törések felismeréséig.
SONKA (1999) szerint a roncsolásmentes mérési módszereknek állandóan nő a szerepük a termékek minőségi jellemzőinek a becslésében. Az optikai eljárások széles választéka új lehetőségeket ígér a termék minőségének gyors meghatározására, vagy legalább becslésére.

2.2.1. Képfeldolgozási területek

A számítógépes képfeldolgozáson kizárólag kétdimenziós (síkbeli), digitális képek gépi feldolgozását értjük. Ennek két, bizonyos mértékig átfedő, de célkitűzéseiben és módszereiben lényegesen különböző szakterülete van.

1. A *számítógépes grafika* szűkebb értelemben egy vonalas (vektor) kép előállítását (generálását) jelenti a kép leírásából, tágabb értelemben ide soroljuk a feliratok generálását, valamint mindazokat az eljárásokat is, amelyek megkönnyítik a képleírás elkészítését.

2. A *digitális képfeldolgozás* a természetes képeken foglalt képi információ megértésére irányul. A folyamatot (a rész-célkitűzések szerint) három szintre bonthatók.

a.) Előfeldolgozáson a digitális kép létrehozását, valamint a leképzési hibák kijavítását, a jellemző képtulajdonságok kiemelését értjük. BOW (2002) szerint az előfeldolgozás négy területre osztható, fényességért-tarnszformáció, geometriai transzformáció, lokális előfeldolgozás és a képhelyreállítás.

b.) A képosztályozás során megkeressük a képen előforduló alakzatokat, illetve a képet jellemző különféle sajátosságokat. Az ezekhez mindig rendelhető numerikus értékekkel vagy a köztük lévő relációkkal leírjuk, majd osztályozzuk a képet, illetve egyes részeit.

c.) A képfelismerés célja a képen rögzített valós világ leírása, a tárgyak felismerése és azonosítása, egy (tanulás útján bővülő) tudásbázisból már ismert alakzatokkal. Ennek alapján valamilyen feldolgozási célkitűzés teljesítése. A végső cél a látás automatizálása, a vizuális információt közvetlenül megértő, ezzel vezérelt robotok/automaták előállítása.

2.2.2. Képfeldolgozás és elemzés

A dolgozatomban digitális képeken szereplő alakzatok szimmetriatulajdonságait vizsgálom, ezért elengedhetetlen a képek számítógépes feldolgozása. A szimmetriakereső algoritmusom gyakorlati alkalmazása során, digitális képen szereplő alkatrészeket vizsgálok. Automatizált képfeldolgozó algoritmust használ pl. JIANG-SHENG (2007), ISHINO (2006) célfeladatokra, és egy általános módszert mutat HUANG (2006). Azonban ezek vagy hasonló eszközök nem álltak a rendelkezésemre, így MATLAB környezetben saját algoritmust készítettem a szimmetriafutatásaim elvégzéséhez. Az algoritmus kidolgozásához áttekintettem a képfeldolgozás alapjait is.

A digitális kép

A digitális kép nem más, mint fényerősség értékekből álló kétdimenziós tömb, azaz egy mátrix. Egy digitális kép nem más, mint a fényerősség függvénye: f(x, y), ahol f az (x, y) koordinátájú képpont, azaz pixel fényessége. A mintavételezés során a képszenzor mindig diszkrét számú pixellé alakítja az érzékelt képet, majd minden egyes pixelhez hozzárendeli a megfelelő szürkeárnyalatos vagy színes értékét, így meghatározva az egyes képpontok fényintenzitását vagy színét. A digitális képek esetében minden egyes képpont esetében el kell tárolni az adott ponthoz tartozó különböző színeket (Pl.: RGB vagy CMYK). A digitális képek műszaki feldolgozásánál a színes képek szürkeárnyalatossá való konvertálása bevett gyakorlat. Az intenzitás görbe alapján minden színhez egy hozzátartozó szürkeségi fokot tartozik. Ezzel a kép minősége a felhasználás szempontjából nem romlik, csupán a feldolgozás egyszerűsödik.

2.2.3. Képelemzés

Maga a képelemzés nem más, mint a kép pixeleinek intenzitásértékein végzett mérések és statisztikai számítások. A képelemző függvények segítségével a kép tartalmi tulajdonságait lehet elemezni és a további feldolgozás során a kapott eredményektől függően döntés hozható a képek javítása szegmentálása területén.

Képszegmentálás

Szegmentálásnak nevezzük azt a folyamatot, amikor a képen objektumokat különítünk el a háttértől, így azok jól felismerhetővé és jellemezhetővé válnak. A legismertebb képszegmentálási eljárás a szintre vágás. HYVARINEN (2001) szerint a képek feldolgozásában a legfontosabb lépés a kép szegmentálása.

Szintre vágás szürkeárnyalatos képeken
A szintre vágás általában az első lépés számos képfeldolgozó és elemző eljárás készítése során. Akkor érdemes használni, ha a képen olyan objektumokat (részecskéket) akarunk lokalizálni és elemezni, amelyek jellegzetes struktúrával rendelkeznek.

A szürkeárnyalatos képen található részecskék mindegyike jellemezhető egy intenzitás tartománnyal, azaz a részecske pixeleinek értéke ebbe az intervallumba esik bele. Az ettől eltérő értékű pixelek nem fontosak, ezért akarjuk elkülöníteni őket.
A szintre vágás segítségével a megadott intervallumba eső pixelek értékeit 1-re, míg a többi pixelt pedig 0-ra állítjuk. A kapott kép tehát egy bináris kép lesz.

Éldetektálás
Egy szürkeárnyalatos digitális képen egy él nem más, mint intenzitásértékek jelentős mértékű megváltozása szomszédos pixelek esetén. Ezek a hirtelen változások tulajdonképpen a képen látható objektumok körvonalait jelentik. Az éldetektálást egy előre megadott keresési tartományban célszerű végezni. A tartomány specifikálása történhet interaktívan vagy programozott módon is. Az éldetektálás egy egydimenziós profil mentén történik a megadott keresési tartományon belül. Ez a profil lehet vonal vagy kör, ellipszis és téglalap határvonala. Az éldetektáló eljárás először analizálja a pixelértékeket egy egydimenziós profil mentén, majd beállítástól függően éleket keres a tartományban.

Éldetektáló módszerek
Alapvetően kétféle éldetektáló módszert ismert. Mindkét módszer az élerősséget számolja a megadott profil mentén, pixelenként. Megadható egy minimális kontrasztérték, amely alatt nem ismeri fel az éleket:

- *Egyszerű éldetektáló módszer*: Az eljárás a profil mentén pixelről pixelre haladva a pixelértékeket vizsgálja. Amint egy olyan pixelhez ér, melynek értéke nagyobb, mint a megadott küszöbérték plusz egy hiszterézis érték, akkor emelkedő élt detektált a módszer. A hiszterézis érték segítségével különböző élerősségeket lehet definiálni emelkedő és lejtő élek számára. Az emelkedő él detektálása után az eljárás ejtő élt keres, azaz az első olyan pixelt keresi, ahol az intenzitásérték a megadott küszöbérték alá csökken. Az eljárás a profil végéig folytatódik. Ez a módszer jól működik minimálisan zajos képek és háttértől való erős elhatárolódás esetén.

- *Szubpixel pontosság*: Amikor a vizsgált kép felbontása elegendően nagy, akkor a legtöbb méretű és vizsgáló alkalmazás pontos éldetektáló eredményeket szolgáltat pixel méretű pontosság esetén is. Azonban számos akadálya lehet annak, hogy a kívánt felbontást elérjük, például a rendelkezésre álló képrögzítő szenzor nem képes nagyobb felbontást produkálni. Ebben az esetben célszerű használni a szubpixel pontosságú keresést. A szubpixel elemzés egy metódus arra, hogy megbecsülje azon pixelértékeket, amik nagyobb felbontás esetén várhatók. Az éldetektálás szubpixel pontossággal úgy működik, hogy az éldetektáló eljárás először egy magasabb rendű interpoláló függvényt illeszt a pixel intenzitásokra. A függvény tehát megpróbálja kiszámítani a meglévő pixelértékek közötti pixelek intenzitásokat. Ezután az éldetektálás a kapott értékeket felhasználva (szubpixel pontossággal) fog tovább működni. A szubpixelek segítségével nyert információ használata meglehetősen pontos, de természetesen befolyásolják a hatékonyságot külső tényezők is, például a megvilágítási körülmények. Célszerűbb - ha a lehetőség adott - a képfelbontást növelni.

A szegmentálásnak több fajtája van, HYVARINEN (2001) szerint a legegyszerűbb az, ha egy előre meghatározott küszöb fölött van egy pixel fényességértéke, akkor a pixel az objektumhoz tartozik, egyébként a háttérhez tartozik. A módszer sokféleképpen finomítható. Optimális küszöbözés esetén a hisztogram völgypontjához tartozó fényességérték lesz a küszöb. A képet kisebb részekre is oszthatjuk, minden részre külön küszöböt meghatározva is elvégezhető a szegmentálás. Ez különösen egyenetlen megvilágítás esetén jó.
Iteratív szegmentálás esetén először nagyobb régiókra osztjuk a képet egy küszöbbel, majd a régiókon belül újabb küszöbbel további kisebb tartományokra. A foglaltságot minimalizáló küszöb megtalálása során a fő cél az, hogy olyan küszöböt találjunk, amellyel az objektumnak sima határvonalai lesznek. A foglaltság azon képpontok arányát jelenti, amelyeknek küszöbözött értéke eltér legalább egy szomszédjuk küszöbözött értékétől.

A szegmentálás után már olyan jól kivehető tartományok állnak rendelkezésre, melyek további feldolgozása elsősorban a lényegkiemelés dolga. A lényegkiemelés során már nagyon fontos a képről tudott előzetes információ felhasználása, hiszen ez alapján lehet a megfelelő módszert kiválasztani. A lényegkiemelés egyik fontos része az alakokat leíró algoritmusok. Az alakleíró algoritmusok két nagy csoportba oszthatók, az egyik csoport a régiók leírásával foglalkozik, míg a másik csoport a kontúrok leírásával.

2.3. Szimmetriakereső eljárások

Szimmetriakereső algoritmusok
A különböző algoritmusok globális (a teljes alakzatra kiterjesztett), és lokális (az alakzat egy részét vizsgáló) szimmetria keresésére lettek kifejlesztve. Az alakzatokat általában tengelyes szimmetria szempontjából vizsgálják, de előfordul középpontos és eltolásos szimmetriakereső módszer is. Az alakzatok többsége, amit vizsgálnak szimmetrikus, azonban külön figyelmet kap a torzult alakzatok szimmetriakeresése. A szimmetriafelismerő módszerek egy része képfájlból kiindulva a Hough transzformációt alkalmazva dolgozik, egy másik része bonyolult matematikai műveletek segítségével az alakzatot határoló kontúrpontokat elemzi.

2.3.1. Tökéletes szimmetriák keresése

A szimmetria felismerés problémájával az utóbbi időben intenzíven foglalkoznak különböző kutatási, illetve alkalmazott műszaki szakterületeken, pl. számítógépes képalkotás, képfeldolgozás, számítógépes geometria. A legkorábbi módszerek a két- és háromdimenziós alakzatok a tökéletes tükör-, forgás-, és eltolásos szimmetriáinak megkeresésére törekedett WOLTER, (1985) ATALLAH (1985) és ZHANG (2002). Térbeli megjelenítést használ MINOVIC (1993), míg képek feldolgozásánál a Gaus-féle korrelációs módszerét javasolja SUN (1997), az alakzat kontúrjának egyedi hibái esetén SHAH (2005) mutat példát. Ezek a módszerek BLUM (1973) által megfogalmazott elven alapulnak. A közelmúltban megjelent módszerek a szkennelt modelleken talált tökéletes szimmetriák számolt eredményeit illeszti vissza a modellre, SINGARE et al. (2009) a reverse engineerint területén alkalmazza a szimmetria nyújtotta előnyöket.
Amíg a módszerük hatékony és észlelheti egy szegmentált modell tökéletes szimmetriáit, nem dolgoznak tökéletlen szimmetriákkal, és más módszerekkel.

2.3.2. Torzult szimmetriák keresése

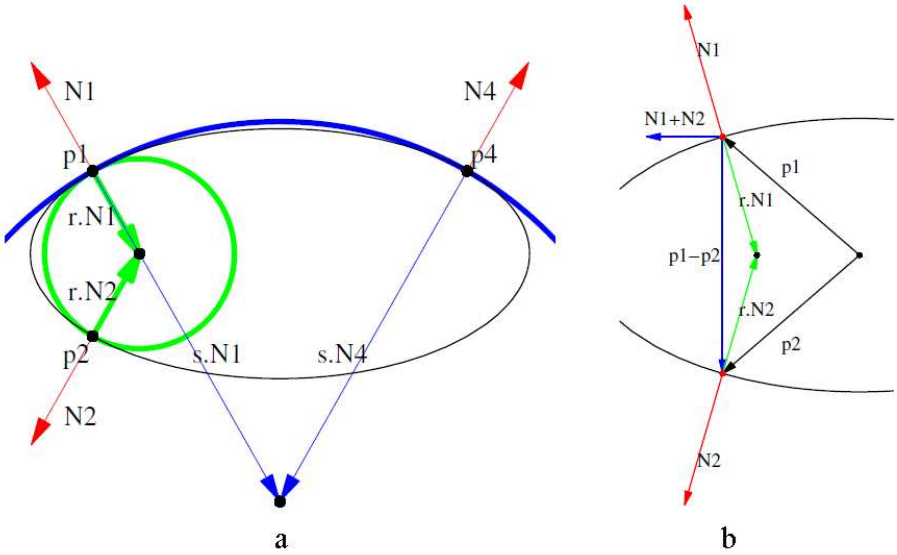
Az elmúlt évtizedben új módszereket készítettek a torzult alakzatok szimmetriáinak felismerésére. A közelítő szimmetriákat megpróbálta folytonos függvényekkel leírni ZABRODSKY (1995) torzult alakzatok esetében is. BRUCKSTEIN (1998) az algoritmust torzult, vagy hiányos kontúrral rendelkező 2D alakzatokra is kiterjeszti. A pontok részhalmazainak tulajdonságait megfogalmazó módszert ismertet, LOY (2006), MITRA (2006), MITRA (2007). A módszereket forgás- és tengelyes szimmetriák meghatározására dolgozták ki. A torzult alakzatok és textúrák lokális szimmetriáinak, szimmetrikus részeinek keresésére mutat példát HARRISON (2009).

2.3.3. Szimmetriakereső gyakorlati algoritmusok

2.3.3.1.Globális szimmetriakereső módszer

Alakzatok középvonalának meghatározására BLUM (1973) mutatott példát. Általában használják ezt a módszert, mert egy intuitív ábrázolási módból gyors számolást tesz lehetővé. A Blum által javasolt módszert az adatbázis-kezelés egyszerűsége révén alkalmazzák, SIDDIQI (1996), SIDDIQI (1999), BOUIX (2000), DIMITROV (2000), SEBASTIAN (2001), SIDDIQI (2002).

KUIJPER (2004) a Blum munkája alapján kiindulva az alakzatok középvonalának és a szimmetriatengely halmazok számítására mutat példát. A módszere alkalmas lokális és globális szimmetriák felismerésére is.
Alakzatok kontúrvonalát használja a középvonal és a szimmetriatengely keresésére. A módszer szimmetrikusan elhelyezkedő pontpárokat keres. A pontpárokat érintő körök középpontjai által meghatározott pontsorozatot tekinti középvonalnak.
A 2. ábra jelöléseivel p1 és p2 pontok fekszenek a vizsgált alakzaton. A két pontra illesztett az alakzatba beírható legnagyobb kör középpontját és a pontok (N1, N2) normálvektorainak metszéspontja biztosan rajta van a középvonalon.



2. ábra. Alakzatok szimmetria tengelyének kereséséhez használt jelölések értelmezése (KUIJPER, 2004)

A szimmetriatengely beállításához keresi a p1 és p4 pontokat is, amelyek az alakzat köré írható kör részei. A pontjainak a (N1, N4) normálvektorainak metszéspontját vizsgálja és jelöli ki a köré írható kör középpontját.

Ha a kontúron lévő pontokat p_i, p_j –vel, és azok normálvektorait N_i, N_j -vel jelölve a két vektor összege nem nulla és merőleges,

$$(p_i - p_j).(N_i \pm N_j) = 0 \qquad (1)$$

akkor a vizsgált két pont egy érintő körön van rajta. Ahol a pontokat érintő kör sugara r és a középpontja,

$$p_i - rN_i = p_j \pm rN_j \qquad (2)$$

rajta van az alakzat középvonalán. A $p_i - p_j$ pontpárokra illesztett r sugarú körök középpontjainak sorozata adja az alakzat középvonalát.

KUIJPER (2004) egy alakleíró eljárást mutat. A vizsgált alakzat pontpárjait csoportosítja szimmetriatulajdonságaik alapján. Megfogalmaz egy diagramot, ami a globális szimmetriát mutatja a felvett kontúron lévő pontpárok között.
A módszert az Shape Indexing of Image Databases –ban szereplő több típusú alakzatra teszteli. Az adatbázisban szereplő alakzatok közül halak, repülők, és szerszámok képeit használja. A munkában minden esetben egy az adatbázisból származó referencia képhez vizsgál 10 torzított alakzatot. Az általa vizsgált alakzatokat osztályokba sorolja szimmetria tulajdonságok alapján.

2.3.3.2. Gyors globális szimmetriakereső eljárás

REISFELD (1995) egy általánosított szimmetria transzformáltat hozott létre szürkeárnyalatos 2D digitális képeken. A vizsgált képeken tükrös- és középpontos szimmetriát keres. Ez a transzformáció létrehoz egy szimmetriatérképet, amin mindegyik ponthoz tartozik egy szimmetria mérték és egy következtetett irány. A módszer egy továbbfejlesztet verzióját CHOI (2004) javasolja sokszögek felismerésére speciális szögeknél.

A szimmetria transzformált létrehozása
A szimmetria transzformált létrehozása során az alakzat kontúrjának gradiens orientációját veszi alapul, hogy létrehozzon egy szimmetriatérképet. Az algoritmus két szimmetriatérképet hoz létre, az egyik tartalmazza a tengelyes szimmetria pontjait, másik térkép a pontokhoz tartozó fázist.

Ha p_i és p_j az vizsgált kép kontúrjának pontjai, akkor a következők szerint definiálja a $\Gamma_g(p)$ halmazt.

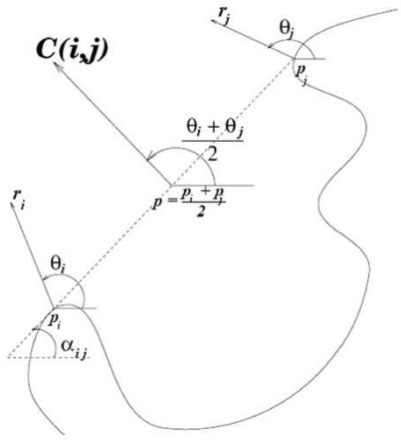
$$\Gamma_g(p) = \left\{(i,j) \middle| \frac{p_i + p_j}{2} = p\right\} \tag{3}$$

A következő távolsági súlyfunkciót egy fázis súlyfunkcióval egyetemben használják.

$$D_\sigma(i,j) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\|p_i - p_j\|}{2\sigma}} \tag{4}$$

$$P(i,j) = (1 - \cos(\Theta_i + \Theta_j - 2\alpha_{ij}))(1 - \cos(\Theta_i - \Theta_j)) \tag{5}$$

Az összefüggésben szereplő jelölések értelmezését segíti az 3. ábra. Első lépésben az összefüggés $(1 - \cos(\Theta_i + \Theta_j - 2\alpha_{ij}))$ maximumát keresi p_i és p_j pontpárokra.



3. ábra A szimmetria transzformált értelmezése (REISFELD, 1995)

A módszerben σ a szimmetria kritérium szigorúságát adja meg. Azokat a pontokat választja ki, amelyekkel a megadott σ szigorúsági tényező mellett adott hibahatáron belül közelíti az 1-et, ezek a pontok fogják alkotni a szimmetria tengelyt.

A vizsgált pontpárokat összekötő egyenes felezőpontjára definiál egy C(i,j) vektort.

$$C(i,j) = D_\sigma(i,j) P(i,j) r_i r_j \tag{6}$$

Az alakzat kerületi pontjainak összességét megvizsgálva hozza létre a szimmetria-térképet. A szimmetriatérkép alapján határozza meg a szimmetria nagyságát.

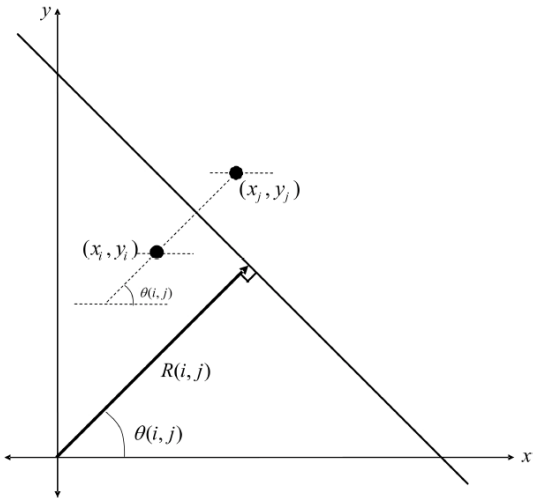
$$M_{\sigma}(p) = \sum_{(i,j)\in\Gamma_g(p)} C(i,j) \qquad (7)$$

Az algoritmus azért, hogy felismerje a tengelyes szimmetriát a térképről, a vizsgált képen először egy képjavítást végez, majd a Hough (1959) által kidolgozott transzformációt használja az élek felismerésére.

LI (2006) a digitális képek feldolgozása során mutat példát tengelyes szimmetria keresésre. A LABONTE (1993) ismertetett munkáját alapul véve a vizsgált kép kontúrján éleket vesz fel, majd a kontúr képpontjai között szimmetrikus párokat keres. A kapott pontpárok segítségével határozza meg az 2D alakzat globális tükör szimmetriáit. A munkája során összehasonlítja az ő szimmetriakereső eljárását REISFELD (1995) által megfogalmazott módszerrel.

2.3.3.3. Gyors szimmetria felismerés Hough transzformáció segítségével

LI (2006) A vizsgált képen egy él kereső detektort futtat első lépésben, majd egy szűrő segítségével a képpontok élesítését végzi el. Meghatározza az r és a Θ értékét a Hough transzformált térből. A Hough tér nem szimmetrikus elempárjaira bevezet egy W(i,j) súlyfaktort. A 4. ábra az alakzat középpontjába felvett koordinátarendszerben ábrázolt két kerületi pontra mutatja a jelöléseket.



4. ábra A szimmetria felismerése Hough transzformáció segítségével, jelölések értelmezése (LI, 2006)

A következő egyenlet a Θ meghatározására szolgál, azonban megjegyzi, hogy $-\frac{\pi}{2} < \Theta(i,j) \leq \frac{\pi}{2}$

$$\Theta(i,j) = \text{arctang}\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x}\right) \tag{8}$$

A kerületi pontokat összekötő felezőmerőleges R(i,j) távolsága.

$$R(i,j) = \left(\frac{x_i + x_j}{2}\right) cos[\Theta(i,j)] + \left(\frac{y_i + y_j}{2}\right) sin[\Theta(i,j)] \tag{9}$$

Bevezette a Γ_f halmazt, aminek az értelmezéséhez a 4. ábra nyújt segítséget.

$$\Gamma_f(r,\Theta) = \{(i,j) | R(i,j) = r, \Theta(i,j) = \theta\} \tag{10}$$

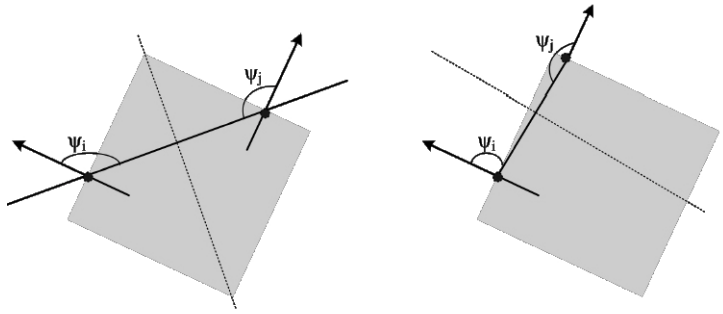
A két munkában a különbség az, hogy REISFELD (1995) az alakzat kontúrjának minden pontját megvizsgálja, és a kapott szimmetriatérkép alapján határozza meg a szimmetria tengely(ek) helyét. Ezzel szemben LI (2006) W(i,j) súlyfaktort alkalmaz a Hough transzformált képpontokra. Így lecsökken a vizsgált képpontok száma, ezzel gyorsítva az algoritmust.

Az algoritmus egy Gaus-féle eloszlás függvényt használ a Hough transzformáció során, miközben a W(i, j) faktort növeli. Ezzel a módszerrel keresi azokat a pontpárokat, amelyek szimmetrikusan helyezkednek el a kontúron.

$$H(r,\theta) = \sum_{(i,j) \in \Gamma_f(r,\theta)} W(i,j) \tag{11}$$

A 5. ábra a vizsgált képpontokat összekötő egyenes és a pontok normálvektora közötti szög értelmezését mutatja. Amikor a transzformált térből keresi a szimmetrikus pontokat, akkor a ψ_i és ψ_j egyenlőségét vizsgálja. Abban az esetben ha $|\Psi_i - \Psi_j| = \frac{\pi}{2}$, akkor a vizsgált pontok nem szimmetrikusak egymással, hanem merőlegesek.

$$W(i,j) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\psi_i - \psi_j)^2}{2\sigma^2}} \qquad (12)$$



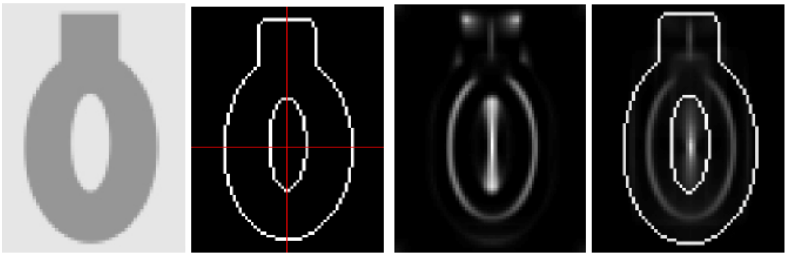
a b

5. ábra A ψ_i és ψ_j szögek értelmezése (LI, 2006)

A σ értékét az egyenletben arra használja, hogy beállítsa a szimmetria szigorúságának a fokát. Kis σ esetén az több él pontpárból fog egy pontosabb szimmetriára következtetni, míg kis σ érték esetén megengedi a kevesebb pontpárból való számolást.

A szimmetria megjelenítése

A szimmetria keresés tesztelésére 64x81 képpont méretű képeket használ. Egyszerű alakzatra mutatja az eredményeit, mint pl.: kancsók, poharak, üvegek.



a b c d

6. ábra A szimmetria keresés eredményei (LI, 2006)
a) teszt alakzat, b) gyors szimmetria keresés eredménye,
c) transzformált szimmetria σ=2.5, d) transzformált szimmetria σ=10,

WAI HO LI (2006) a REISFELD (1995) által javasolt módszerhez és az általa módosított számítási módszeréhez MATLAB-ban készített egy-egy algoritmust, amit P4 2.2GHz futtatott.

Az eredeti módszerhez tartozó algoritmus egy 64x64 képpontból álló kép esetében a 5-10 másodperc volt a futtatás ideje. Nagyobb 300x300 képpont méretben már

több órás volt a futtatás. Ezzel szemben a módosított algoritmusnak 20 másodpercre volt szüksége.

2.3.3.4. Globális teljes- és közelítő szimmetriakereső eljárás

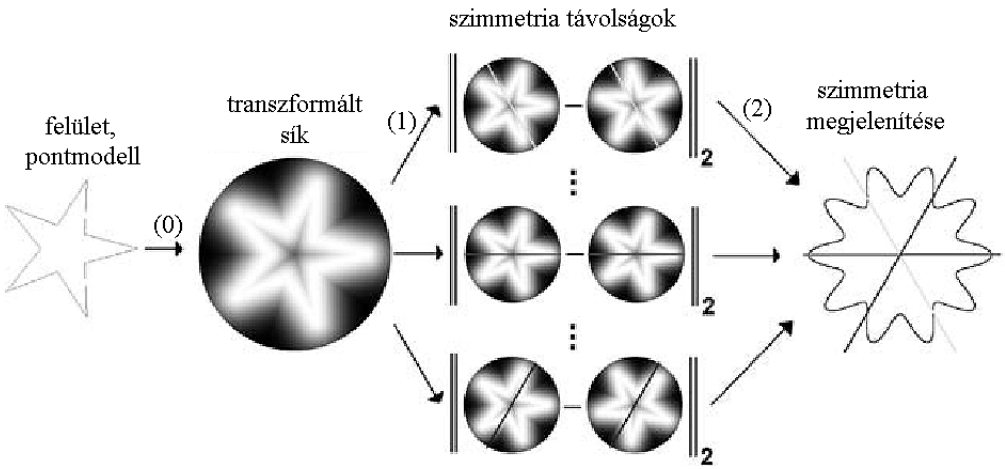
A tengelyes szimmetriakeresés egy módszerét mutatja be KAZHDAN (2004), amely alkalmazható 2- és 3D alakzatokra egyaránt. A szimmetria meghatározására Fourier-féle módszert használ.

Egy pont szimmetriasíktól való L_2 távolságát (symmetry distance; SD) két paraméter írja le, *f és* γ. Ezekből a paraméterekből létrehoz egy transzformációs síkot. A transzformált síkban γ egy vektor irányát, míg *f* a nagyságát jelöli.

$$SD(f,\gamma) = \min_{(g|\gamma(g)=g)} \|f-g\| \qquad (13)$$

Definiál egy az alakzatra vonatkozó π_γ teret, valamint egy ortogonális $\pi_\gamma^\perp$ teret.

$$SD(f,\gamma) = \|f-\pi_\gamma(f)\| = \|\pi_\gamma^\perp(f)\| \qquad (14)$$

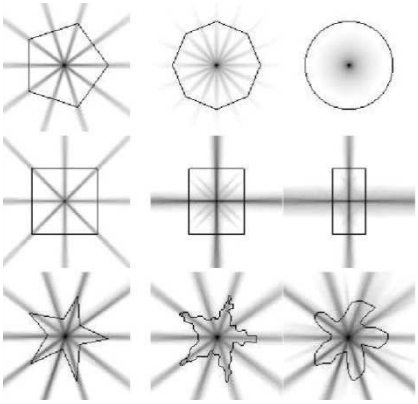


7. ábra Alaplépések a szimmetria meghatározására (KAZHDAN, 2004)

A 7. ábrán látható módon a vizsgálandó felület vagy pontmodell köré egy transzformált síkot hoz létre (0), majd minden súlyponton átmenő egyenesre kiszámolja az alakzat hasonlóságát (1). A számolt értékek különbségeit véve meghatároz egy leíró felületet (2), amin megjeleníti a tengelyes szimmetriát.

PODOLAK et al. (2006) szerint a szimmetria majdnem minden alak egy fontos jellemzője: majdnem minden mesterséges tárgy legalább egy szimmetriasíkot tartalmaz, és természetes, hogy a tárgyak többsége tökéletesen szimmetrikus.
Egy továbbfejlesztett módszert mutat síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak keresésére. Egy KAZHDAN (2004) által megfogalmazott transzformált tér pontjait használja fel a lokális és a globális szimmetriák felismerésére. A módszer megjeleníti a közelítő szimmetriákat is.
A képek szürkeárnyalatos 2D kontúrját vizsgálja. A szimmetria megjelenítésére a szürke skála sötétebb pontjait használja. A közelítő szimmetriákat halványabb színnel jelöli (8. ábra).

A Plenar Reflective Symmetry Transform (PRST) módszer szerint az alakzatok középpontjain haladnak át a globális szimmetriatengelyek, felismeri a részben szimmetrikus alakzatok kisebb részeinek szimmetriáit, ekkor torzítja a globális szimmetriát. Ezt a módszert előnyösen lehet használni 3D alakzat részeinek összeillesztésénél, vagy részekre bontásához.



8. ábra 2D alakzatok szimmetriáinak megjelenítése (PODOLAK et al., 2006)

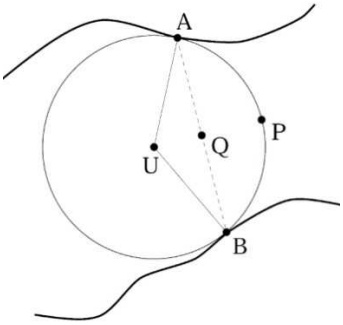
$$PRST^2(f,\gamma) = 1 - \frac{SD^2(f,\gamma)}{\|f\|^2} \qquad (15)$$

A definíció szerint PRST(f, γ) értéke 1, ha f teljesen szimmetrikus, ha γ o, akkor f tökéletesen anti-szimmetrikus, a közelítő szimmetriák paraméterei a közbenső értékek.

2.3.3.5. Lokális szimmetriakereső eljárás

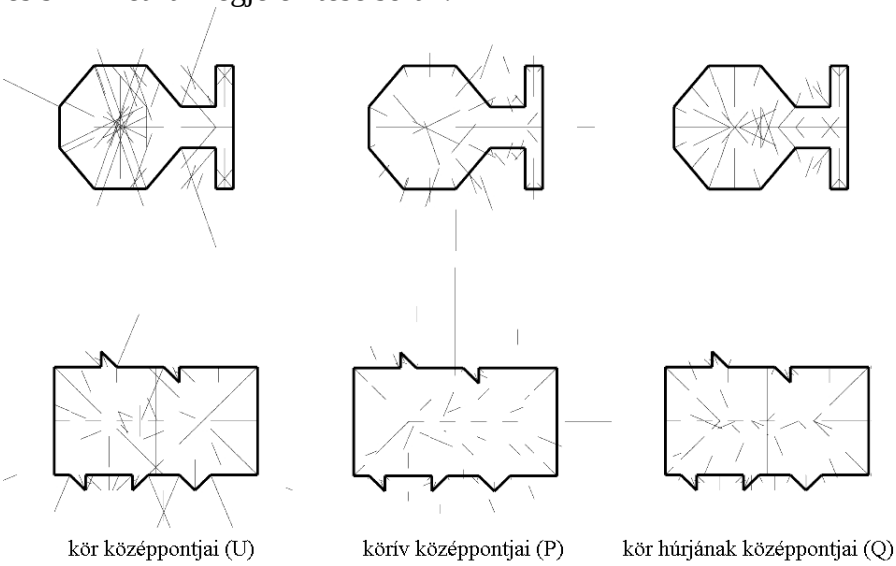
Lokális szimmetria keresésére különböző módszert javasol BLUM (1973), BRADY (1984), BRUCE (1985), LEYTON (1988), MCAULIFFE (1996). Ezek a módszerek a vizsgált alakzat kerületi pontjainak halmazához olyan köröket vesznek

fel, amelyeknek görbületenként egy-egy érintője van. A körök által kijelölt pontokra jellemző paraméterek alapján határoznak meg lokális szimmetriákat. A módszerek mindegyike a vizsgált alakzatra több szimmetria készletet hoz létre.



9. ábra A kontúrt A és B –ben érintő kör több lokális szimmetria pontot hoz létre (JENKINSON, 2002)

Az alakzat (9. ábra) lokális szimmetriájának meghatározásához a módszer esetében három lehetőség van: a A és B pontokat összekötő húr felezőpontja P, a kerületi pontokat összekötő egyenes felezőpontja, vagy a kör középpontja adja választástól függően. Mindegyik lehetőség más és más végződést vagy csatlakozást mutat a tengelyes szimmetria megjelenítése során.

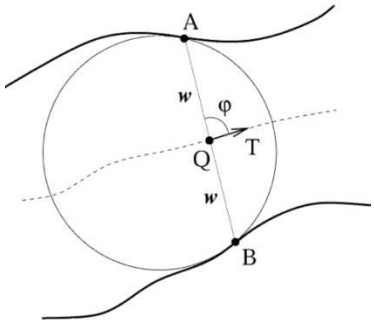


10. ábra A szimmetria megjelenítése különböző tesztalakzatokon (JENKINSON, 2002)

A 10. ábrán JENKINSON (2002) példát mutat háromfajta szimmetria tengely keresési módszer eredményeire. Két különböző tesztalakon mutatja meg, hogy mennyire eltérőek az U, P, Q középpontok által kijelölt szimmetria tengelyek. A képeken

látható egyenes szakaszok minden esetben lokális szimmetriát jelölnek.

JENKINSON (2002) feltette a kérdést, miszerint ezek a szimmetriatengelyek reverzibilisek-e? Javaslata szerint a kerületi pontokat összekötő egyenesek felezőpontjaiból létrehozott szimmetriatengelyek lehetnek alkalmasak az alakzat kontúrjának szimmetriából való visszaállítására.



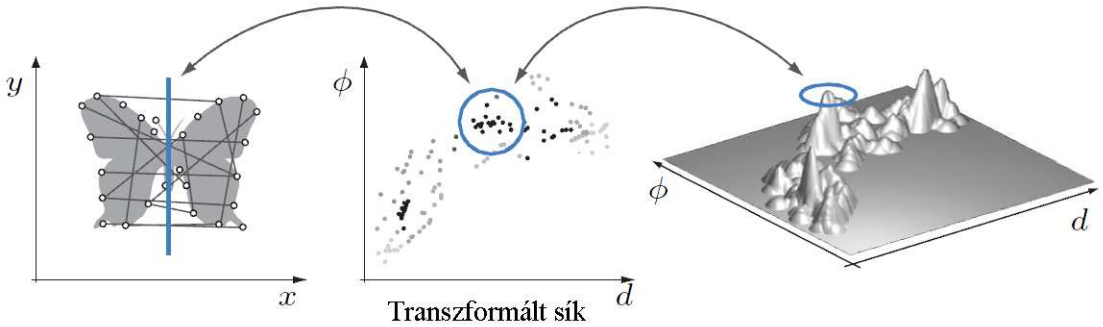
11. ábra Az alakzat kontúrjának visszaállítása a szimmetriapontokból (JENKINSON, 2002)

A 11. ábrán a Q pontba polár koordináta rendszert fesz fel, amelyben T a szimmetria érintő vektora w és φ paraméterekkel, ahol w a koordinátarendszer és a pontok távolsága, valamint φ a T vektor AB szakasszal bezárt szöge, megjegyzi $\varphi \neq \pi/2$.

A módszert sikeresen alkalmazza egyszerű alakzatok esetén, mind a szimmetria megkeresésére, mind az alakzat szimmetriából való visszaállítására. Vizsgálatot tesz fontolóra a módszer alakjellemzésre való alkalmazhatóságára. Szeretné a módszert kiterjeszteni 3D alakzatokra is.

2.3.3.6. Lokális és globális szimmetriakereső eljárás

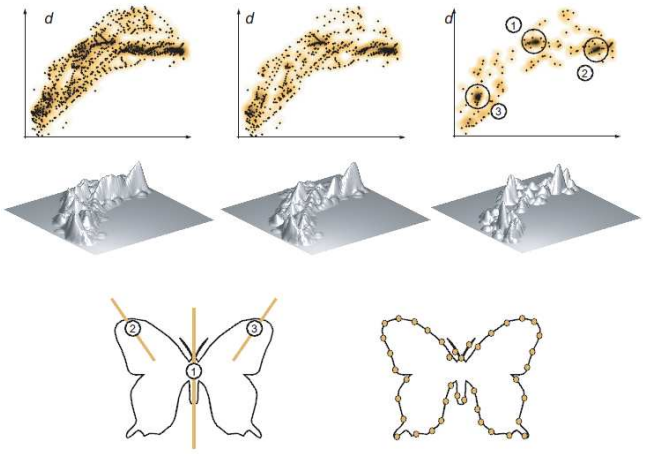
NILOY (2006) egy Hough transzformáción alapuló szimmetriakereső eljárást ismertet. Ez az algoritmus nagyméretű robosztus geometriák vizsgálatára alkalmazható. Az első lépésben az alakzat felismerése során az alakzatra jellemző pontsorozatot emel ki.
A vizsgált alakzat egyes részeinek szimmetriahasonlóságát keresi, iterációval közelít a legjobb szimmetriatengelyhez. Az alkalmazott algoritmus többször számol hibát és ezután újra iterál, így közelítve az eredményhez.



12. ábra A szimmetriakereső módszer értelmezése (NILOY, 2006)

A 12. ábrán látható jelölésekkel a vizsgált alakzat kerületén egyenletes lépésközökkel mintát vesz. A lépésköz nagyságát egy paraméterrel lehet megadni. A kerületen felvett pontok mindegyikét összeköti egyenesekkel. A módszer szerint, a normálvektorokat leíró általános összefüggés alapján az egyenest két paraméter jellemzi (∅, d), ezekből készít szimmetriatérképet. A szimmetriatérképet alkotó ponthalmaz legnagyobb intenzitású része mutatja a tengelyes szimmetria helyét. A módszerrel globális és lokális szimmetria is felismerhető.

A szimmetriatérkép számításához bevezet egy h paramétert, amellyel a vizsgált alakzat kontúrjen felvett pontok sűrűségét befolyásolja. A h használatával csökkenti a vizsgált pontok számát, ami rontja ugyan a szimmetriakeresés pontosságát, de javítja az algoritmus futtatásának idejét.



13.ábra A kontúron felvett pontok számának változtatása és annak eredménye (NILOY, 2006)

A 13. ábrán látható tesztalakzat kontúrján elő lépésben 40 db pontot vesz fel, majd

rendre összekötve őket 780 pontot határoz meg a transzformált térben. Csökkentve a kerületi pontok számát egyre először 503, majd 138 pontot kap a transzformált térben. Ezzel az alakzatra jellemző fontosabb szimmetriatengelyek egyre jobban kivehetők a transzformált térből.

NILOY (2006) ezt az algoritmust ALLIEZ et al. (2003) alapján kiterjeszti 3D alakzatokra is. A 3D alakzatok transzlációs, forgás és tükrös szimmetriáinak keresésére használja az építészeti tervezésekhez.
NILOY (2006) által megfogalmazott szimmetriakereső módszert 3D alkalmazásokban használják az építészet területén, mértani alakzatok modellezésénél MITRA (2006), LI (2008), PAULY (2008). A kutatók ezt az eszközt a magasabb szintű tervezés, a könnyű gyárthatóság, valamint a forma optimalizálás területén használják.

2.4. Alakszerinti minősítés

A kutatásom során 2D alakzatok tengelyes szimmetriáinak keresésével foglalkozom. Az általam kidolgozott szimmetriakereső algoritmus az alakzatok egyedi jellemzésére is használható, ezért áttekintettem az alakzatok morfológiai jellemzésére használt tényezők szakirodalmát is.
Az alakzatok morfológiai minősítésének szakirodalmi áttekintését alapvetően egy jól összefoglalt szakkönyv alapján készítettem, amelyet GÁCSI (2001) szerkesztett.

Anyagok részecskék két és három dimenzióban minősíthetők alakjuk, morfológiájuk szerint. Ezt legkönnyebben az alaktényezők számszerűsítésével lehet egyértelműen megtenni.

Alaktényezőnek nevezzük az összefüggő kétdimenziós alakzat geometriai jellemzőiből származtatott minden olyan számmennyiséget, amely független az alakzat méretétől, valamint a síkban elfoglalt helyétől és helyzetétől.

Az alakzattényező skalármennyiség, amelynek a jellegzetes tulajdonságai a következők:

- mértékegység nélküli,
- független az alakzat síkbeli illetve térbeli kiterjedésétől,
- független az alakzat helyétől, helyzetétől.

Alaktényezőkkel a nemzetközi irodalom szerint már a 70-es évektől foglalkoznak FISCHMEISTER (1974), BEDDOW et al. (1976a, 1976b), UNDERWOOD (1976), PAVLIDIS (1978), ROÓSZ (1978), RÉTI (1983), EXNER (1987), FLOOK (1987), SONKA et al. (1993). Az elmúlt évtizedek kutatásai során számos jól használható alaktényezőt dolgoztak ki. Több hazai és külföldi publikáció is megjelent a témában. Ebben a fejezetben megkísérlem összefoglalni a kétdimenziós esetekre megfogalmazott fontosabb alaktényezőket.

A fémek mikroszkópos felvételén látható krisztallitok metszetei síkidomoknak tekinthetők. Ezen metszeti képen látható síkidomok alak szerinti minősítése régebben ún. összehasonlító ábrasorozatot használtak. Ez az értékelés a szubjektív döntésen alapult, így elkerülhetetlenül pontatlan eljárás. A képalkotó eszközök (hardver és szoftver) valamint a számítástechnikai eszközök nagymértékű fejlődése kibővítette a feldolgozható alapadatok mennyiségét, ezáltal újabb lehetőségek teremtődtek a kvantitatív alakjellemzés módszereinek tökéletesítésére.

2.4.1. Egyszerű geometriai alapadatokból származtatott alakjellemzők

NEMES (1998) szerint korábban alakjellemzésre többfajta egyszerű és összetett index, mutató került kidolgozásra. Ezekben az alak (forma) jellemzésére általában a terület, illetve a kerület és a kiterjedés különféle hosszmértékeit vetik össze. Ezekben a munkákban viszonyítási alapként tekintik a szabályos alakzatokat.

Jól használható egyszerű példaként említi a HAGGETT (1965) által használt F forma-indexet.

$$F = \frac{1{,}27T}{d^2} \qquad (16)$$

Ahol: T; az alakzat területe
d; az alakzat két legtávolabbi pontjának távolsága

F-index körre 1-et ad (ezért szerepel a számlálóban konstans). Szabályos háromszögekre 0,42, négyzetre 0,64, szabályos hatszögre 0,83 az F értéke. Ezzel a módszerrel megjelölhetők a tipikus alakzatok.

CHOLNOKY (1968) szerint fontos alapjellemző az alakzat I_P poláris másodrendű

nyomatéka.

$$I_P = \int_A r^2 dA \qquad (17)$$

Ahol: A; az alakzat területe
r; az A alakzat pontjainak súlyponttól mért távolsága

Egy alakzat poláris nyomatéka függ az alakjától, ezért ez jellemzi azt, de az összefüggésnek van mértékegysége (m^4) ezért ez nem nevezhető alakjellemzőnek.

Az alakzatok jellemzésére gyakran használják az ekvivalens körsugarat (R_e). Az ekvivalens körsugár megmutatja a vizsgált alakzat területével azonos területű kör sugarát.

$$R_e = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \qquad (18)$$

Ahol: A; az alakzat területe

Egyszerű alakzatok jellemzésére használható jól az összefüggés, valójában a hasonló, de kismértékben eltérő alakzatok közötti különbségek kimutatására alkalmazható. Az ekvivalens körsugárnak, mint a vizsgált alakot jellemző méretnek is van mértékegysége (m).

Alakok jellemzésére egyszerű a síkidomról könnyen leolvasható (mérhető) paraméterekkel is lehet kvantitatív mérőszámot alkotni. ALEKSANDROFF et al. (1971) szerint egy síkidomot jellemzi a D átmérője. A síkidom átmérőjét úgy értelmezi, hogy az alakzat pontjai közül a legtávolabbikat veszi. Aleksandroff szerint alakjellemzőnek foghatjuk fel az alakzat B minimális szélességét is. Ekkor az alakzatot közrefogó két párhuzamos támasz egyenes közötti távolságok legkisebbikét értjük minimális szélességen. A kör esetében a B=D összefüggés áll fenn.

A kétdimenziós alakzatokra leggyakrabban használt egyszerű alaktényezők szemléletes tartalmúak, a mérhető geometriai mennyiségekből származtathatóak. Tipikus kétdimenziós alaktényezőt javasol SALTYKOV (1974).

$$\Phi_S = 2\sqrt{\pi}\frac{\sqrt{A}}{P} \qquad (19)$$

Ahol: A; az alakzat területe
P; az alakzat kerülete

A Saltykov-féle alaktényező egy mértékegység nélküli szám. Ez a mérő szám 0 és 1 közé esik. A kör esetében ez az érték 1. A Φ_S értéke négyzetre 0,886 egyenlő oldalú háromszögre 0,774 értéket ad.

Az alaktényezők sokfélék lehetnek, általában adott cél elérése, vagy jelenség definiálása érdekében hozzák létre. Minden esetben a törekednek a legegyszerűbb az alakot számszerűen jellemző paraméterek kidolgozására. Ezért kézenfekvő, hogy a vizsgált alakzatok egyszerűen mérhető geometriai méreteiből kreált alakjellemzőket célszerű használni. Ezek az egyszerű geometriai méretek az alakzat kerületi pontjainak legnagyobb távolsága (D), az alakzat területe (A), kerülete (P), és az ezekből számolt ekvivalens körsugár (R_e) valamint az alakzat poláris nyomatéka (I_P). Ezekből a paraméterekből GÁCSI (2001) és CSEPELI et al. (2001) gyűjtötték össze SANTALO (1976), PRAT (1987), PARKER (1994), munkái alapján a következő alaktényezőket.

Az angolszász irodalomban elterjedten használják a „circularity measure” néven hívott alaktényezőt (Φ_P). Ez az alaktényező a Saltykov-féle alaktényező (Φ_S) reciprok értéke. Ez az alakjellemző az alakzat területének és a kerületének viszonyától függő jellemző szám.

$$\Phi_P = \frac{P}{2\pi R_e} = \frac{P}{2\sqrt{\pi A}} = \frac{1}{\Phi_S} \qquad (20)$$

Egy alakzat átmérőjének és az ekvivalens körsugárnak a hányadosából is megfogalmazható egy az alakzatra jellemző paraméter. A Φ_D paraméter az alakzat területének és az átmérőjének viszonyából számolható.

$$\Phi_D = \frac{D}{2R_e} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{D}{\sqrt{A}} \qquad (21)$$

Az I_P poláris nyomaték és az R_e ekvivalens körsugár hányadosaként is megfogalmazható egy az adott alakzatra jellemző paraméter. Ennek az alakjellemzőnek a sajátosság, hogy érzéketlen a zajra.

$$\Phi_I = \frac{2I_P}{\pi R_e^4} = 2\pi\frac{I_P}{A^2} \qquad (22)$$

Ahol:

A; az alakzat területe
R_e; az ekvivalens körsugár
P; az alakzat kerülete
D; az alakzat átmérője
I_P; az alakzat poláris nyomatéka

Ezeknek, az alaktényezőknek az a sajátossága, hogy értékük kizárólag a körre egy-

ségnyi. A Φ_P Φ_D Φ_I alaktényezők a körtől való hasonlóság mértékét mutatják számszerű formában. Ez abból a felismerésből következik, hogy azonos területű síkidomok közül a körlapnak a legkisebb a P kerülete, a legkisebb a D átmérője, és a legkisebb az I_P poláris nyomatéka. A három alakjellemző egymástól független paraméter értéküket nem lehet átszámolni a másik kettő függvényeként.

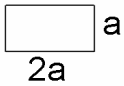
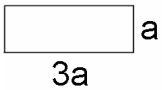
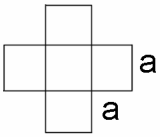
A két dimenzióban gyakran használt alaktényezőket GÁCSI (2001) összefoglalta egy táblázatba, ahol rámutat ezek használhatóságának korlátaira. Ebben a táblázatban egy négyzet, különböző arányú téglalapok, valamint referenciának a kört használva mutatja be a számítások alapjául szolgáló kiinduló geometriai adatokat és az ebből számolt alakjellemzők számszerű értékeit.

A táblázatban Gácsi rávilágít arra, hogy meglehetősen reménytelen próbálkozás egyetlen alaktényezővel minősíteni az alakzatok morfológiáját. Ezt támasztja alá az a megfigyelése, miszerint a Φ_P és a Φ_I alaktényezők a körhöz való hasonlóság tekintetében lényegesen különböző sorrendet állapított meg. A számítások eredményeként azt tapasztalta, hogy a Φ_D alaktényező értéke különböző alakzatokra is azonos értéket ad.
GÁCSI (2001) szerint az alaktényezők származtatásához a vizsgált alakzatok alak szerinti számszerű minősítésére az alapjellemzőkön kívül más geometriai és topológiai jellemzők is felhasználhatók. A legismertebb ilyen jellemzők közé tartozik az alakzat „minimális szélessége”. Egy síkidom minimális szélességén az alakzatot közrefogó két párhuzamos egyenes támasz közötti távolságok legkisebbikét értjük.
Egy módszert mutat, hogyan lehet ezekből a jellemzőkből újabb az alakra jellemző kvantitatív mérőszámot alkotni. A vizsgált alakzat geometriai jellemzői egyszerű és szemléletes tartalmú geometriai transzformációk segítségével megsokszorozható. Szerinte az összefüggések sajátossága, hogy az alakjellemzők közötti egyenlőség akkor és csak akkor teljesül, ha az alakzat kitüntetett geometriájú. Az egyenlőség azonban csak hatféle kitüntetett geometriájú alakzat valamelyikére teljesül.

Kitüntetet alakzatok:

- Állandó szélességű alakzatok,
- lyukat nem tartalmazó alakzatok,
- konvex alakzatok,
- állandó szélességű konvex alakzatok,
- körlemez,
- szabályos háromszög.

1. táblázat Egyszerű tesztalakzatokra számolt alakjellemzők (GÁCSI, 2001)

	1	2	3	4	5
Alakzatok adatai					
A	a^2	$2a^2$	$3a^2$	$5a^2$	$r^2\pi$
P	4a	6a	8a	12a	$2\pi r$
D	$\sqrt{2}a$	$\sqrt{5}a$	$\sqrt{10}a$	$\sqrt{10}a$	2r
R_e	$\sqrt{\frac{1}{\pi}a}$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}a}$	$\sqrt{\frac{3}{\pi}a}$	$\sqrt{\frac{5}{\pi}a}$	r
I_P	$\frac{1}{6}a^4$	$\frac{5}{6}a^4$	$\frac{5}{2}a^4$	$\frac{29}{6}a^4$	$\frac{\pi r^4}{2}$
Φ_P	1 $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \approx 1{,}13$	2 $\frac{3}{\sqrt{2\pi}} \approx 1{,}2$	3 $\frac{4}{\sqrt{3\pi}} \approx 1{,}3$	4 $\frac{6}{\sqrt{5\pi}} \approx 1{,}51$	1
Φ_D	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \approx 1{,}25$	$\sqrt{\frac{5\pi}{8}} \approx 1{,}4$	$\sqrt{\frac{5\pi}{6}} \approx 1{,}61$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \approx 1{,}25$	1
Φ_I	1 $\frac{\pi}{3} \approx 1{,}047$	3 $\frac{5\pi}{12} \approx 1{,}31$	4 $\frac{5\pi}{9} \approx 1{,}75$	2 $\frac{29\pi}{75} \approx 1{,}21$	1

Az egyenlőtlenségekből két és többváltozós alaktényezők konstruálhatók. GÁCSI (2001), RÉTI (1983) nyomán azt állítja, hogy az általa használt geometriai és topológiai jellemzőkből konstruált alakjellemzők egyenlőtlenségéknek kihasználásával újabb 28 kétváltozós alakjellemző származtatható.

Az ilyen módon konstruált alakjellemzők értéke legfeljebb akkor egyenlő 1-gyel,

ha a vizsgált alakzat a kitüntetett geometriájú alakzatok kategóriájába tartozik. Kétváltozós alaktényezők ötletszerűen is konstruálhatók. Erre példa a Φ_T meghatározása.

$$\Phi_T = \frac{2D}{P} \tag{23}$$

A Φ_T alaktényező egynél kisebb pozitív szám. Az 1értéket keskeny vonalszerű alakzat esetében megközelíti, de ezt az értéket nem éri el.

$$\Phi_A = \sqrt{\frac{B^2}{A\sqrt{3}}} = \frac{B}{\sqrt[4]{3}\sqrt{A}} \tag{24}$$

Ahol:

A; az alakzat területe
P; az alakzat kerülete
D; az alakzat átmérője
B; az alakzat minimális szélessége

A Φ_A alaktényező értéke 0 és $+\infty$ intervallumba esik. Konvex alakzatok esetében 1-nél kisebb szám, míg konkáv alakzatokra 1 vagy 1-nél nagyobb szám lehet. A vékony egyenes alakzatokra nézve az értéke közel zérus lehet. Gácsi szerint a konvex alakzatok között egyetlen olyan alakzatfajta létezik amelyre a Φ_A értéke 1, ez az alakzat a szabályos háromszög. Ebből adódik, hogy a Φ_A alaktényező a szabályos háromszöghöz való hasonlóságot szemlélteti.

RÉTI (1983) szerint a különböző geometriai és topológiai jellemzőkből kettőnél többváltozós alakjellemzők is képezhetők. A legegyszerűbb eljárás újabb alakjellemzők létrehozására a kétváltozós alakjellemzők szorzatát célszerűen megválasztott módon pozitív hatványra emelni. Ezzel a módszerrel maximum nyolcváltozós alakjellemzők hozhatók létre.

Ebből a munkából kiderül, hogy a kétváltozós alakjellemzőket felhasználva többváltozós alakjellemzők képezhetők. A többváltozós alakjellemzők jelentősége az érzékenységükben rejlik.

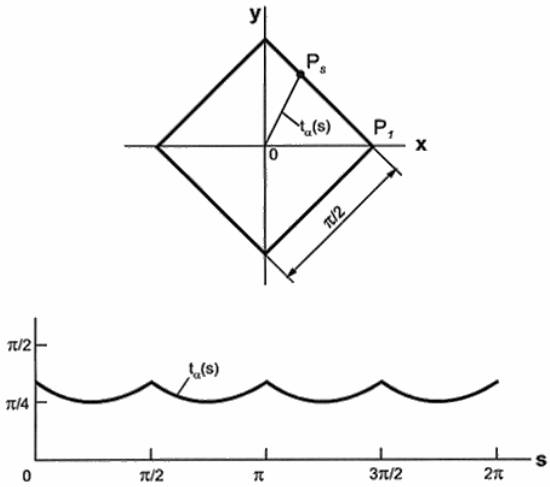
Ezek az eljárások akkor alkalmazhatóak sikeresen, ha a vizsgált alakzatok egymáshoz hasonlóak. Minden esetben az adott környezethez kell célszerűen megválasztani a vizsgálati metódust. Ezért automatikus alakminősítésre nem alkalmasak.

2.4.2. Fourier-analízis elvén alapuló alakjellemzési eljárások

Szabálytalan felépítésű alakzatok jellemzésére alkalmasabb módszerek a Fourier-analízisen alapuló eljárások. Ezeket a módszereket GÁCSI (2001) szedte csokorba. Ezen módszerek sajátossága, hogy az alaktényezők generálásához valamilyen célszerűen választott függvényrendszer szerinti sorfejtés szolgál kiindulásul. A kétdimenziós lyukat nem tartalmazó alakzatok számszerű minősítésére szolgáló egyik módszert ZAHN (1972), illetve BENNET (1975), egy másik módszert GRANLUND (1972), RICHARD (1974), PERSOON (1977) dolgozták ki. Ezeket a módszereket a részecskeanalízis és a mikroszkópia területén alkalmazzák, ott ahol a tradicionális alaktényezők használata nem igazolta az előzetes várakozásokat.

RÉTI (1989) bebizonyította, hogy egy alakzatot jellemezhet, a határoló görbekontúr alakjára felírt függvény Fourier-sorba fejtésével. A Fourier együtthatóból származtatott mennyiségek alakjellemzők. A kis indexű együtthatók (4-12) alkalmasak alakzatok morfológiai jellemzésére. Ezen alakjellemzők nagyságából következtetni lehet az alakzat szimmetriatulajdonságaira is, ezekből megállapítható, hogy a síkidom rendelkezik-e tengelyes illetve N-ed rendű forgásszimmetriával.
A Fourier-sorbafejtésen két módszer terjedt el. Az egyik az ún. „távolságfüggvény-módszer” a másik a „görbületifügvény-módszer”.

A távolságfüggvény-módszer
A módszer az alakzat morfológiai jellemzésére egy alakfüggvénnyel adja meg a súlyponttól mért kerületi pontok távolságát (14. ábra).



14. ábra Négyzet alakú síkidomra értelmezett távolságfüggvény-módszer (GÁCSI, 2001)

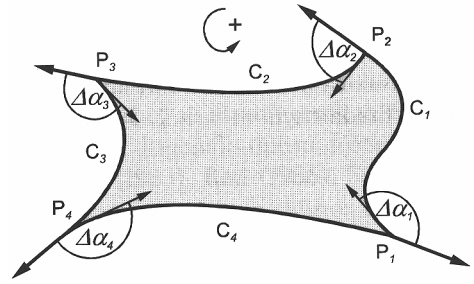
A távolságfüggvényt a vizsgált, α alakzat O súlypontjától, és a P_s kontúr ún. futó-

pontjának $t_\alpha(s)$ hosszúságú szakasz függvénye írja le. Ez egy szemléletes eljárás, ahol az alakfüggvény alakja függ a P_1 kiindulási pont helyzetétől. A módszer hátrányai között említi Gácsi, hogy előzetesen ismerni kell az alakzat súlypontját. Másik hiányossága a módszernek, hogy $t_\alpha(s)$ függvény nem jellemzi egyértelműen a vizsgált síkidom geometriai felépítését.

A távolságfüggvény másik hiányosságára mutat rá RÉTI (1988), ahol különböző alakzatokat ismertet, amelyekre ez a módszer ugyanazt az eredményt adja. Így ezek az alakzatok nem különböztethetőek meg egymástól.

A görbületi függvénymódszer

A görbületi függvény származtatásában kitüntetett szerepe van a síkidomot határoló görbe ívhossz függvényében meghatározott J(s) előjeles görbületének. Az alakfüggvényt STERNBERG (1964) dolgozta ki differenciálgeometriai alapösszefüggésekből. A módszer alkalmazásának feltétele az alakzatot határoló síkbeli zárt görbe legyen.



15. ábra Vázlat a görbületi függvény módszer értelmezéséhez (GÁCSI, 2001)

A vizsgált alakzatra felírható a következő összefüggés:

$$\sum_i \int_{C_i} J(s)ds + \sum_i \Delta\alpha_i = \pm 2\pi \tag{25}$$

Az egyenlet jobb oldalán a kifejezés előjelét a körüljárási irány határozza meg. Az alakjellemzés céljára a $g_\alpha(s)$ függvény használható.

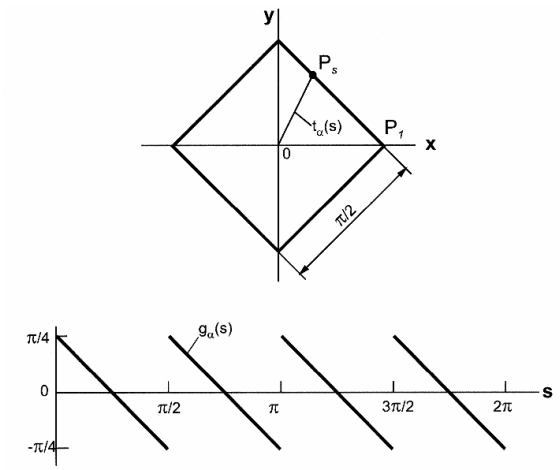
$$g_\alpha(s) = G_\alpha(s) - s - \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\{G_\alpha(s) - s\}ds \tag{26}$$

Ahol:

C_i; az alakzatot határoló görbeív

P_i; az alakzat görbületeinek csatlakozási pontjai

$\Delta\alpha_i$; a csatlakozási pontok érintői által bezárt szög



16. ábra Négyzet alakú síkidomra értelmezett görbületi függvény-módszer (GÁCSI, 2001)

A módszer esetén az alakténye zők számítása jelentősen egyszerűsödik abban az esetben, ha az alakzat görbekontúrját egyenes szakaszokból álló sokszögvonallal közelítjük.
A számítások azért válnak egyszerűbbé, mert a zárt poligont alkotó egyenes szakaszok görbülete zérus, így csupán a csúcsponti szögeket kell tekintetbe venni.
A Fourier- analízisen alapuló módszerek előnyös tulajdonsága, hogy az alakténye zők számszerű információval rendelkeznek az alakzatok szimmetriatulajdonságairól. Az így alkotott alakténye zők ismeretében lehetőség kínálkozik két tetszőleges geometriai alak morfológiai hasonlóságának számszerű minősítésére.
ZAHN (1972), RÉTI (1989) szerint a módszer során az együtthatók meghatározásához nem kell numerikus módszert alkalmazni, hiszen az integrálás az egyes ívszakaszok mentén zárt alakban is elvégezhető.

A görbületi függvény alkalmazásának több előnyös tulajdonsága is van, nem igényli az alakzat súlypontjának ismeretét, a Fourier együtthatók könnyen becsülhetők. A módszer alapján meghatározott $g_\alpha(s)$ függvény egyértelműen jellemzi a vizsgált geometriát. A becsült együtthatók figyelembevételével az alakzat eredeti képe rekonstruálható a görbületi függvénye ismeretében, ennek a pontossága függ a Fourier-együttható párok M számától TANG (1998) szerint.

Alakjellemzés Invariáns momentumok felhasználásával

A síkbeli alakzatok nyomatékaiból definiált függvények segítségével különféle alakjellemzők írhatók fel. A módszer tetszőleges bonyolultságú többszörösen összefüggő alakzatok morfológiai minősítésére is használható. Ezek az eljárások az alakzat geometriai jellemzésére $f^{\cdot}(x,y)$ ún. indikátorfüggvényt használnak, amelynek értéke az alakzat pontjaiban 1, az alakzathoz nem tartozó pontban zérus értékű.

A módszer alkalmazása során az alakzat súlypontját előzetesen ismerni kell. Ekkor az alakzat (p, q)-ad rendű $\mu_{p,q}$ centrális momentumát a következő képlettel írhatjuk fel.

$$\mu_{p,q} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x - x_s)^p \cdot (y - y_s)^q \, f(x, y) dxdy \qquad (27)$$

Digitalizált alakzatok esetében az integrálformula egyszerűsödik.

$$\mu_{p,q} = \sum_i \sum_j (z_{i,j} - x_s)^p \cdot (z_{i,j} - y_s)^q \qquad (28)$$

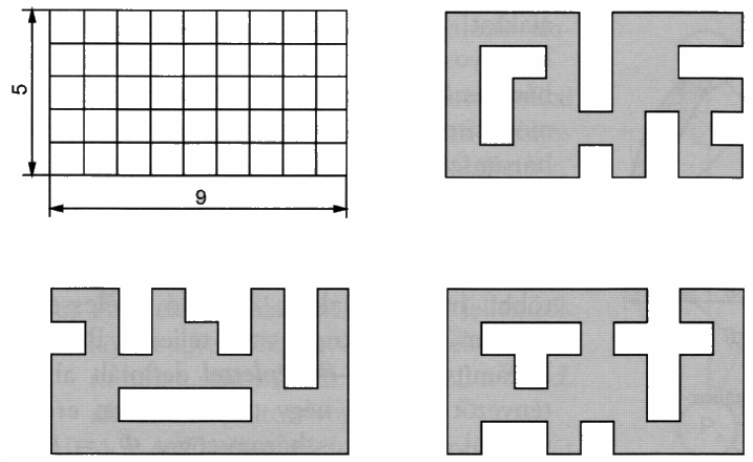
Ahol:

x,y; az alakzatot határoló kontúr egy pontjának koordinátája
x_s, y_s; az alakzat súlypont koordinátája
z_{ij}; az adott digitális alakzathoz tartozó képelemet jelöli

A centrális momentumok függenek az alakzat méretétől, valamint az elforgatástól. A centrális momentumok felhasználásával generálhatók olyan invariáns momentumok, amelyek függetlenek mind az alakzat méretétől, mind annak elforgatásától (HU, 1962).

2.4.3. Alaktényezők alkalmazási korlátai

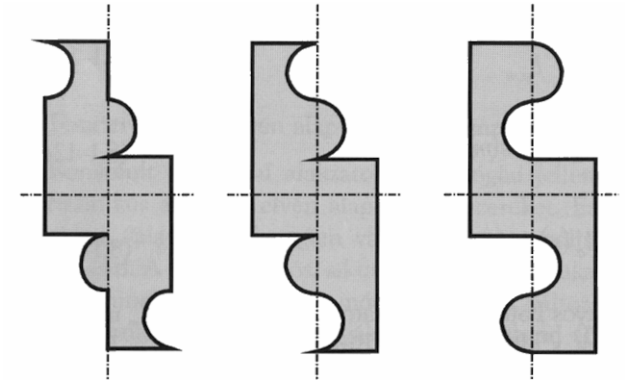
Ha nincsenek előzetes ismereteink a képfeldolgozás során pl. automatizált alakminősítés, akkor előfordulhat, hogy a használt algoritmus nem tud megkülönböztetni két hasonló, de szemmel láthatóan eltérő alakzatot. GÁCSI (2001) néhány példát mutat egyes alaktényezők használatának korlátaira.



17. ábra Azonos geometriai alapjellemzőkkel rendelkező, de eltérő morfológiájú alakzatok (GÁCSI, 2001)

A 17. ábrán látható téglalapok egységnyi oldalél-hosszúságú négyzetelemből szerkesztettek. A három alak esetében minden alap geometriai jellemzője, amiből alakjellemzőt lehet származtatni az egyenlő mind a három esetben. GÁCSI (2001) alapjellemzőnek tekinti az alakzat A (terület), P (kerület), D (átmérő), B (minimális szélesség) geometriai jellemzőket, valamint a különböző transzformációk lyukakkal kibővített alakzat $\alpha(h)$, és az ún. konvex burkot reprezentáló $\alpha(c)$- eredményeként kapott A_c, A_h, P_c, P_h, jellemzőket.
A három alakzat szemmel láthatóan nem egyezik meg, ennek ellenére a geometriai alapjellemzőkkel nem különböztethetők meg.

Gácsi az alapjellemzőkön túl példát mutat a Fourier-analízisen alapuló alakjellemzési eljárásokra is, ahol bevezeti a $V_{\alpha,m}$ Fourier együtthatóból származtatott amplitúdót. Az α alakzat jellemzésére használt $V_{\alpha,m}$ alaktényező kis indexű (4-12) m együttható mellett használható alakjellemzésre. Az alaktényező nagyságából következtetni lehet az alakzat szimmetria tulajdonságaira is.



18. ábra Azonos kerületű és területű, de különböző alakú síkidomok (GÁCSI, 2001)

A 18. ábrán látható három alakzat azonos kerületű és területű, de az alakjuk különböző. RÉTI (1988) szerint az alakzatok a Fourier analízisen alapuló távolságfüggvény módszerével nem különböztethető meg. Az eső alakzatról kimutatható, hogy különbözik a második és a harmadik alakzattól, de a második és a harmadik alakzat már nem különböztethető meg egymástól.

2.5. Az irodalmi áttekintés kritikai elemzése

A dolgozatomban síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriatulajdonságait vizsgálom. Ezért a munkám során áttekintettem a képfeldolgozó, szimmetriakereső eljárásokra és az alakzatok morfológiai minősítésére vonatkozó szakirodalmat.
Dolgozatomban a digitális képeken szereplő alakzatok szimmetriatulajdonságait vizsgálom, ezért elengedhetetlen a képek számítógépes feldolgozása. A szakirodalomban találhatóak automatizált algoritmusok, általános és cél feladatokra. Általános felhasználási célra fejlesztett példát mutat HUANG (2006), célfeladatokra használható algoritmusra JIANG-SHENG (2007), és ISHINO (2006) mutat példát. Ezeket pl. zöldségek válogatására minősítésre használják. A szakirodalomból kiderült, hogy a képek feldolgozása során általános probléma a nagy mennyiségű adat kezelése, ezért kisméretű (maximum 300x300 pixel) képet használnak pl. REISFELD (1995), KUIJPER (2004) a gyors algoritmus futtatás érdekében. Egy másik gyors számítógépes futtatást lehetővé tévő módszert a Hough transzformációt alkalmazva LI (2006), PODOLAK et al. (2006), NILOY (2006) egy képleíró síkot hoznak létre. HARRISON (2009) hívja fel a figyelmet, hogy mind a két módszer esetében figyelembe kell venni a kép digitalizálása során keletkezett pontatlanságokat is.
Munkámhoz képfeldolgozó eszközök nem álltak a rendelkezésemre, ezért egy saját algoritmust készítettem. Az algoritmus kidolgozásához áttekintettem a képfeldolgozás alapjait is.

Globális (a teljes alakzatra kiterjesztett) szimmetriák keresésére mutat módszert LABONTE (1993), MITRA (2007), SCHINDLER (2008), a lokális (az alakzat egy részét vizsgáló) szimmetria keresésére JENKINSON (2002), KAZHDAN (2004), PODOLAK (2006) dolgozott ki eljárást. Az alakzatokat általában tengelyes szimmetria szempontjából vizsgálják, mint pl. KAZHDAN (2002), középpontos és eltolásos szimmetria keresésére SUN (1997) és NILOY (2006) ismertet módszert. Az alakzatok többsége, amit vizsgálnak szimmetrikus, azonban külön figyelmet fordítanak a torzult alakzatok szimmetriakeresése.

Az irodalomban található módszereket a két- és háromdimenziós alakzatok tökéletes szimmetriáinak keresésére dolgozták ki. A közelmúltban megjelent módszerek a szkennelt modelleken talált tökéletes szimmetriák számolt eredményeit illesztik vissza a modellre, pl. VARADY (1997), MILLS (2001), SINGARE (2009).

Az kidolgozott algoritmusok eredményei igen különbözőek, ami köszönhető a különféle kitűzött célnak, valamint az algoritmusokhoz tartozó számolt, transzformált terek pontosságának. A kapott eredmények a különböző megjelenítési formáknak köszönhetően nehezen összevethetőek, előfordul, hogy ugyanazon alakzatra különböző eredményt adnak.
Az irodalomban legtöbbször egyszerű geometriai elemeket vizsgálnak, ezeket egyenesekkel vagy szplájnnokkal közelítik. Kevés módszer foglalkozik bonyolult, vagy többszörösen összetett, alámetszett alakzatok szimmetriáinak vizsgálatával. A szimmetriakereső eljárásokat leíró irodalmak többnyire alapkutatások, a módszert ismertetik, azonban a műszaki gyakorlat számára használható példát nem mutatnak be.

Az alaktényezőket több alakzatból álló rendszer kvantitatív morfológiai minősítése során alkalmazzák. GÁCSI (2001) szerint olyan alakzatok esetében ahol nincsenek előzetes ismereteink, ott a feladat sikeres megoldásához nehéz jól választani alaktényezőt. Ha azonban rendelkezünk bizonyos ismeretekkel az alakzatok morfológiájáról, szimmetria-tulajdonságairól, az alakzattípusok lehetséges számáról, akkor az könnyebbséget jelent az alaktényező kiválasztása során. Nehézséget jelent azonban a tükörszimmetrikus alakzatok azonosítása.

A gyakorlatban alakosztályozás akkor szükséges, amikor azt vizsgáljuk, hogy egy részecske alakja megfelel vagy nem felel meg valamilyen követelménynek. Ezekben a feladatokban a vizsgált alakzatok automatikus minősítésekor a körtől való eltérés számszerűsítése segít a döntésben.

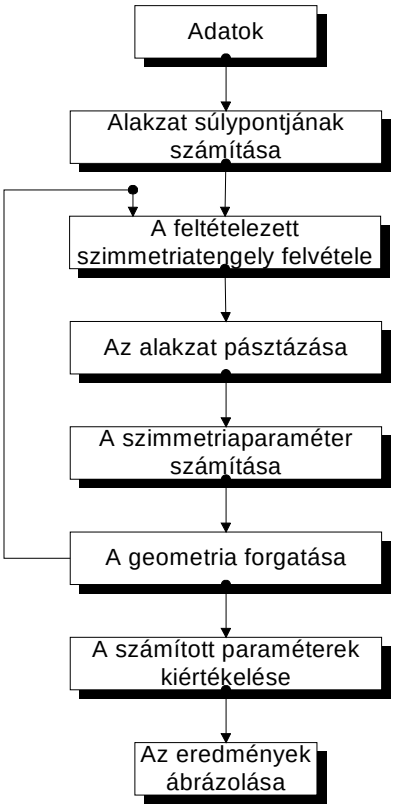
Az alakminősítési feladatok során a szakirodalomban található algoritmusok manapság már nem ütköznek a számítástechnika korlátaiba. A korszerű számítógépek alkalmazásával az osztályozási feladatok többsége valós idejű üzemmódban is elvégezhető. Azonban nagy felbontású vizsgálatoknál, amikor alakzatok jellemzésére használják az algoritmusokat, akkor 30 másodperctől több perc is lehet a szoftverek futási ideje. Ez laboratóriumi körülmények között elfogadható, de a továbblépés során a felbontás növeléséhez, és az online alkalmazásokhoz egyszerűbb, gyorsabb, általánosan alkalmazható algoritmusok fejlesztése szükséges.

3. ANYAG ÉS MÓDSZER

Doktori disszertációm a síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak keresése és a 2D alakzatok hasonlóságának vizsgálata témában elért eredményeimet foglalja össze. Ebben a fejezetben a tengelyes szimmetria keresésére mutatok módszert. A módszert lépésről lépésre részletesen ismertetem. Majd a kidolgozott eljárás alkalmazását segítő általam kidolgozott eszközöket mutatom be. Ezek az eszközök a képfeldolgozás és a szimmetria keresés területén nyernek alkalmazást. A műszaki területről vett alakzatok vizsgálatához esetemben digitális kép szolgál kiindulásként, ezért MATLAB -ban készítetem egy algoritmust a képek feldolgozásához. A képek számítógépes feldolgozása tette lehetővé a nagy felbontású képek vizsgálatát. A képfeldolgozás eredményét felhasználva Visual FoxPro fejlesztői környezetben létrehoztam egy szoftvert, amelynek a célja a nagymennyiségű adatok gyors feldolgozása.

3.1. Módszer

A munkám során síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáit vizsgálom. Az alakzat szimmetriatengelyét úgy keresem meg, hogy az alakzat súlypontján átmenő egyenesek sokaságával végigpásztázom a síkot. A pásztázás során abból a tézisből indulok ki, miszerint minden szimmetriatengelynek át kell haladnia a súlyponton. Minden a súlyponton átmenő egyenesre elvégzek egy számítási metódust, aminek az eredményeit rögzítem. Az így kapott adatok értékelésével kiválasztom a közelítő és a pontos szimmetria helyét. A mai számítógépek kapacitása mellett nem okoz gondot a nagyszámú adatok kezelése. Ebből kifolyólag a felületet sűrűn pásztázva igen pontosan lehet az eredményeket meghatározni. Az eredményeket diagramban ábrázolva jelenítem meg. A diagram kiértékelése során a helyi maximum értékeket vizsgálom.



19. ábra Az algoritmus (SZAKÁL, 2008a)

A munkám során egy szimmetriakereső algoritmust dolgoztam ki (SZAKÁL, 2008a, SZAKÁL, 2008d), amely egyszerűsége révén a szakirodalomban megismertekhez képest gyorsabb működést tesz lehetővé, és alkalmazható többszörösen összetett kontúrral rendelkező alakzatok esetében is.

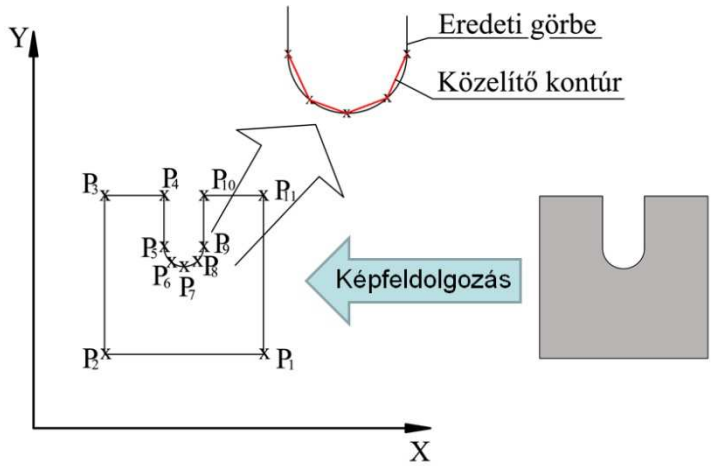
A különböző képalkotási módszerek eredményeként kapott képpontok sokaságának gyors vizsgálati algoritmusát dolgoztam ki. A képfeldolgozási módszerek eredményéül kapott nagymennyiségű képpontok gyors feldolgozása a fő cél. A vizsgált alakzat kontúrját szakaszokkal közelítem. Abban az esetben, amikor az alakzat kontúrja tartalmaz görbületet is, akkor az íveket sűrűn egymáshoz illesztett szakaszokkal közelítve veszem figyelembe (20. ábra).

Készítettem Visual FoxPro -ban egy programot, amely elvégzi a nagymennyiségű számításokat. Ez az alkalmazás az általam kidolgozott metódust használva számolja a síkbeli alakzat lehetséges szimmetriatengelyeinek mérőszámát.
Az algoritmus egyszerű parancsokból épített alkalmazás. Törekedtem az egyszerű, minél kevesebb lépésszámú feldolgozásra. Az 19. ábrán mutatom az algoritmus működési sémáját.
Az algoritmus végigpásztázza a súlyponton átmenő egyenesek sokaságát. Minden lehetséges variációt megvizsgál, hogy a tengelyes szimmetria szempontjából menynyire kedvező.
A következőkben ismertetem az általam kidolgozott számítási metódust. Azt a módszert, amellyel egy tetszőleges bonyolultságú alakzatot lehet megvizsgálni tengelyes szimmetria szempontjából. Valamint ismertetem az általam kidolgozott összefüggést a szimmetria számszerű értékének meghatározására.

3.1.1. 1. lépés: Adatok felvétele

A szimmetria-paraméter számításához az adott alakzat kontúrjára van szükség.

Az alakzatok kontúrvonalát egyenes szakaszokkal közelítem. A vizsgált alakzat kontúrjára pontokat kell illeszteni. A pontok számát a bonyolultságtól függően ritkíthatom, vagy sűríthetem. Ahol a kontúr görbülete változik, ott sűrűbben veszem fel a pontokat (20. ábra). A felvett pontok által meghatározott szakaszokkal közelítem az eredeti görbét. Ezeket a szakaszokat kerületi szakaszoknak neveztem.
Az algoritmus bemenete minden esetben a felvett egyenes szakaszok kezdő és végpontjainak táblázata. A pontoknak egymást az óramutató járásának megfelelő irányban kell követnie.



20. ábra A kerületi szakaszok és a kontúrt meghatározó pontok elhelyezkedése, P_i: a kontúron felvett pontokat jelöli.

Az adatok felvételéhez gyakran egy digitális felvétel a kiindulópont. A vizsgálni kívánt alakzatról készített bármilyen képformátumból kinyerhető a szükséges adat táblázat valamilyen képfeldolgozási módszerrel. A munkám során a MATLAB programot használtam a digitális képek feldolgozásához.

3.1.2. 2. lépés: A súlypont meghatározása

A szimmetria-paraméter definiálása során abból a tételből indulok ki, hogy síkbeli alakzatok esetében a lehetséges szimmetriatengelyek mindegyike áthalad az alakzat súlypontján. Amennyiben a vizsgált test vagy testrész szimmetriasíkkal rendelkezik, a súlypont a szimmetriasíkban helyezkedik el (SZAKÁL, 2008b).

Az alakzat súlypontjának meghatározásakor a térinformatikában használt súlypontszámítási metódust használom.

Az általam kidolgozott algoritmus a vizsgált alakzatból poligonokat (trapézokat) képez (21. ábra).

Az i.-ik trapéz területe a következő: $T_i = \frac{(x_{i+1} - x_i)\cdot(y_{i+1} + y_i)}{2}$ (29)

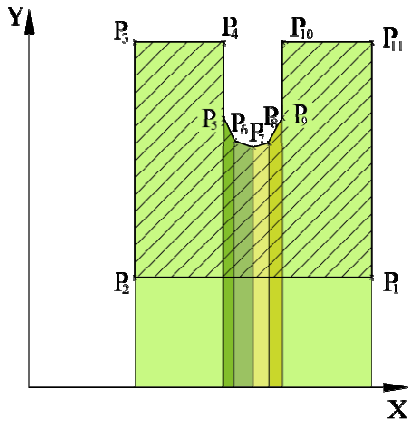
Ahol (x_i , y_i) és (x_{i+1} , y_{i+1}) az i. kerületi szakasz végpontjai.

Ha a pontok számozása az óramutató járásával megegyezik, akkor a terület pozitív előjelű, ha azonban a pontok számozása az óramutató járásával ellentétes, a területet negatív előjelet eredményez. Ezen súlypontszámítás helyes működéséhez a koordinátarendszert, úgy kell felvenni, hogy a súlypont körül megforgatott alakzat mindig az 1. sík negyedben maradjon.

A kontúr valamennyi oldalára elvégezve a trapézok területszámítását és az eredményt összegezve, a poligon területét eredményezi a metódus.

Az alakzat területe: $$T = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_{i+1} - x_i) \cdot (y_{i+1} + y_i)}{2} \qquad (30)$$

A 30 összefüggés alkalmazható többszörösen összetett, azaz több zárt kontúrral rendelkező alakzat esetén is. Összetett alakzatok esetén minden kontúrokra külön elvégezve a számítást, a belső lyukak kivonásával határozom meg az egész alakzat területét.



21. ábra A zárt geometria trapézokra bontása

A súlyponti koordináták az alábbi kifejezésekből nyerhetők:

$$x_s \cdot T = \int_T x \cdot dT \qquad (31)$$

$$y_s \cdot T = \int_T y \cdot dT \qquad (32)$$

Ebben a közelítésben azonban az integrálás összegzéssé egyszerűsödik.

$$x_s = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(y_i - y_{i+1} \right) \cdot \frac{\left(x_i^2 + x_i \cdot x_{i+1} - x_{x+1}^2 \right)}{6 \cdot T} \right] \tag{33}$$

$$y_s = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(x_{i+1} - x_i \right) \cdot \frac{\left(y_i^2 + y_i \cdot y_{i+1} - y_{x+1}^2 \right)}{6 \cdot T} \right] \tag{34}$$

Ha állandó vastagságú homogén test (lemez, héj) középfelülete egy sík, akkor ez szimmetriasík, azaz biztosan ebben a síkban van a súlypontja. (Ha állandó h vastagságú és térbeli felülettel határolt, akkor a súlypontjának mindhárom koordinátáját keressük).

Összetett alakzatok esetében, amikor egy alakzaton belül több zárt kontúr van, akkor minden zárt kontúrra számolom 33, 34 összefüggés alapján az adott alakzatrész súlypontját. A zárt kontúrral rendelkező alakzatrészek súlypontjaiból Steiner tétel segítségével számolom az egész alakzatra vonatkozó súlypontot.
Steiner tétele alapján az alakzat súlypont koordinátái:

$$x_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} \tag{35}$$

$$y_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} \tag{36}$$

M. Csizmadia (1996) szerint az elemi térfogat $dV = hdA$ formában kifejezhető. Figyelembe véve, hogy a térfogat $V = hA$, a súlypont helyvektora:

$$r_s = \frac{\int r dA}{A} \tag{37}$$

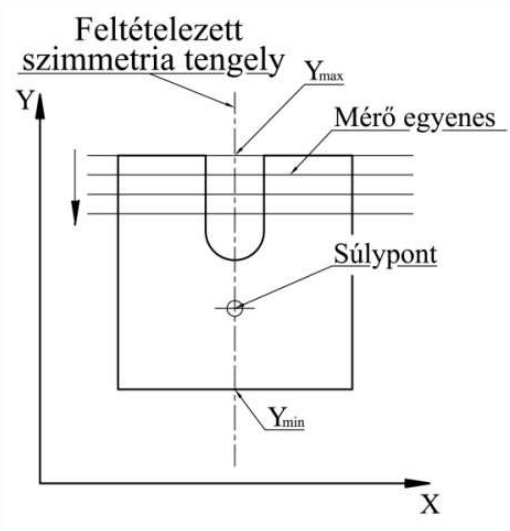
Vagy skaláris koordinátáival:

$$x_s = \frac{\int x dA}{A}; \quad y_s = \frac{\int y dA}{A}; \text{ vagy } x_s = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}; \; y_s = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} \qquad (38)\ (39)\ (40)\ (41)$$

3.1.3. 3. lépés: Pásztázás vízszintes vonalakkal

A súlyponton átmenő függőleges egyenest tekintem az első lépésben feltételezett szimmetriatengelynek, függetlenül az alakzat orientációjától. Minden esetben ez a kiinduló helyzet. Az eredmények generálása során mindig ehhez a helyzethez viszonyítva adom meg az adatokat.

Az algoritmussal megvizsgálom, hogy a feltételezett szimmetriatengelyre ténylegesen szimmetrikus-e az alakzat. Ez úgy történik, hogy az algoritmus egyenletes lépésközökkel végigpásztázza az „x” tengellyel párhuzamos egyenesekkel, az ún. mérő egyenesekkel az alakzatot (22. ábra).



22. ábra A kerületi szakaszok és a pillanatnyi szimmetriatengely

A pásztázás során meghatározom az ún. mérőszakaszok hosszait. Mérőszakaszokon a mérő egyenesek és a kerületi szakaszok metszéspontjainak a feltételezett tengelytől mért távolságait értem (az 23. ábra jelöléseivel b, j szakaszokat nevezem mérőszakaszoknak). Természetesen egy vízszintes pásztázási szinten több mérő szakasz is adódhat (24. ábra). A metódus során az előzőekben ismertetett mérő egyenesekkel függőleges irányban fentről lefelé haladva lépésről-lépésre végigpásztázom a síkidom teljes területét. A pásztázás mindig a felvett pontok maximális (Y_{max}) és minimális (Y_{min}) függőleges koordinátája szerint Y_{max}- tól az Y_{min}-ig tart fentről lefelé mutató irányban. A lépések távolsága az elvárt pontosságtól függ. Minél kisebbre vesszük a mérőszakaszok közötti távolságot, annál pontosabb az eredmény (azonban ez a program futtatási idejére jelentős hatással van).

3.1.4. 4. lépés: A szimmetria-paraméter számítása

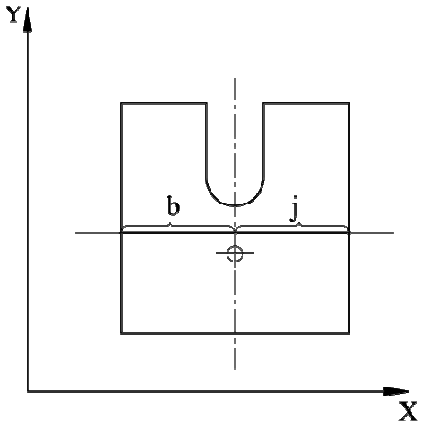
A Z szimmetria-paraméter a tengelyes szimmetriához való közelítést mutatja meg számszerű formában (SZAKÁL, 2009b). Ez a 0 és 1 közötti szám egyfajta mértéke lehet a szimmetria tulajdonságnak. A definícióhoz először a k. pásztázási szintre vonatkozóan a következő Z_k paramétert vezetem be:

Abban az esetben, amikor egy pásztázási szinten egy-egy metszéspont adódik a tengely két oldalán, Z_k számítása egyszerű. Az 23. ábra jelöléseivel:

$$Z_k = 1 - \frac{abs(b-j)}{b+j} \qquad (42)$$

ahol:
b: a kerületi szakasz szimmetria tengelyétől mért baloldali távolságot jelöli,
j: a kerületi szakasz szimmetria tengelyétől mért jobboldali távolságot jelöli.

A Z_k úgy van konstruálva, hogy ha az alakzatnak az adott mérő egyenessel való metszete pontosan szimmetrikus a feltételezett tengelyre, akkor b=j, tehát Z_k=1. Minél jobban közelít az alakzat a szimmetrikushoz, annál közelebb lesz Z_k értéke 1-hez.



23. ábra Mérő szakaszok értelmezése

Szimmetria szempontjából a legkedvezőtlenebb helyzet az, amikor a mérő szakasznak nincs a tengely ellentétes oldalán párja, azaz b>0 és j=0, vagy b=0 és j>0, ekkor Z_k=0, a legkisebb érték.
Mivel az (42) összefüggésben geometriai méretek hányadosa szerepel, Z_k dimenzió nélküli szám, értéke nem függ a geometriai mérettől.

Ha egy pásztázási szinten kettőnél több metszéspont adódik (24. ábra jelöléseivel b_1, b_2, ….b_n ; j_1, j_2, ….. j_m,), akkor a kiadódó b_i és j_i értékeket párba állítom, és ebből képzem a Z_k értékét (41) összefüggéssel.
Ha feltételezem, hogy a baloldalon több metszéspont van: n>m. Ekkor a párba állítást úgy kell elvégezni, hogy b_{m+1}-től kezdődően a b_i (i=m+1, … n) párja mindig j_i=0 (i=m+1, … n) legyen. Z_k értéke általános esetben a párokból számolt (42) szerint képzett kifejezések átlaga:

$$Z_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(1 - \frac{abs(b_i - j_i)}{b_i + j_i}\right) \qquad (43)$$

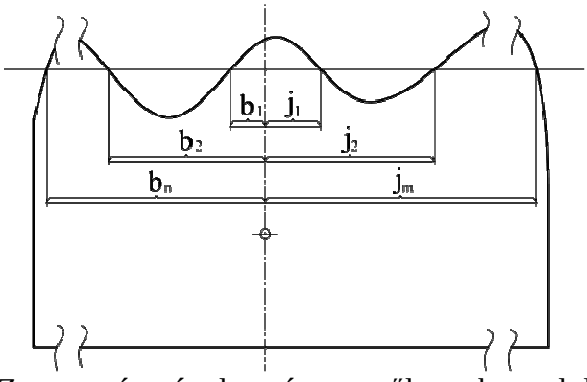
A szimmetria paraméter Z_k-k átlagából képezett Z paraméter:

$$Z = \frac{\sum_{k=1}^{N} Z_k}{N} \qquad (44)$$

ahol:
N: a pásztázási szintek számát jelöli az aktuális Y_{max}- tól az Y_{min}-ig

Mivel Z értékét átlagolással képzem (43), (44) és szerint, Z megtartja a Z_k értékek eredeti tulajdonságait:

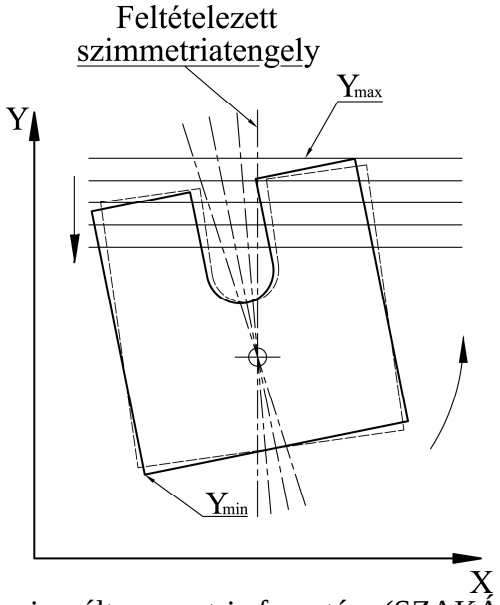
- Z a (0,1) intervallumban vehet fel értékeket,
- Z=1 a legkedvezőbb (pontos) szimmetria esete,
- Z=0 a legkedvezőtlenebb eset szimmetria szempontjából,
- A 0 és 1 közötti értékek annál jobban közelítő szimmetriának felelnek meg, minél közelebb van Z értéke 1-hez.
- Z dimenzió nélküli szám és értéke nem függ a síkidom méretétől, csak az alakjától.



24. ábra A Z_k paraméter értelmezése tetszőleges bonyolultság esetén (SZAKÁL, 2009b)

3.1.5. 5. lépés: A geometria forgatása

Miután az alakzat kezdeti orientációjára meghatározom a szimmetria-paramétert, a súlyponton átmenő feltételezett szimmetriatengely forgatásával is végigpásztázom az alakzatot. Ezzel a módszerrel keresem meg a valódi és a közelítő szimmetriatengelyeket. A számítások egyszerűsödnek, ha a feltételezett szimmetriatengelyt mindig függőlegesnek tekintem, és az alakzatot fordítom el kis lépésekben (25. ábra). Az elforgatás lépéseinek finomságától ($\Delta\alpha$ nagyságától) függ a számítás pontossága: minél kisebb $\Delta\alpha$, annál pontosabban tudom meghatározni a szimmetriatengelyeket. Az elforgatással történő pásztázás során a súlyponton átmenő feltételezett szimmetriatengelyekre meghatározom a Z paramétert, az elforgatás minden lépése után.



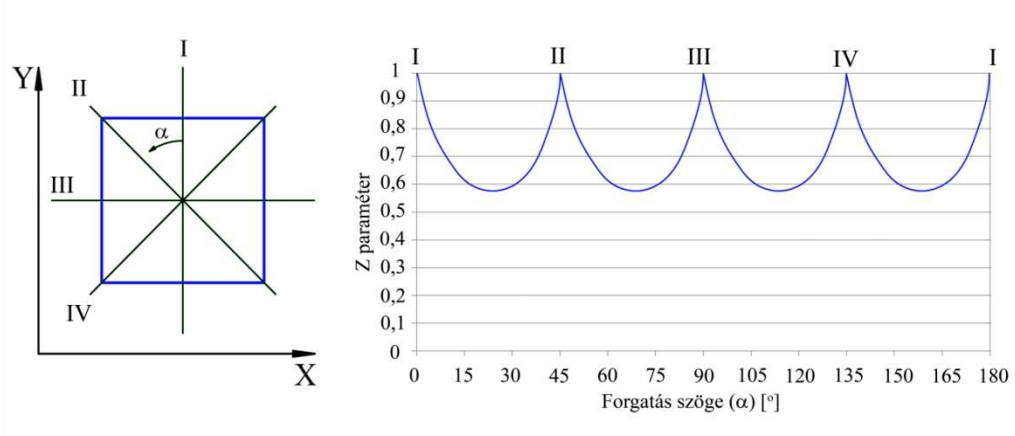
25. ábra A vizsgált geometria forgatása (SZAKÁL, 2009b)

A metódus tehát a teljes geometriát végigpásztázza úgy, hogy a vizsgált geometriát forgatja körbe 180°-al. Mivel az algoritmus a súlypont fölött és alatt is megvizsgálja az alakzatot, ezért a 180°-os forgatás már a teljes lefedettséget jelenti.

3.1.6. 6. lépés: A számított paraméterek kiértékelése, a szimmetria-diagram

Az algoritmus minden egyes forgatási helyzetben meghatározza a Z szimmetria-paramétert.
A Z értékekkel együtt rögzíti az aktuális forgatási szöget, az elforgatás minden lépése után. Az eredmények kiértékelése a szimmetria-paraméternek az elforgatás szöge szerinti változásából felvett diagram szerint történik. Ezt a diagramot nevezem a továbbiakban szimmetria-diagramnak.

Pontos tengelyes szimmetria ott áll fenn, ahol a görbe éppen Z=1 értéket mutat. Az ettől való eltérés mutatja meg, hogy a szimmetria milyen közelítő értékkel van jelen.



26. ábra A vizsgált geometriára vonatkozó Z paraméter értelmezése (SZAKÁL, 2009b)

A 26. ábrán egy négyzet szimmetria-diagramja látható. A négyzeten a számmal jelölt egyenesek (I, II, III, IV,) jelölik a vizsgált alakzat szimmetriatengelyeit. Az ábrán található diagramon látható, a Z=1 helyen jelölt pontok valóban megfelelnek ezeknek a számmal jelölt tengelyeknek.

3.2. Eszközök

A szimmetria vizsgálatával kapcsolatos kutatásaim során Windows rendszer alatt futtatható szoftvereket használtam. A választott programok mindegyike rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy nem teljesen feladatorientáltan specifikus, hanem univerzálisan használható. Az elkészült és használható algoritmus ez által nem igényel speciális eszközöket.

A munka során felhasznált programok a következők:

- Accu Image (képfeldolgozó)
- MATLAB (képfájl feldolgozás)
- Visual FoxPro (adatbázis kezelő)

Az **Accu Image** program képes értelmezni különböző képfájlokat valamint az MRI által létrehozott képeket is. Ezek alapján a fontos járulékos adatokkal (rétegek távolsága, kontrasztarány) együtt megjeleníti az elkészült felvételeket. Ebben a környezetben lehetséges a szürkeárnyalatos felvételeken kiemeléseket végezni. A szoftver képes a képek szegmentálása, feldolgozása.

A **MATLAB** neve a Matrix Laboratory rövidítésből származik. A MATLAB egy nagy hatékonyságú, interaktív, a tudományos és műszaki számítások valamint a számítási eredmények vizuális megjelenítésének támogatására kifejlesztett rendszer. Olyan eszközöket foglal magába, amelyek alkalmassá teszik numerikus analízisre, a jelfeldolgozás és a grafikus ábrázolás leggyakoribb feladatainak megoldására. Alapvető adattípusa a mátrix, amelyeket nem kell deklarálni. Segítségével összetett numerikus problémákat oldhatunk meg úgy, hogy a feladatot a matematikában szokásos módon írjuk le, mátrix és vektorműveleteket is alkalmazva, megkímélve magunkat a hagyományos értelembe vett programozástól.

A **Visual FoxPro** PC-n futó, teljes egészében menüvezérelt adatbázis-kezelő rendszer. Létezik DOS-os, Linux-os és Windows alatt futó változata is. Könnyedén készíthető segítségével ablakos, menüs adatbekérő- és megjelenítő képernyő. A grafikus felület tervezése, az adatbázis létrehozásának, módosításának, bővítésének megvalósítása az egér és menük segítségével történik, gyakorlatilag minden megtervezhető a képernyőn és a forráskódot majd a FoxPro generálja. Ezzel lényegében megvalósítja a platformfüggetlenséget, vagyis ugyanazt a tervezetet lefordítva különböző rendszereken is működő programot eredményez.

3.2.1. A szimmetriakereső szoftver

Síkbeli alakzatok szimmetriavizsgálatához készítettem egy algoritmust, amellyel megkereshető az adott alakzat szimmetriatengelye(i), annak hiányában a közelítő szimmetriatengelye(i). A számítás egyszerű, de nagy mennyiségű. Az ilyen számításokhoz a mai kor számítógépe a legalkalmasabb. Olyan tervező környezetek állnak rendelkezésre, ahol egyszerű parancsokból, nagy mennyiségű adat feldolgozása lehetséges akár néhány másodperc alatt. A kutatásom során síkbeli alakzatok képeivel, vagy 3D alakzatokról készült fényképek feldolgozásával foglalkozom.

A kutatásom során a 3.1 fejezetben ismertetet algoritmushoz készítettem egy számítógépes programot, amely a szimmetriatengely(ek) keresésére szolgál kétdimenziós képekről.
Az algoritmus, amely a tengelyes szimmetria keresésére szolgál három lépésből áll:

- képfeldolgozás,
- tengelyes szimmetriakeresés,
- eredmények megjelenítése.

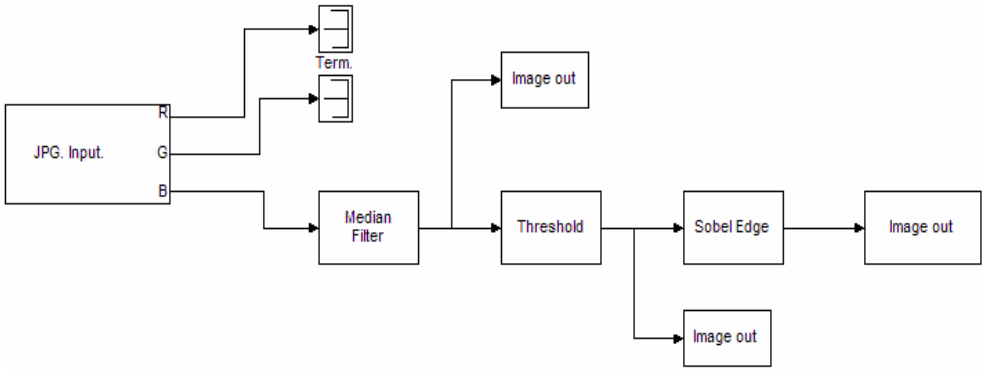
3.2.1.1. Képfeldolgozás

A tengelyes szimmetria kereséséhez a vizsgált alakzat kontúrvonalára van szükség. Az alakzatokról készült képekből ki kell nyerni azt a képi adatot, amely tartalmazza a vizsgálathoz szükséges alapadatokat. A fényképekből képfeldolgozó program segítségével keresem meg a vizsgálni kívánt alakzat kontúrvonalát.

Az adatok felvételéhez általában egy digitális felvétel a kiindulópont. A vizsgálni kívánt alakzatról készített bármilyen képformátumból kinyerhető a szükséges adat valamilyen képfeldolgozási módszerrel. A munkám során az alakzatok képéről a kontúrvonal felvételére a MATLAB programot használtam. A kép feldolgozása révén egy táblázat elkészítése a célom, amely tartalmazza a kontúr vonalat alkotó képpontok koordinátáit, egy rögzített koordinátarendszerben.
A következőkben az alábbi képen látható (27. ábra) csavaranya kontúrvonalának kiválasztását, valamint a kontúrvonal képpont koordinátáinak felvételét ismertetem.

27. ábra A JPG formátumú fénykép egy csavaranyáról

Készítettem a MATLAB segítségével egy algoritmust, (28. ábra) amely automatikusan készíti el táblázatos formátumba a koordinátapontokat képfájlból.

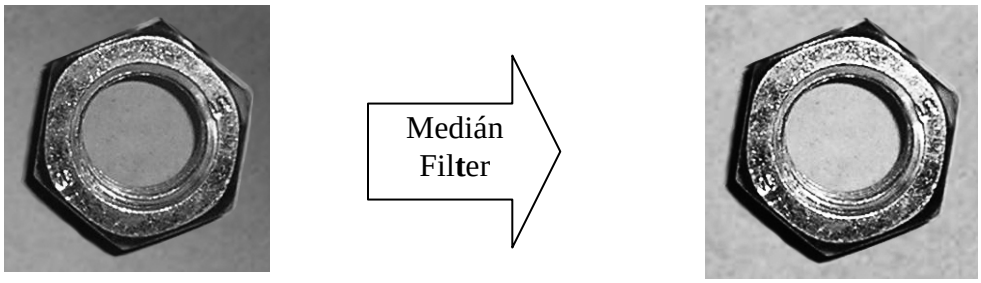


28. ábra A MATLAB képfeldolgozás folyamatábra

Az algoritmus digitális képből létrehoz egy mátrixot, amely annak a kontúrnak az adatait tartalmazza, ami a szimmetriavizsgálathoz szükséges. Az algoritmus a vizsgálandó színes képet három színre bontja (piros, zöld, kék, RGB).

A szükséges adatok kinyeréséhez célszerű egyszínű képet használni. A képfeldolgozás során a piros és zöld szín ki van kapcsolva, ezt a 28. ábrán látható term. rövidítésű a Terminátor záróelem látja el. Ezzel a záróelemmel lehet kikapcsolni a színes kép többi összetevőit. Esetemben a feldolgozás során a képet a kék szín árnyalatai fogják leírni, így egy szín jellemzi a képet. A kék szín fémek esetében jól elkülöníthető képrészeket eredményez. Különböző anyagok esetében a színüknek megfelelően választom meg, hogy melyik színkomponenst használom. A további feldolgozáshoz a kék színből a szürkeségi skála alapján hozom létre a szürkeárnyalatos képet. A képfeldolgozás ezen részénél, adatvesztéssel nem kell számolni, viszont így csak egy színből kell kiválasztani a szükséges kontúrt.

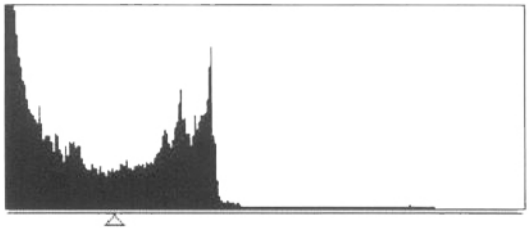
A kép inhomogenitásának csökkentése érdekében szükséges végezni egy képjavító szűrést (Median Filter). Ekkor a kép egységesebb lesz (29. ábra), nő a kép kontrasztja, így jobban szétválaszthatóak a különböző szegmensek. Erre főleg akkor van szükség, ha a felvétel különböző részein nem egyforma a fényerősség és a kontraszt.



29. ábra A kép szűrése

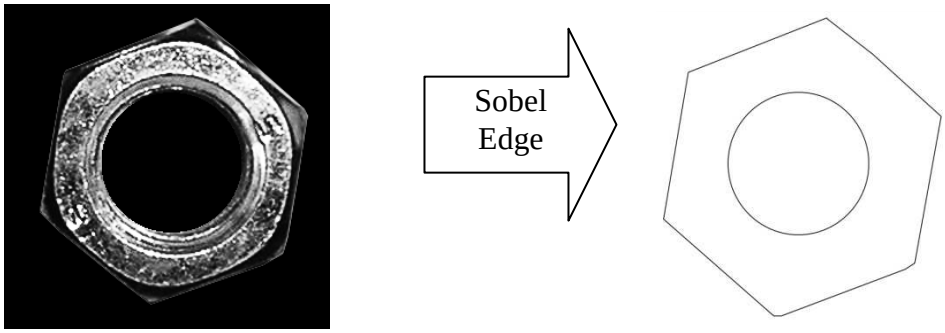
A következő lépésben a képen egy szűrő (határérték - threshold) segítségével a szürkeárnyalatos képből egy pusztán monokróm képet lehet készíteni. A szűrővel egy küszöbértéket lehet megadni, amivel a kép fekete és fehér aránya közötti kapcsolat állítható. Ezen érték beállításával határozható meg, hogy milyen színaránytól fogadom el fehérnek, ill. feketének a kép egyes részeit.
Ekkor előfordulhat információveszteség. Emiatt a kép hasznos részének, esetemben a kontúrt alkotó képpontok kiválasztását nem automatikusan végzem el, hanem kézi kijelöléssel választom meg a szürke skála küszöbértékét. Ezért itt lehetőségem van az adott kép élességének, fényintenzitásának megfelelő határérték küszöbértéket kiválasztani. Ezzel csökkenthető a képfeldolgozás során bekövetkező adatvesztés.

A szegmentálás előtti kép intenzitásának eloszlását az 30. ábrán látható hisztogram mutatja. A hisztogramon beállított küszöbérték szerint szelektálja, illetve megtartja az egyes részeket az algoritmus. A beállítással döntöm el, hogy melyik színárnyalat tartozik a vizsgált képrészlethez és melyik nem.



30. ábra A vizsgált kép hisztogramja

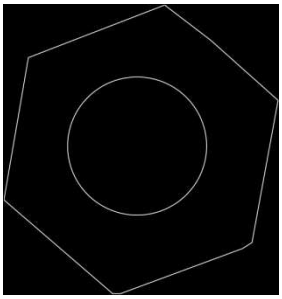
A szegmentálás műveletei után már közelítés nélkül leírható a keresett terület a vizsgált képen. A képen előfordulhat, hogy több a vizsgált részhez nem tartozó szegmentum is található. Az algoritmus számára manuálisan kell kijelölni azt az összefüggő területet, amely a vizsgálat tárgya. Ekkor a fekete fehér képen egy él kereső (Sobel Edge) operátor kiválasztja a két színárnyalat határán lévő kontúrvonalat (31. ábra).



31. Ábra A szegmentálás és élkeresés eredménye

Az élkeresés eredménye a kiinduló felvétellel megegyező méretű, de már csak két színből álló pixelgrafikus kép. A fekete szín a hasznos információkat nem tartalmazó részleteket takarja, a fehér pixelek pedig a kontúr elemeit jelölik (32. ábra).

A feldolgozott kép a MATLAB munkaterületére (Workspace) kerül, ahol a program mátrixként kezeli a képet. Mivel a mátrix csak 0-ból és 1-esből áll, ezért logikai mátrixról beszélünk. Az „1” értékek tartalmazzák a mátrixban a kontúrvonalat alkotó pixelek helyét. A vizsgált kép méretétől függően a mátrix 1200x1200 elemű vagy ettől nagyobb is lehet. A MATLAB-ban elkészített algoritmus a mátrixból kiválasztja az „1” értékű elemeket, majd a sorok és oszlopok sorszámait felhasználva egy táblázatban rögzíti az adatokat. Az így felvett oszlopokból és sorokból álló táblázat lesz a szimmetriaparaméter számítására alkalmas szoftver bemenő adata. Ez a táblázat a logikai mátrix „1” elemeinek a x, y koordinátát tartalmazza.



32. ábra A kontúrvonalat alkotó hasznos (fehér) pixelek

3.2.1.2. Tengelyes szimmetria keresése

A kutatásom során egy metódust dolgoztam ki síkbeli alakzat tengelyes szimmetria(ák) keresésére (lásd. 3.1. fejezet). A szimmetria keresésének metódusa egyszerű matematikai elemekből épül fel. A vizsgálni kívánt alakzat kontúrvonalán lévő pontok koordinátáiból indulok ki. A képfájlból egy az alakzatot leíró kontúrvonal pontjait tartalmazó táblázatot hozok létre a képfeldolgozás során. A táblázat értékeit felhasználva készítettem egy programot Visual Foxpro fejlesztői környezetben (33. ábra). A Visual Foxproban készült szimmetriakereső program a módszer fejezetben bemutatott algoritmus alapján végzi a számításokat.

Az általam készített szoftver a következő részekből áll:

1. bemenet
   - táblázat
   - paraméterek:
     - kerületi pontok felvételének sűrűsége,
     - függőleges pásztázás sűrűsége,
     - forgatásos pásztázás sűrűsége,
     - képpont hiba küszöbértéke.

2. funkciók, kimenetek
   - szimmetria-diagram számolása,
   - súlypont környezetének vizsgálata esetén a szimmetria-diagrammok sokaságának generálása,
   - hasonlóság vizsgálatokhoz diagramok összehasonlítása

Az általam kidolgozott szimmetriakereső program lehetőséget ad a különböző paraméterek beállítására. Ezek a paraméterek az alakzat vizsgálatának pontosságát befolyásoló tényezők, valamint a program számára végrehajtandó feladatot megfogalmazó kapcsolók.

Bemenet

Bemeneti táblázat

Az általam elkészített tengelyes szimmetriakereső szoftver, a képfeldolgozás eredményeként kapott táblázatba rendezett adatsor beolvasásával nyeri a számítások alapadatait. Ez a táblázat egy előre definiált Descartes-féle koordinátarendszerben felvett alakzat kerületi képpontjainak x,y koordinátáit tartalmazza.

A kerületi pontok felvételének sűrűsége

A képfeldolgozás során képfájlból egy rögzített koordinátarendszerben veszem fel a MATLAB -ban elkészítet képfeldolgozó algoritmussal a vizsgált alakzat kontúrjának képpontjait. Nagyfelbontású (5-10 Megapixel), és sok bonyolult alakzatot tartalmazó kép esetén az eltárolt kontúrt alkotó képpontok száma elérheti a több ezres nagyságrendet is. A Visual FoxPro –ban készítet szimmetriakereső algoritmus gyorsabb futása érdekében a kiinduló adatokat csökkentem azzal, hogy a vizsgált alakzat kontúrját egyenes szakaszokkal közelítem. A digitális kép feldolgozása révén egy táblázat elkészítése a célom, amely tartalmazza a kontúr vonalat alkotó szakaszok kezdő- és végpont koordinátáit.

A képfeldolgozás utolsó lépésében a kontúrt alkotó szomszédos képpontokat rendre összekötöm szakaszokkal. A szomszédos szakaszokra felírom az egyenes egyenletét, majd az m és b paraméterek segítségével eldöntöm, hogy a szomszédos szakaszok egy egyeneshez tartoznak-e vagy sem. Az egy egyeneshez tartozó szakaszok közül megkeresem az első és az utolsó szakaszokat, majd az első szakasz kezdő-, az utolsó szakasz végpont x,y koordinátáját rögzítem ,mint az adott egyenes részt leíró egyetlen szakaszt leíró pontokat.

Az alakzatot leíró pontsorozat mennyisége függ a bonyolultságtól. Csak egyenesekből álló kontúr esetén a kontúrt annyi pont írja le, ahány csúcspontja van az alakzatnak. A görbéket tartalmazó kontúrok esetén, a görbületet is szakaszokkal közelítem, annál pontosabbak a számítások minél több pontot veszek fel a görbén.

A szimmetria paraméter számításához a képfeldolgozás során kapott képpontokból nyert kerületi szakaszokat vizsgálom a továbbiakban.

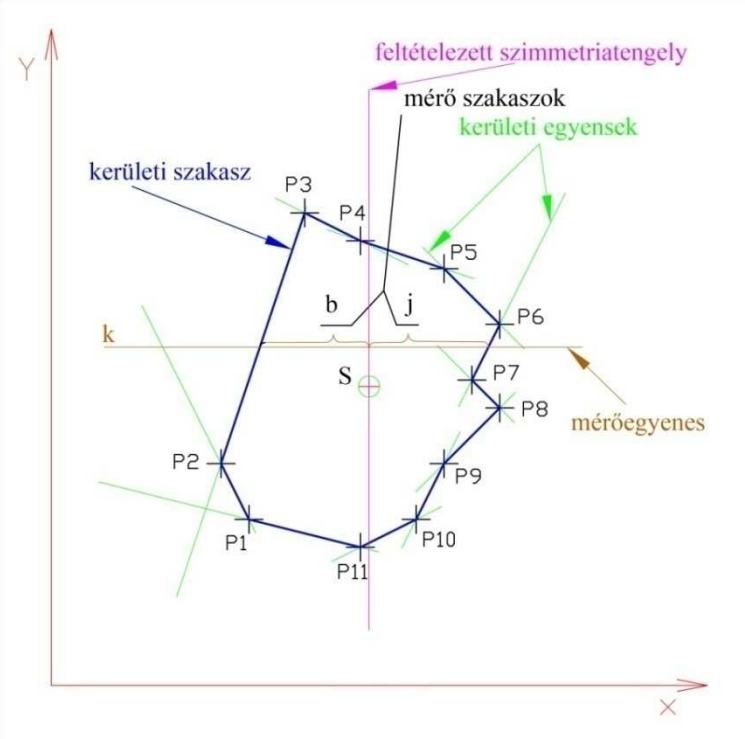
Függőleges pásztázás sűrűsége

A vizsgált alakzat minden egyes forgatási szöghelyzetében fentről lefelé indulva a program végigpásztázza a felületet mérő egyenesekkel. A mérő egyenesek egymáshoz képesti távolságát egy a program beállítása során megadott paraméter adja meg. A mérő egyenesek közötti távolság tetszőleges lehet. Azonban ennek a paraméternek az értékét célszerű a vizsgált alakzat méretéhez illeszteni. A mérő egyenesek léptetésére tapasztalataim szerint 1 dm^2 feletti területű alakzatok esetében 1mm, ettől kisebb alakzatok esetében a pontosságtól függően 0,1-0,01 mm –t célszerű beállítani.

Forgatásos pásztázás sűrűsége
Az alakzat tengelyes szimmetriáinak keresése során abból a feltételezésből indultam ki, hogy a szimmetriatengely minden esetben áthalad a súlyponton. A súlyponton áthaladó lehetséges szimmetriatengelyek száma végtelen. Egy paraméterrel szabályozom a súlyponton átmenő egyenletes eloszlású vizsgálati egyenesek számát. A beállított paraméter tetszőleges lehet. Felvehet forgatási szög lehet 10° – $0{,}0001^{o}$ is, vagy akár még ettől sűrűbb. A gyakorlati tapasztalatok szerint 1° – $0{,}1^{o}$ közötti beállítás kellő pontosságú eredményt *ad.*

Képpont hiba küszöbértéke
A szimmetria keresése során, a vizsgált alakzat kontúrjának pontjait olvasom be egy a képfeldolgozás eredményeként kapott táblázatból. A képfeldolgozás során előfordulhat olyan eset is, amikor az alakzat kontúrját alkotó képpontok nem alkotnak összefüggő folytonos sorozatot (szakadás van a kontúrvonalban). A probléma kiküszöbölésére a kontúr szakadásának helyén az első és utolsó képpontokat szakaszokkal kötöm össze, amennyiben a folytonosság hiánya nem halad meg egy előre beállított képpontszámot. Nagyobb folytonossági hiba esetén a program hibaüzenettel megáll.

Funkciók, kimenetek
Szimmetria-diagram számolása
Minden egyes forgatási szöghöz tartozó feltételezett szimmetriatengelyre számolja a program a Z_k –ból kifejezett Z paramétert. Eredményként minden egyes vizsgálati beállításhoz egy táblázatba rögzítem a függőlegeshez viszonyított súlyponton átmenő feltételezett szimmetriatengely szögét és a hozzá tartozó szimmetriaparamétert.
A szimmetriaparaméter számolásához a felvett adatok alapján számolom a b és j szakaszok hosszát. Az adatok táblázat ekkor a kerületi szakaszok végpont koordinátáit tartalmazzák. Ez alapján minden kerületi szakaszra felírom az egyenes egyenletét (y=mx+B), eltárolom az m és B paraméter, valamint az egyenes értelmezési tartományát a kerületi szakasz végpontjait. Az egyenesek egyenleteibe behelyettesítve a k vizsgálati szint y koordinátáját, számolhatók a metszéspontok. Minden k pásztázási szinten minden kerületi szakasz metszi a mérő egyenest. Minden metszéspontot megvizsgálok, hogy része-e a kerületi szakaszoknak. Mivel ebben az esetben minden pontnak ugyanaz az y koordinátapontja, ezért az értelmezési tartomány x értékeit hasonlítom össze a metszéspontok x irányú koordinátapontjaival. Ezzel egyértelműen meghatározom a valós metszéspontokat, majd azok távolságát a feltételezett szimmetriatengelytől. Ezeket a távolságokat, mint mérő szakaszokat jelölöm b és j –vel.



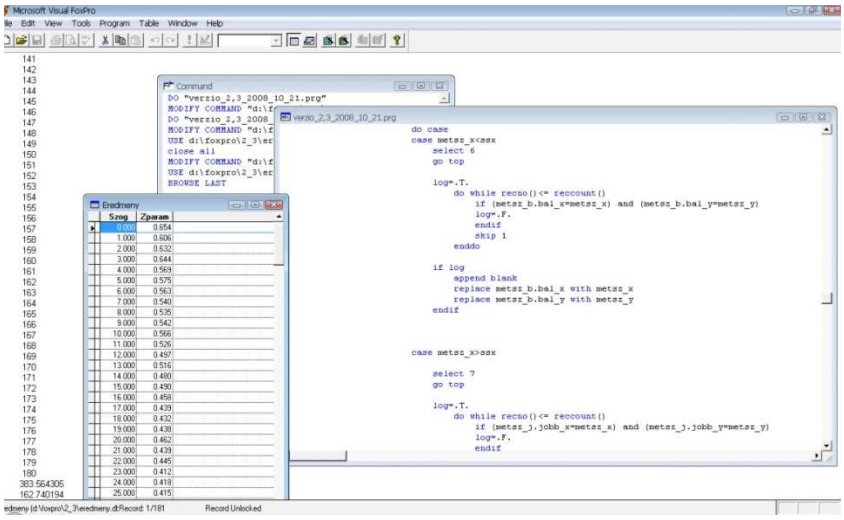
33. ábra A szimmetria paraméter számolásához magyarázó ábra

A súlypont környezetének vizsgálata esetén a szimmetria-diagrammok sokaságának generálása.

Az alakzat vizsgálata során előfordulhat, hogy nem a súlyponton átmenő egyenesek valamelyike adja a legjobb Z szimmetriaparamétert. Ebben az esetben lehetőség van a súlypont környezetében elhaladó lehetséges szimmetriatengelyek vizsgálatára. Ekkor az algoritmus két lépcsőben módosítja a súlypontot, és ismételten elvégzi a szimmetria-diagram felvételéhez szükséges számításokat. Az első lépés során egy az alakzat legnagyobb méretétől függő lépésközzel pontokat jelöl ki a súlypont körül, majd ezek mindegyikére elvégzi a futtatást. Az eredmények közül kiválasztja azt a pontot, amelyik futtatása során a legnagyobb Z paramétert számolta. A második lépésben ennek a pontnak a környezetét vizsgálja meg ugyanezzel a módszerrel.

A hasonlóság vizsgálatokhoz diagramok összehasonlítása

Alakzatok hasonlóságának vizsgálata során az algoritmus minden alakzatra elvégzi a futtatást, és táblázatban rögzíti a szimmetria-diagramhoz szükséges paramétereket. Mivel ebben az esetben az alakzatok elhelyezkedésének orientációja nem biztos, hogy megegyező, ezért a kapott eredményeket az alakzatok azonos állásához kell rendezni. Ez után lehet a kapott diagramokat értékelni.



34. ábra A Visual FoxPro kezelő felülete

3.2.1.3. Eredmények megjelenítése

A Visual FoxPro -ban készült tengelyes szimmetriakereső algoritmus az eredményeket táblázatos formában adja meg. A táblázat tartalmazza a forgatási szöghelyzeteket, valamint a hozzájuk tartozó Z paramétert.

A táblázat adatait felhasználva a program megjeleníti:

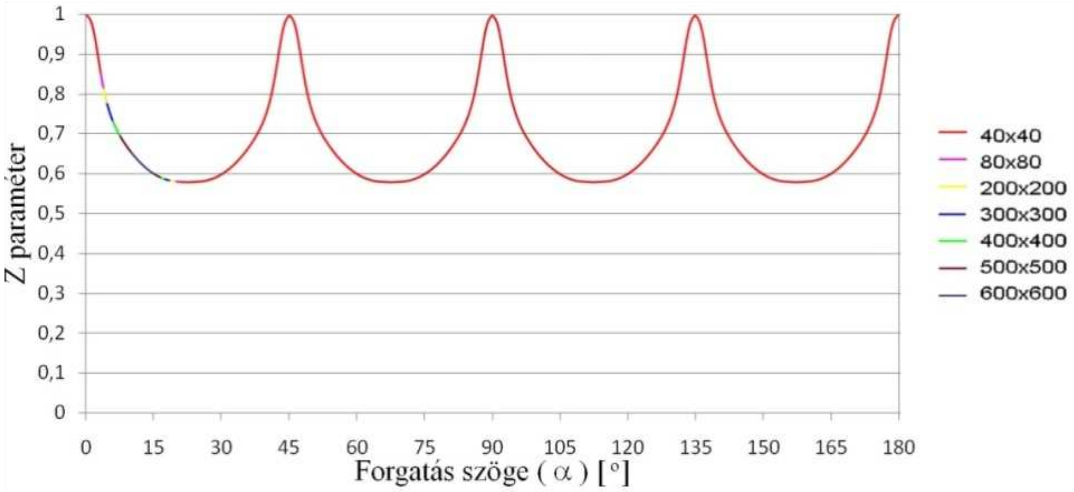
- az alakzatra vonatkozó szimmetria-diagramot,
- az eredeti alakzatra berajzolt Z=1 paramétert adó szimmetriatengely(ek) elhelyezkedését,
- alakzatok hasonlóságának vizsgálati eredményét,
- alakzatok szimmetria tulajdonságaik alapján készült csoportosításának, válogatásának eredményét.

4. EREDMÉNYEK FELDOLGOZÁSA, ÉRTÉKELÉSE

Ebben a fejezetben az általam kidolgozott szimmetria paraméter használata során szerzett tapasztalataimat mutatom be, az előző fejezetben ismertettem az általam kidolgozott szimmetria paraméter számítására megalkotott algoritmust a futtatási eredményeivel. Az algoritmus gyors alkalmazhatósága érdekében készítettem egy programot Visual FoxPro -ban. A futtatásaimat minden esetben, ebben a környezetben végeztem el.
A következőkben néhány teszt eredményeit mutatom, ahol a szimmetria diagram méretfüggetlenségét és a különböző alakzatokra számolt paraméterek egyediségét ismertetem, valamint mutatok egy jellemző alkalmazást a válogató algoritmusra.

4.1. A szimmetria paraméter mérettől való függetlensége

A Z paraméter definíciója miatt független a geometriai méretektől, csak alakfüggése van. Ennek az a következménye, hogy eltérő méretű, de hasonló síkidomoknak a szimmetria-diagramja azonos (SZAKÁL, 2008c). Hasonlónak tekintem azokat az alakzatokat, amelyek két tetszőleges pontjának egymástól való távolsága és a másik alakzat megfelelő pontjainak egymástól való távolsága között levő arány állandó.
A Z paraméter mérettől való függetlenségének igazolását a következő példán ismertetem.

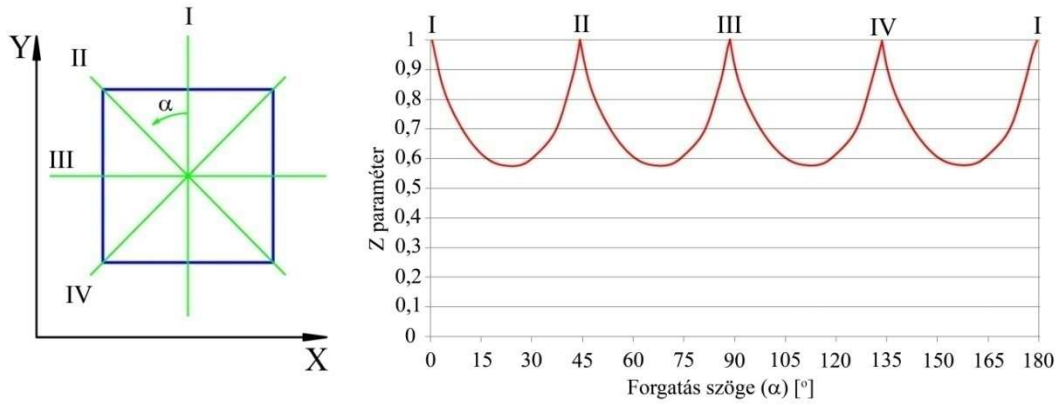


35. ábra Hasonló alakú, de eltérő méretű alakzatok görbéi
0-15° tartományban a görbék megszakítva az egymáson lévő görbék láthatósága érdekében

A teszt során egyszerű alakzatot választottam a könnyű követhetőség érdekében. Különböző méretű négyzetre futtattam az algoritmust. A négyzetek mérete 40x40 mm - 600x600 mm tartományban voltak.
A futtatást ugyanazokkal a paraméterekkel (a pásztázás szöge $\Delta\alpha=0{,}2^0$; a vízszintes pásztázás lépésköze $\Delta L=0{,}1$mm) végeztem minden esetben. A 35. ábrán látható, hogy a kapott görbék teljesen fedik egymást. A láthatóság érdekében az egymáson lévő görbéket rétegenként kitörten 0-15° tartományban, így különböző színnel láthatóak az egymáson fekvő görbék.

4.2. A szimmetriadiagram egyedi jellege

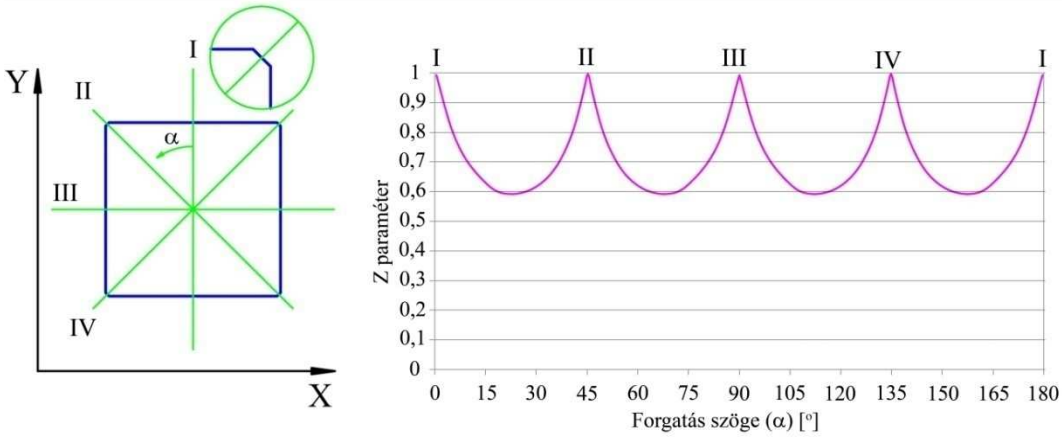
A következő példán azt mutatom meg, hogy a szimmetria-diagram rendkívül érzékeny a kontúr változásaira, ezzel párhuzamosan azt is demonstrálom, hogy a szimmetria-diagram a síkidomok egyedi tulajdonságát mutatja. A szimmetria-diagram a síkidomok alakjellemzője. A síkidom alakjának változtatása hatására megváltozik a szimmetria-diagram görbéje is.
Öt esetben torzítottam az eredeti (36. ábra) négyzeten, így a kapott eredmények is mást-mást mutatnak.



36. ábra 90x90 mm négyzet és szimmetria-diagramja (SZAKÁL, 2008c)

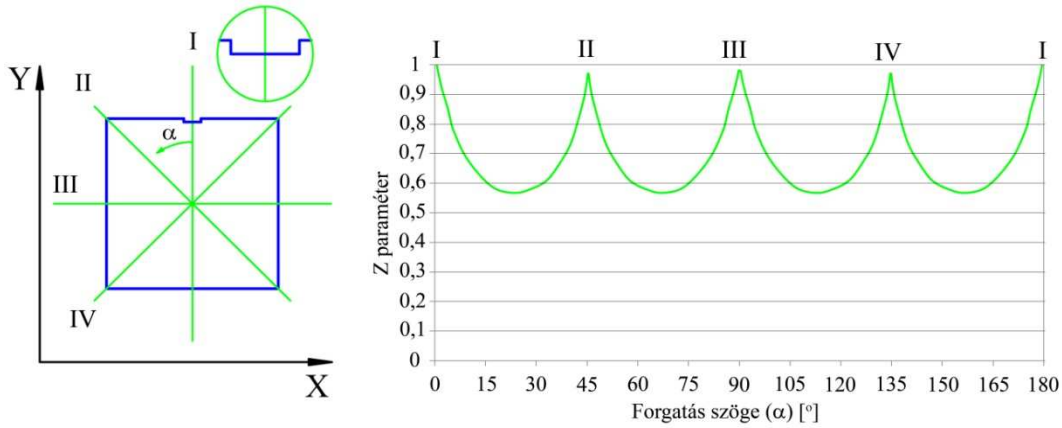
Az „eredeti” négyzet 90x90 mm-es méretű, ezt módosítottam az alakzatok szimmetriaparaméterének egyediségét vizsgálva. A 36. ábrán I, II, III, IV jelöli a szimmetriatengelyeket, és azok helyét. A szimmetria-diagramon látható legkisebb paraméter Z=0,58.

A 37. ábrán a négyszög sarkait törtem le. A négyzet sarokpontjaiban 1x1 mm –es letörést alkalmaztam. A torzítás a négyzet oldalainak hosszváltozását tekintve ≈2 %, a terület változását tekintve ≈0,00025%. Ettől a változtatástól a tengelyes szimmetriák száma megmaradt (a 37. ábra jelöléseivel: I, II, III, IV). A szimmetria-diagramon látható legkisebb paraméter Z=0,595. Ez azt jelenti, hogy a módosítás hatására az alakzat szimmetriatengelyei nem változtak, viszont a legkisebb paraméter értéke növekedett.



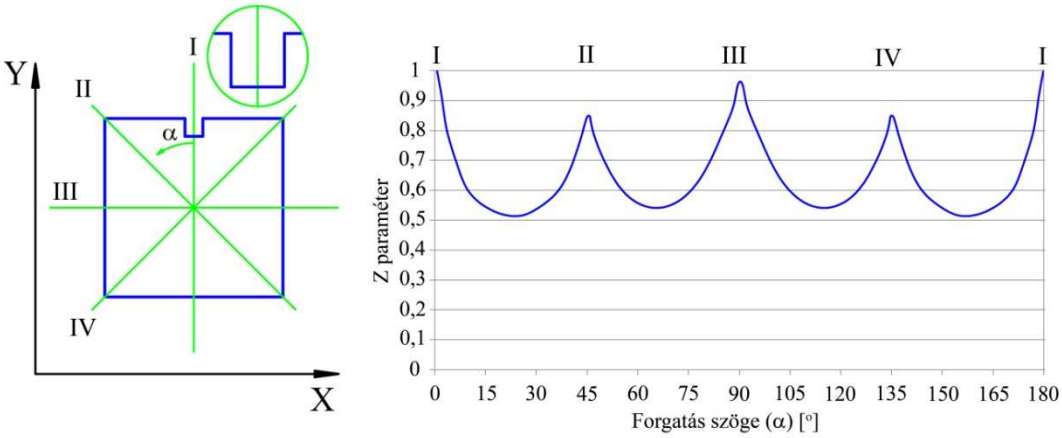
37. ábra A teszt alakzat sarokpontjai módosítva és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 38. ábrán jelentősebb bemetszést alkalmaztam, a bemetszés 3x6 mm. Az ábrán látható, hogy itt már a pontos szimmetriatengelyek száma lecsökkent egyre (ábrán I jelű egyenes), valamint három közelítő szimmetriatengely található (az ábrán II, III, IV-el jelölve). Ha úgy torzul az alakzat, hogy az előzőekhez képest sérülnek a tényleges szimmetriatengelyek, akkor azok azonnal érzékelhetővé válnak a számolt paraméterekben. A 35. és 36. ábrán 4 szimmetriatengely látható (a szimmetria görbe I, II, III, IV pontokban is eléri a Z=1 értéket), ezzel szemben a 38. ábrán már csak az I –el jelölt pontban éri el a görbe a Z=1 értéket. Itt a többi helyen már csak Z=0,98 a lokális helyi maximum érték, ezért már csak közelítő szimmetria tengely van jelen.



38. ábra 3x6 mm bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

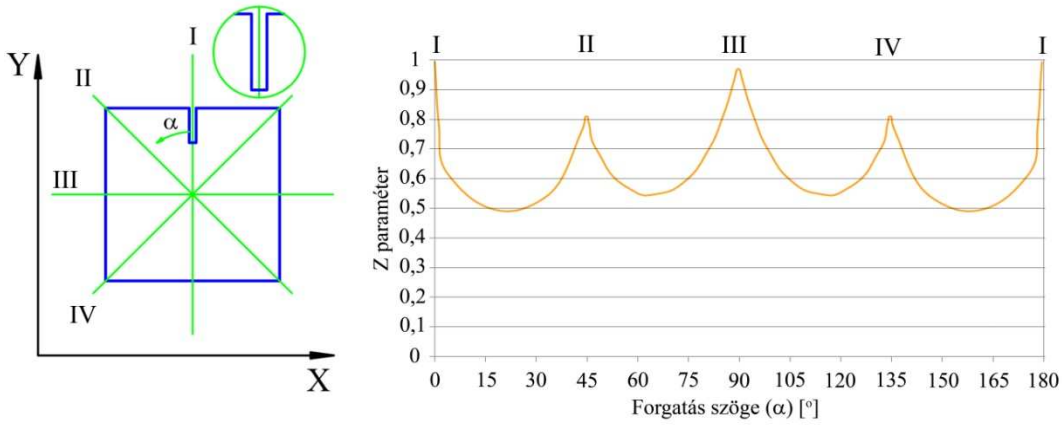
A 39. ábrán a bemetszést mélyebbre készítettem (6x6 mm). Ezért ez már másként viselkedik, mint az előző ábrán bemutatott alakzat. A különbség abban mutatkozik, hogy a diagramban nagyobb eltérés tapasztalható. Már az előző esetben is érzékelhető az alapgeometriára számolt paraméterektől való eltérés, itt pedig még jelentősebb a diagramok különbsége. A 39. ábrán III -mal jelölt pontban közelítő szimmetria látható, míg a II -es és IV-es pontokban már csak Z=0,845 értéken szerepel, ami kevésbé közelíti a szimmetriát.



39. ábra 6x6 mm bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

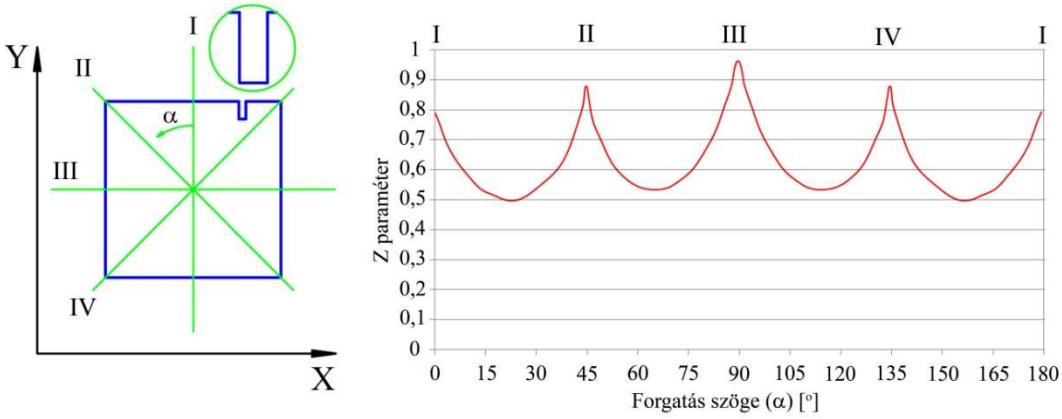
A 40. ábrán egy keskeny, de mély bemetszést ejtettem az alap geometrián, ebben az

esetben is látható az eredményekből, hogy észrevehető mértékű eredménytorzulást okoz az eredeti alakzathoz képest. A bemetszést ismét úgy ejtettem, hogy az I -el jelölt tengelyes szimmetria megmaradt. A szimmetriagörbén a III -mal jelölt helyen Z=0,98 értékkel közelítő szimmetria van jelen, tehát ez a tengely nem érzékeny az ilyen típusú bemetszésre. A II -es és IV -es helyen jelölt szimmetria paraméter már jelentős eltérést mutat, itt csak Z=0,805 értéken van jelen a szimmetria, tehát csak közelítő szimmetriáról beszélhetünk.



40. ábra 2x10 mm bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

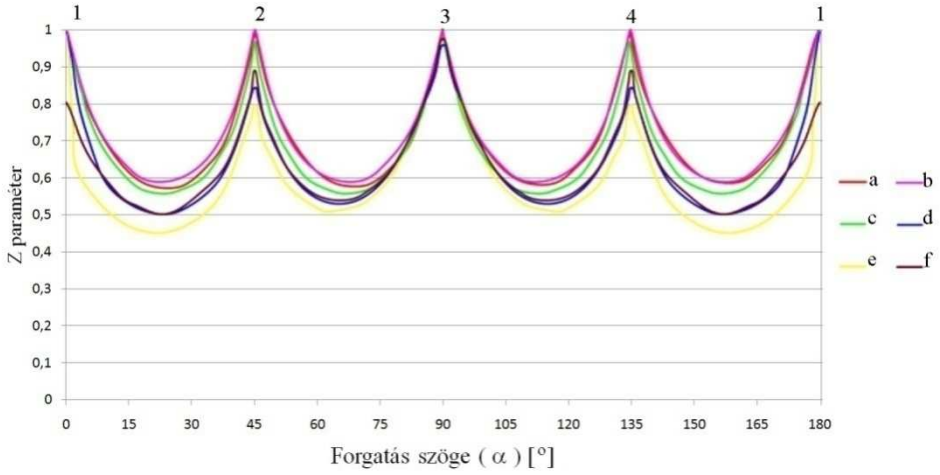
A 41. ábrán az alapkontúrt úgy változtattam meg, hogy a bemetszést egy tetszőleges általános helyen vettem fel 2x5 mm méretben. Ebben az esetben a kapott eredményekből kitűnik, hogy most az I -el jelölt helyen sem szimmetrikus az alakzat. A legjobb közelítő szimmetria csak Z= 0,975 értéket ért el a III -as pontban. A II -es és IV -es tengelyek esetében a közelítés mértéke Z=0,88.



41. ábra 2x5 mm aszimmetrikus bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 42. ábrán a 36 - 41. ábrák elemeit mutatom összegezve. Ezen az ábrán látható az

alapgeometriától való eltérés jól detektálható különbségeket eredményez a vizsgálat során.



42. ábra A 36 - 41. ábrák összegzése (SZAKÁL, 2008c)

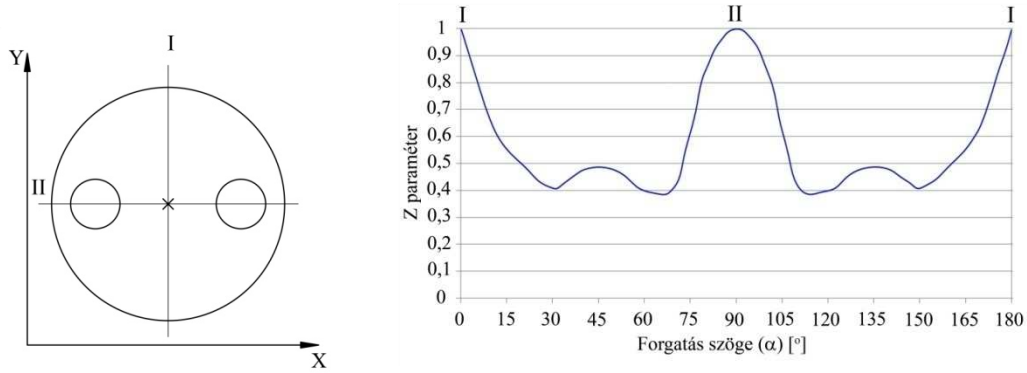
Piros színel látható az eredeti kontúrra elvégzett számítás eredménye, majd rendre a többi is feltüntetve. A diagramból látható, hogy a 90x90 mm –es négyzet sarokpontjait letörve 1x1 mm –re (ezzel közelítve a tökéletes körhöz), a görbe minden pontjában nagyobb Z értéket mutat, mint a kiindulásnak használt eredeti négyszög. A többi esetben, amikor változtattam a négyzet egyes oldalait (egy oldal kis részének kicsípésével), akkor jelentős eltérést mutatnak a kapott görbék, pedig az általam alkalmazott „hibák területe” a kiinduló alakzat területének csupán 0,45% -a a legrosszabb esetben is.
Az alakzaton végzett egészen kicsi módosítás, torzulás hatására is a jelentős különbségeket vehetünk észre a kapott szimmetriagörbéken.

4.3. Többszörösen összetett alakzat vizsgálata

A műszaki életben előfordulhat olyan eset is, amikor egy alakzat kontúrja nem ír-

ható le egyetlen zárt görbével. Alámetszések, furatok találhatóak benne. Ilyenkor összetett geometriáról beszélünk a szimmetria vizsgálat szempontjából. Erre az esetre mutatok egy példát a következőkben.

A vizsgált geometria egy tárcsa benne két furattal (43. ábra).



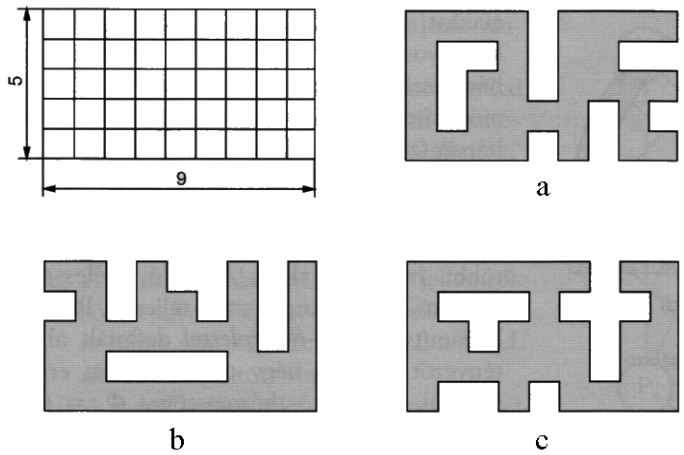
43. ábra Összetett geometria vizsgálata SZAKÁL, 2008b

Ha a vizsgálat tárgya egy körív lenne, akkor a kapott paraméter Z=1 értéket venne fel a teljes szögtartományban. Mivel elhelyeztem két furatot is a külső kontúron belül ezért a vizsgálatok során a 43. ábrának megfelelő eredményt kaptam. Az I és II számmal jelölt pontokban az Z=1 tehát az alakzat szimmetrikus. Ezen a két ponton kívül a többi szögtartományban még csak közelítő szimmetriát sem mutat a vizsgált geometria Z<<1.

A szakirodalomban fellelt alakzatok vizsgálata

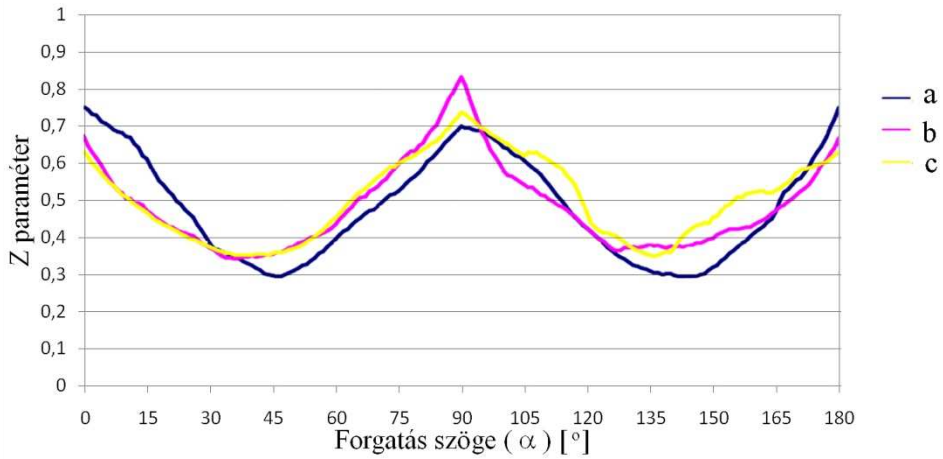
Szakirodalomból kiderült, hogy az alakjellemzők származtatásának korlátai nincsenek, a lehetőségek tárháza végtelen. Tetszőleges alakzatok jellemzésére azonban igen nehéz jól használható összefüggést megfogalmazni. A vizsgálatokhoz előzetes ismeretek szükségesek az alakzatok minősítéséhez. Ezen előzetes ismeretek alapján lehet kiválasztani a megfelelő algoritmust az alakzat kvantitatív minősítésére. Ha azonban nincsenek előzetes ismereteink a feldolgozás során pl. automatizált, alakminősítés, akkor előfordulhat, hogy a használt algoritmus nem tud megkülönböztetni két hasonló, de szemmel láthatóan eltérő alakzatot.

Gácsi (2001) néhány példát mutat egyes alaktényezők használatának korlátaira.



44. ábra Azonos geometriai alapadatokkal jellemzett, de eltérő morfológiájú alakzatok (GÁCSI, 2001)

A 44. ábrán látható téglalapok egységnyi oldalél-hosszúságú négyzetelemből szerkesztettek. A három alak esetében minden alap geometriai jellemzője, amiből alakjellemzőt lehet származtatni az megegyezik. Gácsi (2001) alapjellemzőnek tekinti az alakzat A (terület), P (kerület), D (átmérő), B (minimális szélesség) geometriai jellemzőket, valamint a különböző transzformációk lyukakkal kibővített alakzat $\alpha(h)$, és az ún. konvex burkot reprezentáló $\alpha(c)$- eredményeként kapott A_c, A_h, P_c, P_h, jellemzőket.
A három alakzat szemmel láthatóan nem egyezik meg, ennek ellenére a geometriai alapjellemzőkkel nem különböztethetők meg.

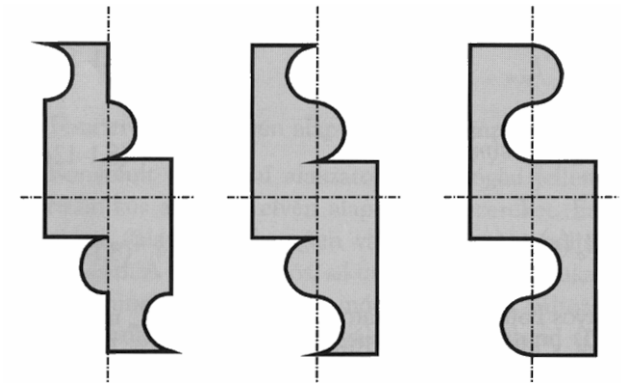


45. ábra A 44. ábrán mutatott alakzatok szimmetria-diagramjai(SZAKÁL, 2009b)

Automatizált online képfeldolgozás, alakminősítés esetében a gyors eredmény ér-

dekében célszerű egyszerű könnyen kezelhető paraméterek alapján döntést hozni (SZAKÁL, 2009b).
A 45. ábrán látható szimmetria-diagrammok a 44. ábrán mutatott hasonló alakzatok futtatás eredményei. Gácsi (2001) szerint a geometriai alapadataik szerint nem különböztethető meg. Az általam kidolgozott algoritmussal különbséget lehet tenni a mintának mutatott és a hasonló alakzatok esetében is. Az ábrán látható diagramok hasonlóak, mint az alakzatok, de nem egyformák. Egyszerű gyorsan futtatható, a példában szemléltetett összetett alakzatok esetében is alkalmazható.

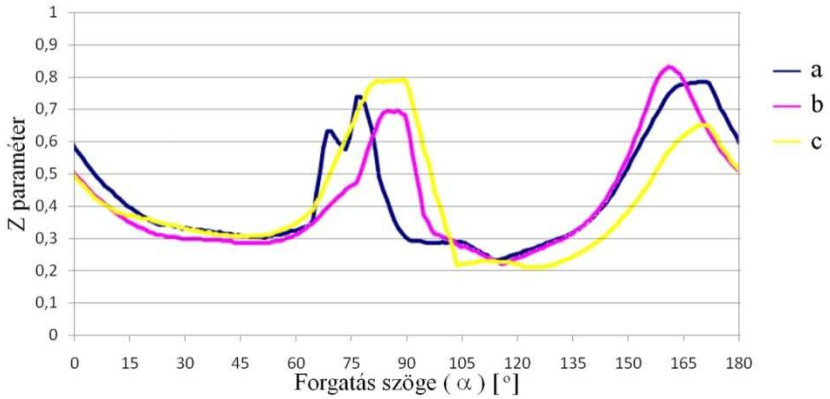
Gácsi az alapjellemzőkön túl példát mutat a Fourier analízisen alapuló alakjellemzési eljárásokra is. Abban az esetben, amikor az egyszerű alapjellemzők nem adnak eredményt, akkor célszerű egy magasabb szintű alakjellemzést használni. Ilyen a Fourier-analízisen alapuló alakjellemző eljárás is.



46. ábra Azonos kerületű és területű, de különböző alakú síkidomok (GÁCSI, 2001)

A 46. ábrán látható három alakzat azonos kerületű és területű, de az alakjuk különböző. Réti (1988) szerint az alakzatok a Fourier analízisen alapuló távolságfüggvény módszerével nem különböztethető meg. Az első alakzatról kimutatható, hogy különbözik a második és a harmadik alakzattól, de a második és a harmadik alakzat már nem különböztethető meg egymástól. Tehát a Fourier analízisen alapuló módszer nem mindig ad értékelhető eredményt, és nem alkalmas összetett alakzatok vizsgálatára sem.

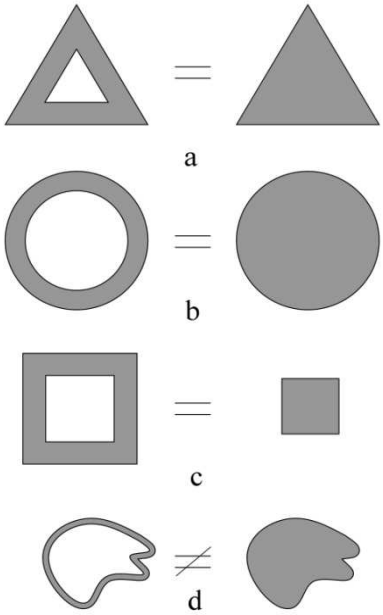
A 47. ábrán látható szimmetria-diagramok jellegüket tekintve hasonlóak, mindegyiken közel azonos szöghelyzetben vannak a szélső értékek, és a függvények emelkedő és csökkenő ága is hasonló, de a különbségek jól láthatók. Az új algoritmus futtatásának eredményéből megkülönböztethetők egymástól az irodalomban mutatott minta alakzatok.



47. ábra A 46. ábrán mutatott alakzatok szimmetria-diagramjai (SZAKÁL, 2009b)

4.4. Az algoritmus alkalmazhatóságának korlátai

Azok az összetett alakzatok nem különböztethetőek meg egy egyszerű hasonló alakzattól, amelyek külső és belső kontúrjai hasonlóak és koncentrikusak. A külső és belső kontúrok egy hasonlósági transzformációval egymásba leképezhetők. Pl. a kör, háromszög, négyszög, ötszög, stb. alakzatokból képzett alakzatpárok nem különböztethetőek meg egymástól, az ilyen típusú alakzatokat mutatom az 48. a-c ábrán.



48. ábra Összetett és egyszerű alakzatpárok

Tapasztalataim szerint a gyakorlati futtatások során, ha a vizsgált összetett alakzatokon a képfeldolgozás során még észlelhető kis hiba, torzulás található, akkor az algoritmus képes különbséget tenni közöttük. Egy alátét és egy rugósalátét szimmetria-diagrammja különbséget mutat. Egy alátét és egy korong megkülönböztethető egymástól, ha valamelyiken, a használat során sérülés keletkezik. A gyakorlatban legtöbbször azért használható eredményesen az algoritmus, mert kis különbségekre, hibákra is érzékenyen reagál.
A 48/ d ábrán mutatott összetett szabálytalan alakzat és a lyukkal kiegészített párja látható, ezen alakzatpárt az algoritmus meg tudja különböztetni. Ugyanis a lyukkal rendelkező alakzat gyűrű része nem egyenlő vastagságú a kontúron található törések környezetében.

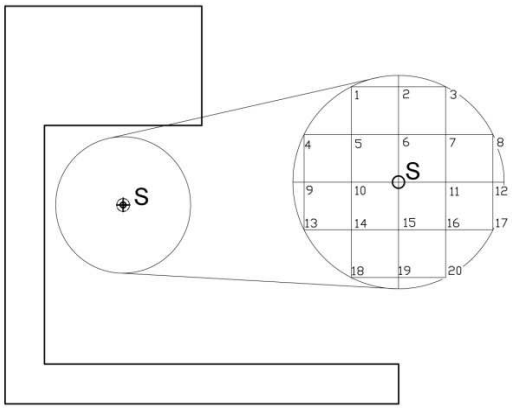
4.5. Legjobban közelítő globális szimmetriatengely keresése

A legjobb globális szimmetriatengely meghatározása során az adott alakzatra vonatkozó maximális Z paramétert keresem.
A munkám során abból a feltételezésből indultam ki, hogy egy alakzat szimmetriatengelye biztosan átmegy a súlypontján. Ez az állítás igaz minden olyan esetben, amikor az alakzatnak van legalább egy szimmetriatengelye. Azonban ha, nincs pontos szimmetria, nem biztos, hogy a legjobban közelítő szimmetria tengely a súlyponton átmenő egyenesek között található meg. Ezért célszerű a súlypont körül elhaladó egyeneseket is megvizsgálni a tengelyes szimmetria szempontjából. Előfordulhat, hogy egy a súlypont mellett elhaladó egyenesre számolt Z paraméter értéke magasabb lesz. A szimmetriakereső algoritmussal a súlypont eltolásával megvizsgálok minden olyan alakzatot, amelynek nincs teljes szimmetriatengelye ($Z \neq 1$).

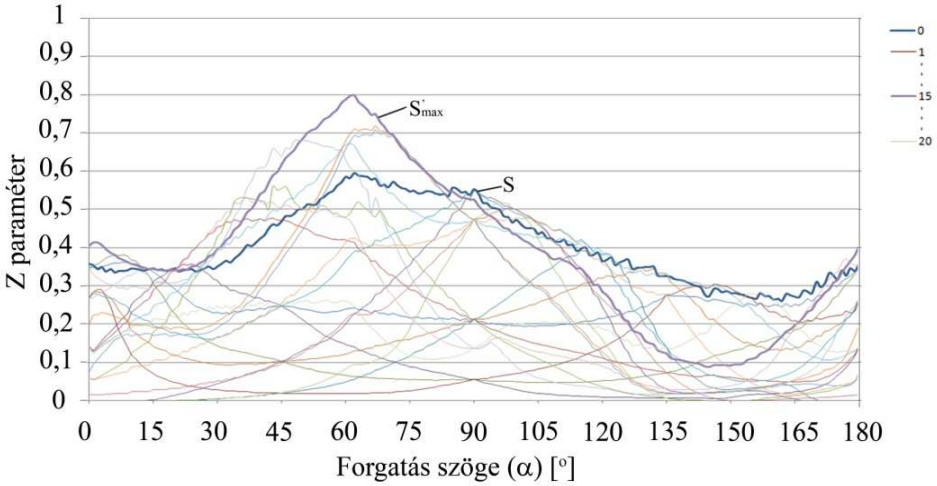
A súlypont eltolásának eredményeit egy egyszerű alakzaton mutatom be. Az alakzat kontúrvonalán kívül esik a súlypontja. Az alakzat alsó és felső részének területe nem egyezik meg, és az oldalarányok is különbözőek, ezzel biztosítottam az alakzat általános mivoltát.

Az alakzat súlypontjának környezetére egy négyzetrács hálót illesztve és a rácspontokra, mint módosított (S’) súlypontra elvégezve a szimmetriakeresést, megvizsgálom van-e jobb közelítő-szimmetriatengely, mint a súlyponton átmenő. Azt a területet, amely a lehetséges módosított súlypontokat tartalmazza, az alakzat legnagyobb méretének függvényében választom meg.

A vizsgált alakzat legtávolabbi pontjainak távolságát alapul véve a súlypont 20 % -os környezetében egy elsődleges vizsgálatot készítek. Az elsődleges futtatás során a kijelölt vizsgálati területen minden esetben 20 futtatást hajtok végre. A 49. ábrán 1-20 –ig terjedő számok az eltolt S' súlypontokat jelölik.



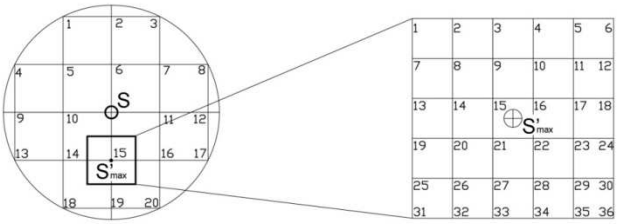
49. ábra A súlypont eltolása szimmetria kereséséhez



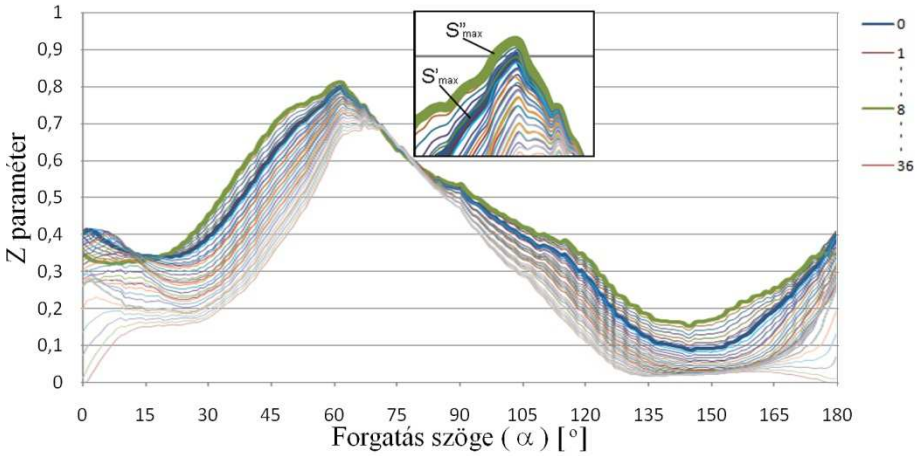
50. ábra Az elsődleges súlyponteltolás eredménye

A futtatás során kapott eredmények közül a legnagyobb Z paramétert adó S' környezetét az algoritmussal ismét megvizsgálom egy második számítási sorozattal. A második közelítés során az S'_{max} értékének környezetét kijelölöm ki újabb vizsgálatra. Az elsődleges vizsgálat, durva közelítést ad a legjobb globális szimmetria keresésére. A második közelítés során az első közelítés S'_{max} környezetében a 51. ábrán mutatottaknak megfelelően újabb 36 futatás hajtok végre.

Az első vizsgálat során megállapított S'_{max} környezetét nagyobb felbontással újraszámolva, a kapott eredmény megfelel a műszaki gyakorlat elvárásainak.



51. ábra Az S'_{max} környezetében felvett mérési pontok



52. ábra A második nagyobb felbontású futatás eredménye

A második vizsgálati területet úgy választom meg, hogy ha az S'_i pontok mindegyikére felveszek egy ugyanekkora területet, akkor még éppen ne legyenek átfedések, így minden lehetséges területet megvizsgálok a nagyobb felbontással. Ezzel a módszerrel az eredeti alakzat legnagyobb méretéhez viszonyítva 0,4 % felbontást alkalmazok a legjobb szimmetriatengely keresése során.

A 52. ábrán látható a S'_{max} környezetére felvett pontokra futtatott algoritmus eredménye. A kapott görbék ezen S'_{max} környezetét jellemzik. A kis súlypont eltolásnak köszönhetően a szimmetria-diagram görbéi, hasonló jellegűek. A számolt szimmetria-diagramok közül választom ki a legnagyobb Z_{max} paramétert mutató görbe eltolt súlypontját (S''_{max}).

A súlypont módosításának köszönhetően a vizsgált alakzatra meg tudom határozni azt a pontot, amelyen átmenő egyenesekre a legnagyobb Z paraméter érték számolható. Ez a szimmetria-diagram fogja tartalmazni az adott felbontással elérhető az alakzatra jellemző Z_{max} paramétert.

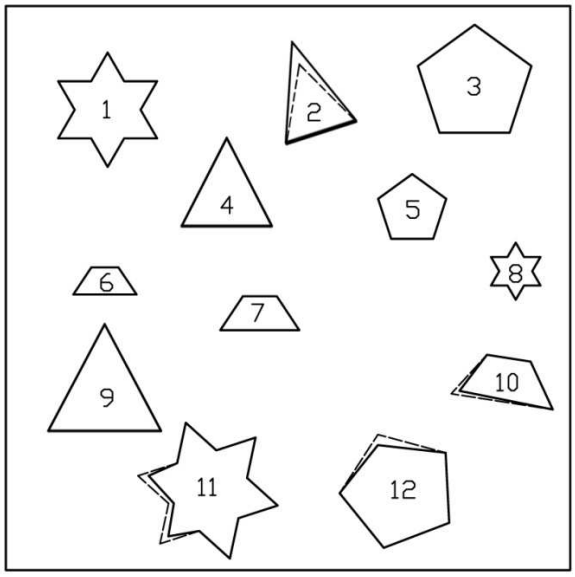
A mai számítógép teljesítmények mellett nem okoznak gondot a többlépcsős futtatások. A program futási idejét nem befolyásolja jelentősen újabb vizsgálati terület kijelölése.

4.6. Alakzatok válogatása

A szimmetriadiagram alkalmas olyan feladatra is, amikor egy adott területen különböző alakzatokat kell felismerni. Ebben az esetben is igaz, hogy az alakzatokra méretüktől függetlenül jellemző az egyedi szimmetriadiagram. Kihasználva ezt a tulajdonságot, egy adott területen rendezetlenül elhelyezkedő különböző méretű és alakú geometriai elemeket vettem fel. A felvett elemek között elhelyeztem néhány közelítőleg hasonló alakzatot is. Ezzel példát mutatok arra, hogy ha a vizsgált alakzat a képfeldolgozás során sérült, ettől függetlenül fel tudja ismerni az algoritmus. A példákban úgy helyeztem el az elemeket, hogy azok kontúrjai ne keresztezzék egymást. Jelen algoritmus nem alkalmas átfedéssel elhelyezkedő alakzatok felismerésére.

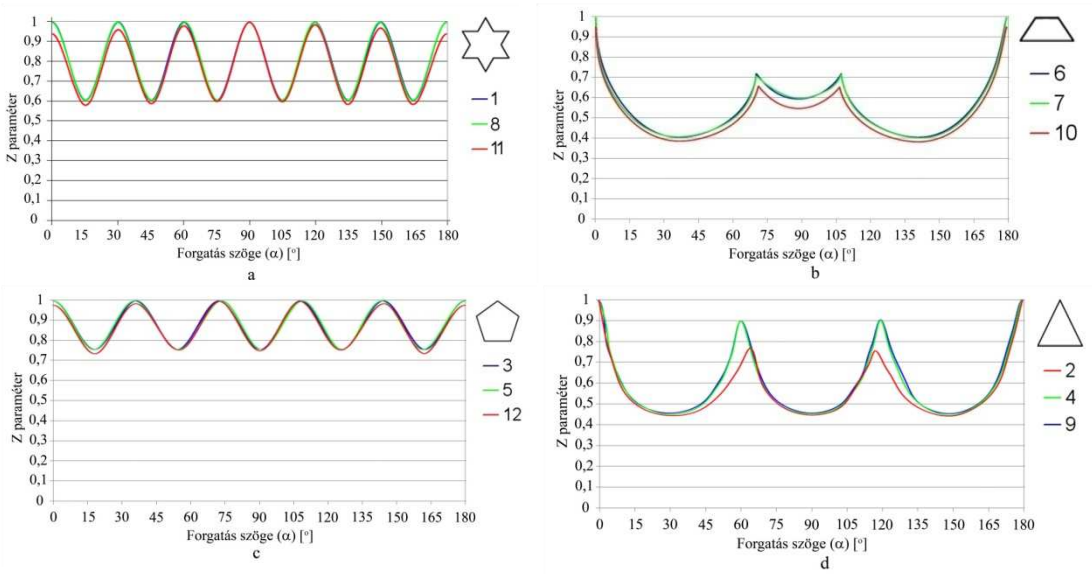
4.6.1. Egyszerű szabályos alakzatok válogatása

A szabályos alakzatok vizsgálatához egy kijelölt vizsgálati területen felvettem szabályos alakzatokat egyenlő oldalú háromszöget, trapézt, ötszöget, hatágú csillagot, az 53. ábrán mutatott alakzatok közül a 1. 4. 5. 7. számmal jelölve. Az alakzatokat különböző méretben vettem fel, ezek a 3. 6. 8. 9. számmal jelölt alakzatok. Felvettem jól láthatóan torzult alakzatokat, amelyek a 2. 10. 11. 12. számmal jelöltek, ezeken szaggatott vonallal jelöltem a szimmetrikus eredeti alakzatot. A torzított alakzatok orientációja is más, mint a szabályosaké.



53. ábra Rendezetlenül elhelyezkedő szabályos alakzatok (SZAKÁL, 2008b)
szaggatott vonal: torzított alakzatok esetében jelzésként az eredeti szimmetrikus alakzat
folytonos vonal: a vizsgált alakzat

A kijelölt területre futtatva az algoritmust, megkapom a különböző alakzatok szimmetria-diagramjait. A diagramokat összehasonlítva és csoportosítva szelektálhatóak a különböző alakzatok. Az alakra azonos, de a méretben különböző alakzatok szimmetria-diagrammjának egyformának kell lennie, míg a kissé torzult alakzatok diagramjai is megtartják az eredetihez hasonló jellegüket.



54. ábra A 53. ábrán mutatott alakzatok eredményei csoportosítva (SZAKÁL, 2008b).

A 54. a ábrán a 1. 8. 11. alakzat (a 53. ábra jelöléseivel) szimmetria-diagrammja látható. Az 1. 8. alakzat görbéi jól fedik egymást, mivel ezek hasonlóak, csak méretben különböznek.

A 11. alakzat egy kis mértékben torzult, aminek az eredményeként az alakzatra meghatározott szimmetriagörbe megtartja az eredetihez hasonló jellegét (piros görbe), de eltér attól. Mivel nem nagy a torzulás mértéke, ezért felismerhető ez az alakzat is.

A 54. b ábrán a 6. 7. 10. alakzat (a 53. ábra jelöléseivel) szimmetria-diagrammja látható. A 6. 7. alakzat görbéi jól fedik egymást, mivel ezek hasonlóak, csak méretben különböznek. A 10. alakzat egy kis mértékben torzult, aminek az eredményeként az alakzatra meghatározott szimmetriagörbe megtartja az eredetihez hasonló jellegét (piros görbe), de eltér attól. Az eltérés kicsi, mivel nem nagy a torzulás mértéke, ezért felismerhető ez az alakzat is.

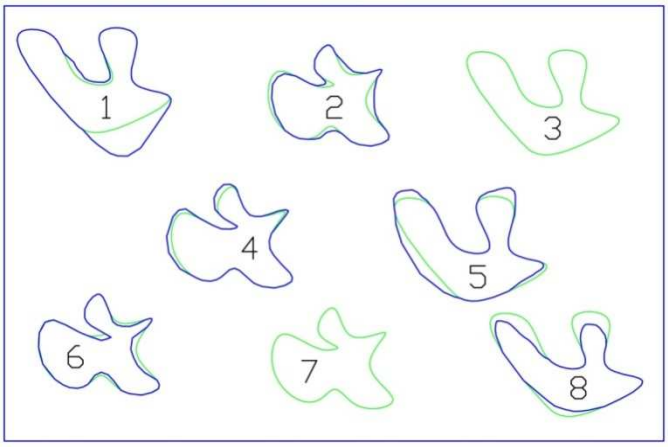
A 54. c ábrán a 3. 5. 12. alakzat (a 53. ábra jelöléseivel) szimmetria-diagrammja látható. Az 3. 5. alakzat görbéi jól fedik egymást, mivel ezek hasonlóak, csak méretben különböznek. A 12. alakzat egy kis mértékben torzult, aminek az eredményeként az alakzatra meghatározott szimmetriagörbe megtartja az eredetihez hasonló jellegét (piros görbe), de eltér attól. Mivel nem nagy a torzulás mértéke, ezért felismerhető ez az alakzat is.

A 54. d ábrán a 2. 4. 9. alakzat (a 53. ábra jelöléseivel) szimmetria-diagrammja látható. A 2. 4. alakzat görbéi jól fedik egymást, mivel ezek hasonlóak, csak méretben különböznek. A 9. alakzat egy kis mértékben torzult, aminek az eredményeként az alakzatra meghatározott szimmetriagörbe megtartja az eredetihez hasonló jellegét (piros görbe), de eltér attól. Az eltérés kicsi, mivel nem nagy a torzulás mértéke, ezért felismerhető ez az alakzat is.

A példából kiderül, hogy az algoritmus különböző alakzatok felismerésére alkalmas. A futtatás során, ha ismerjük a „mester” darab jelleggörbéjét, akkor ahhoz hasonlítva eldönthető az alakzatok hasonlósága. Ha a futtatás során ismeretlen alakzatokat vizsgálunk az algoritmussal, akkor az alakzatok hasonlóság szerint csoportosíthatók.

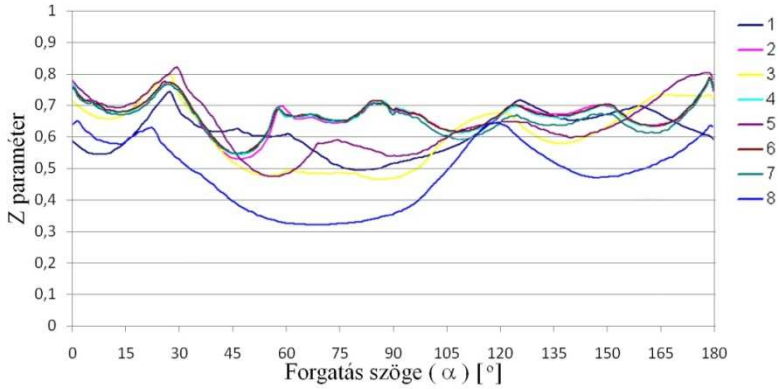
4.6.2. Szabálytalan alakzatok válogatása

Egy kijelölt vizsgálati területen két különböző szabálytalan alakzatot vettem fel ez a 55. ábra jelöléseivel a 3. és a 7. alakzat. A két alap alakzattól eltérő kontúrokat jelöltem vékony vonallal az eltérések szemrevételezéséhez. A 3. alakzathoz hasonló az 1. 5. és a 8. alakzat. A 7. alakzathoz hasonló a 2. 4. és a 6. alakzat.



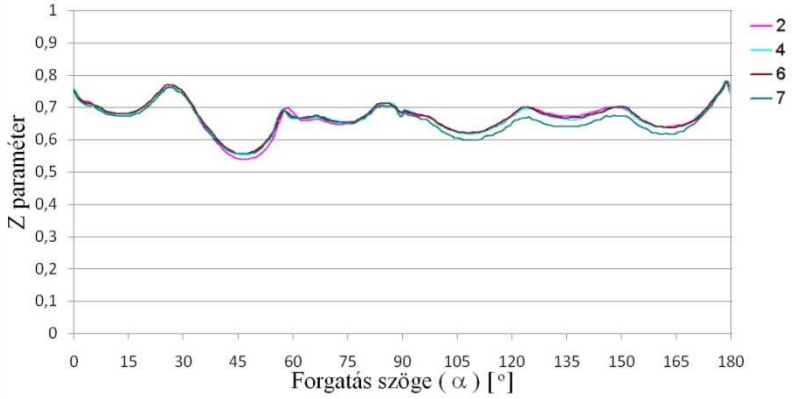
55. ábra Szabálytalan alakzatok egy vizsgálati területen

A kijelölt vizsgálati területre futtatva az algoritmust, minden alakzatra egyedi szimmetria-diagramot kapok. A diagramokat összehasonlítva és csoportosítva szelektálhatóak a különböző alakzatok. Ha vannak előzetes ismereteink a vizsgált alakzatokra, akkor a referenciához képest lehet a szükséges csoportosításokat megtenni. Abban az esetben, amikor nem lehet megállapítani a vizsgált alakzatok közül melyik a referencia, akkor a kapott eredményeket összegezve kell megvizsgálni a csoportosítás lehetőségeit.

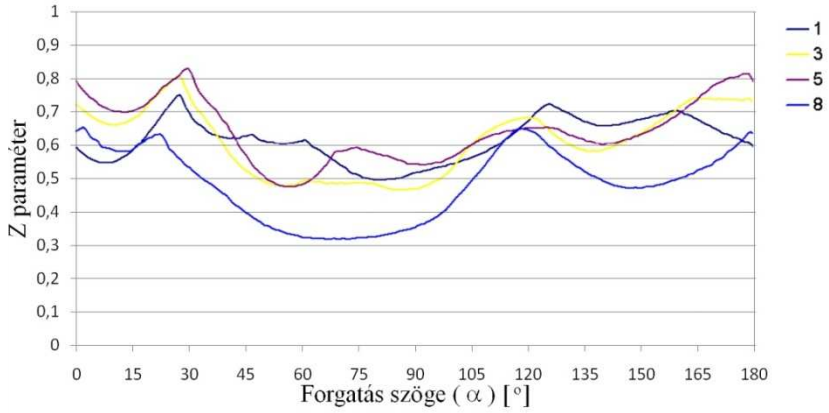


56. ábra A 55. ábrán mutatott alakzatok szimmetria-diagramjai

Az eredmények görbeseregéből az első módszerrel az 3% különbséget meg nem haladó görbéket válogattam ki. Ezek a görbék azokat az alakzatokat jellemzik, amelyek egymáshoz képest kicsi eltérést mutatnak. A 57. ábrán látható, hogy abban az esetben, ha az alakzatok egymáshoz képest 3% -nál kisebb eltérést mutatnak, akkor egyszerű módszerrel kiválaszthatók egy adott halmazból, mivel közel hasonlóak egymáshoz a szimmetria-diagrammjaik is. A kissé torzult alakzatok diagramjai is megtartják az eredetihez hasonló jellegüket.



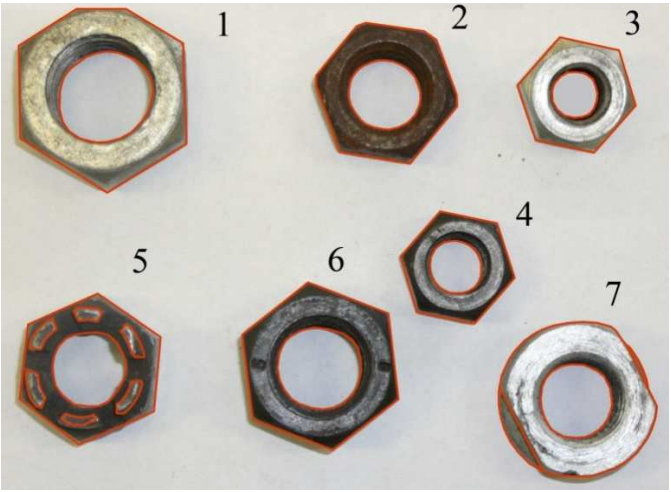
57. ábra Az 3% hibahatáron belüli alakzatok szimmetria-diagramjai



58. ábra A 55. ábra jelöléseivel a 3. alakzathoz hasonló alakzatok

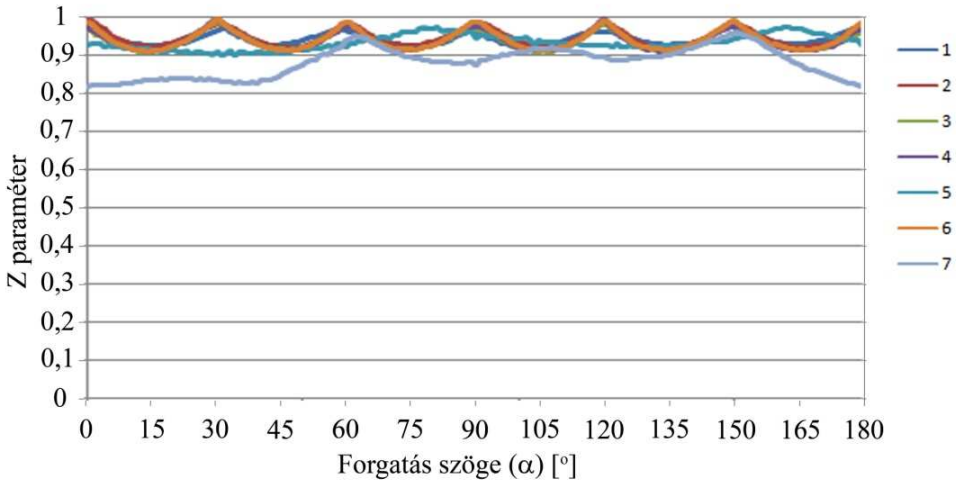
4.6.3. Alkatrész válogatás kiértékelésének módszere

Válogatási feladatok esetén, a munka a képfeldolgozással kezdődik. Ekkor a vizsgált halmazról egy digitális kép készül, majd a MATLAB -ban egy algoritmus segítségével elkészítem az alakzatok kontúrvonalát alkotó képpontok táblázatát.
Az alakzatok válogatására használt Visual FoxPro fejlesztői környezetben létrehozott algoritmussal megvizsgálom a képelemzés eredményeképpen kapott képpontokat. Az alakzatot leíró esetleg több ezer képpont nem teszi lehetővé a gyors válogatást. Az algoritmussal egyenes szakaszokat keresek a kontúron, amennyiben a képpontok sorozatát egyenes szakasokkal tudom leírni, úgy csökken a futtatás időigénye. Gépelemek esetében, mint például a hatlapú csavaranyák esetében az oldallapok által határolt kontúrt egyenes szakasszal leírva hat koordinátapontot kell tárolni a több ezer (a kép felbontásától függően) képpont helyett. A menetes furatot is egyenes szakasszal közelítem, jelen esetben a furat kontúrjának minden ötödik képpontját (1600x1200 képpont méretű kép esetén) felhasználva hozom létre a belső kerületi szakaszokat.
A műszaki gyakorlatból vett alkatrészekről készült digitális felvételt mutatok az 59. ábrán. Különböző méretű és típusú csavaranyák esetében ismertetem az alkatrészek válogatásának módszerét. A csavaranyák közül a 3. 4. 6. számmal jelöltek sérülésmentes hatlapú anyák. A 2. anya négy sarka kissé sérült szereléskor, az 1. anya egyik sarkát lereszeltem, olyan mértékben, hogy az a további felhasználhatóságot már zavarja.



59. ábra Különböző méretű és típusú csavaranyák

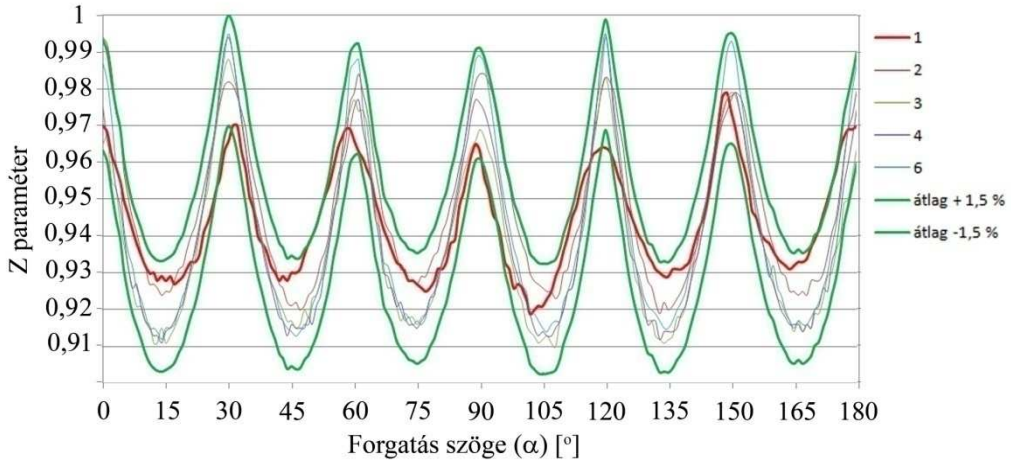
Az alkatrészekre futtatva a szimmetria tulajdonságok alapján válogató algoritmust, a 60. ábrán látható szimmetria-diagramot kaptam. A diagramon megvizsgálom, hogy a kapott görbéknek hány lokális szélső értéke van. A maximum és a minimum értékek számát és értékét is figyelembe veszem. Ez a válogató algoritmus döntési mechanizmusának első lépése. Ez alapján a jellegre hasonló diagramokat szűröm ki.
A 60. ábrán az 59. ábra jelöléseivel a 5. 7. számmal jelölt alakzatok szimmetria-diagramja jellegre eltér az 1. 2. 3. 4. 6. számmal jelölt alakzatok eredményeitől.



60. ábra Az 59. ábrán mutatott csavaranyák esetében a szimmetria-diagram

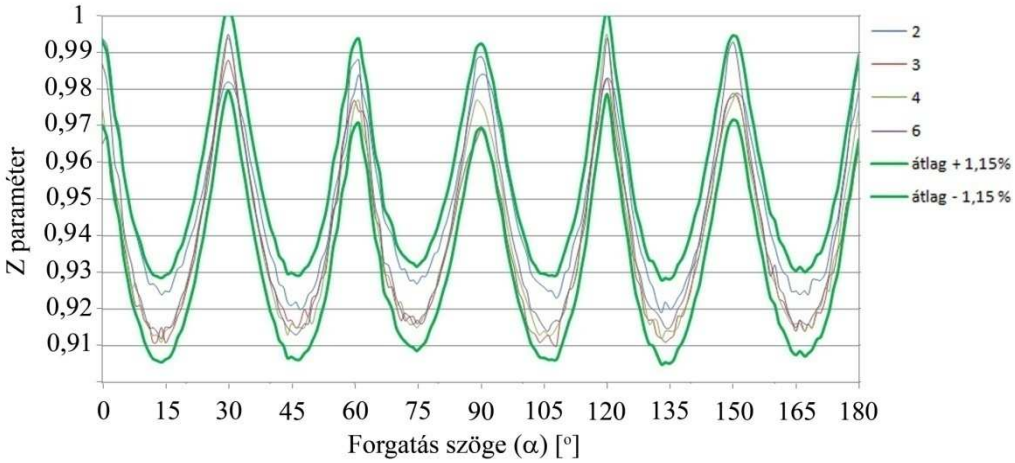
Az első lépésben kiszűrt alakzatok szimmetria-diagramjait egy nagyobb felbontásban megvizsgálva látható, hogy a Z paraméter értéke 0,9 és 1 közé esik.

A hatszögletű kontúrral rendelkező alakzatoknak megfelelő, hat lokális maximumot mutató eredmény látható a 61. ábrán. A diagramon az 59. ábra jelöléseinek megfelelően 1. 2. 3. 4. 6. alakzat szimmetria-diagramja van megjelenítve. A diagramok azonos szögértékeihez tartozó szimmetria paraméter értékeinek átlagából egy a vizsgált alakzatokra jellemző átlag diagramot hozok létre. Ennek a diagramnak a környezetében a műszaki gyakorlat számára elfogadott 3% -os hibasávot hozok létre. Zöld színnel jelöltem a görbéket (átlag + 1,5 % és átlag - 1,5 %), amelyek kijelölik a hibasávot. A szimmetria-diagram elemzése során második lépésben azt vizsgálom, hogy a diagramok belül helyezkednek-e ezen a sávon. Az 1. alakzat (pirossal jelölve) szimmetria-diagramja több helyen is kilép a hibasávból, ezért az valószínűleg túl nagy hibát tartalmaz. Az 59. ábrán az 1. alakzat egyik sarkát olyan mértékben torzítottam, amely a további felhasználását nem teszi lehetővé, jelen esetben ez a hiba okozza a szimmetria-diagram torzulását.



61. ábra A hatlapú csavaranyák szimmetria-diagramjai és azok 3 %-os hibasávja

A hibásnak vélt alakzat kizárásával, azok az alkatrészek kerülnek kiválasztásra a vizsgált halmazból, amelyek szimmetria-diagramja a 3% -os hibasávon belül van. A kiválasztott alkatrészek szimmetria-diagramjai esetében megkeresem azt a legkisebb hibasávot, amelybe még mindegyik diagram belefér. A kiválasztott 2. 3. 4. 6. alkatrészek szimmetria-diagramjai a 2,3% -os hibasávban helyezkednek el.



62. ábra Az egyformának minősített alkatrészek szimmetriadiagramjai és azok hibasávja

A hibasáv mértékét a válogatás szigorúsága határozza meg. Abban az esetben, amikor egyáltalán nem engedhető meg sérült alkatrészek felhasználása, akkor a sáv nagyságát 1 % -ra csökkentem. Az így meghatározott sáv az, amelyben még ugyanolyan alakúnak tekintem az alkatrészeket. A gépelemek általános válogatása esetében 3 % eltérést fogadok el. Ekkor még az alkatrészeken nem tapasztalhatóak olyan sérülések, amelyek a felhasználást befolyásolják.

4.6.4. Ömlesztett alkatrészek válogatása

A szimmetriakereső algoritmus alkalmas alkatrészek válogatására (SZAKÁL, 2009). Az algoritmus az alakzatok kontúrvonalának szimmetriatengelyeit keresi. A megvizsgált lehetséges szimmetriatengelyekre kapott Z paraméterekből felvett szimmetria-diagram minden alakzatra egyedi, függetlenül a ténytől, hogy az alakzat tartalmaz-e szimmetriatengelyt vagy nem. A szimmetriakereső algoritmus ezen tulajdonságát kihasználva alkalmazható válogatási feladatokra.
A szimmetria-diagram az alakzatok egyedi jellemzője, azonban a közel hasonló alakzatok diagramjai is közel hasonlóak. Így a válogatás során a görbék közötti eltérésekre egy értéksávot megadva csoportosíthatók a válogatott alkatrészek. A Z paraméterre vonatkozó sáv értéke adja meg a vizsgált alakzatok egymáshoz képesti megengedett eltérését. A sáv szerepe az adatok feldolgozása során előforduló hibák, pontatlanságok (elsősorban képfeldolgozási pontatlanságok, esetleg az alkatrészek elhelyezkedéséből adódó torzulások), valamint az alkatrészek tényleges deformációinak figyelembevétele. Az algoritmus nem számol az alkatrészek méreteivel azok eltéréseivel, csak az alakot veszi figyelembe.

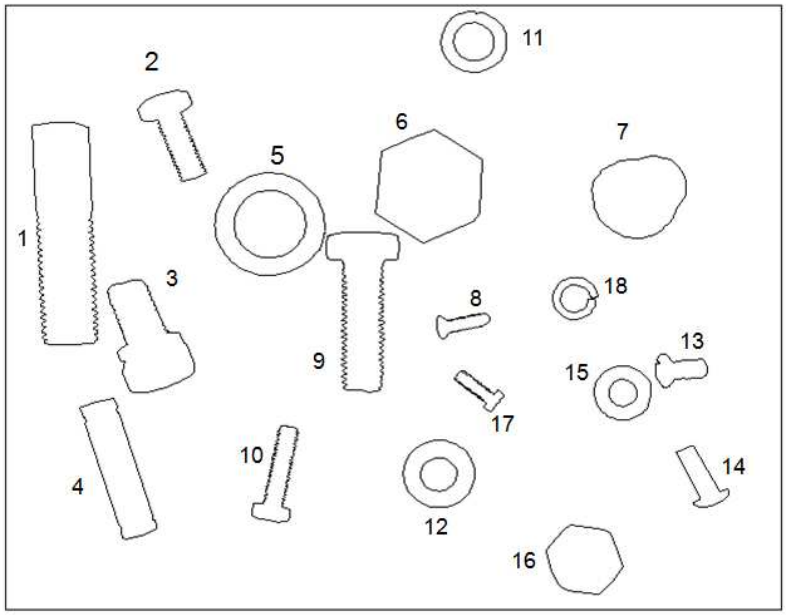
A megadott sáv együttesen tartalmazza az alkatrészek egymáshoz képesti valós eltéréséből, és a képfeldolgozásból adódó torzulások értékeit is. Ezért a képfeldolgozás során gondosan kell eljárni, csökkentve ezzel az adatok felvételekor elkövetett hibákat.

Az algoritmus kipróbálására a műszaki gyakorlatból ismert kötőelemeket rendszertelenül helyeztem el egy asztalon. Az alkatrészek többféle alakúak és méretűek voltak. Az alkatrészek között volt sérült, és összetapadt is.

63. ábra A vizsgált alakzatok kontúrjának felvétele (SZAKÁL, 2009)

A válogató algoritmus alkalmazásakor az alakzatok külső kontúrvonalát kell felvenni. A 63. ábrán alkatrész halmaz látható, ahol piros szín jelöli az alkatrészek kontúrjait. A későbbi azonosítás érdekében számok jelölik az egyes alkatrészeket. Az algoritmussal külön-külön kezelem az egyes alkatrészek kontúrját. Minden egyes alkatrész esetében felveszem egy koordináta rendszerben az alkatrészeket alkotó kontúrvonal képpontjait. A 64. ábrán a vizsgált alkatrészek kontúrjai láthatók.

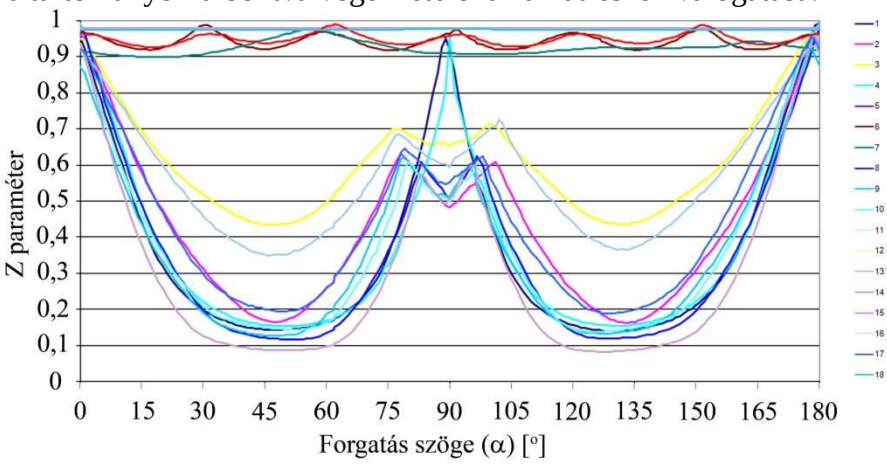
Az alkatrészek válogatása során azok hasonlóságát kihasználva végzem a vizsgálatokat. A hasonlóságot nem minden esetben könnyű felfedezni főleg, ha az alakzatok bonyolultak és egymásnak tükörképeként helyezkednek el a vizsgálat során, ezért minden esetben, amikor hasonlósági feladatot végzek, megvizsgálom a kapott eredmények tükörképét is. Ezzel felfedezhetők azok az alakzatok, amelyek egymásnak tükörképeként helyezkednek el.



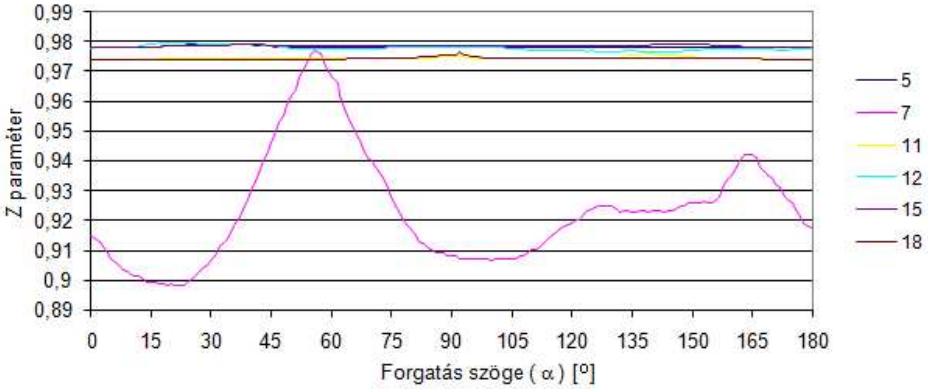
64. ábra A vizsgált alakzatok felvett kontúrjai

A vizsgálatok során előfordulhat, hogy a hasonló alakzatok egymáshoz képest elfordult helyzetben vannak. Az ilyen esetekben a szimmetria-diagramok elkészítésénél a szöghelyzetek kompenzálásával a lehető legjobb fedésbe kell hozni a kapott eredményeket. Ebben az esetben rögzítem az alakzatok forgatásának a szögét a későbbi azonosítás végett.

Az algoritmus futtatása után minden alkatrészre számolt szimmetria-diagram rendezve látható a 65. ábrán. Az összesített szimmetria-diagramokon jól látható, hogy egyszerűen csoportosíthatók a vizsgált alkatrészek. A Z paramétert különböző, de jellemző tartományokra bontva végezhető el az alkatrészek válogatása.



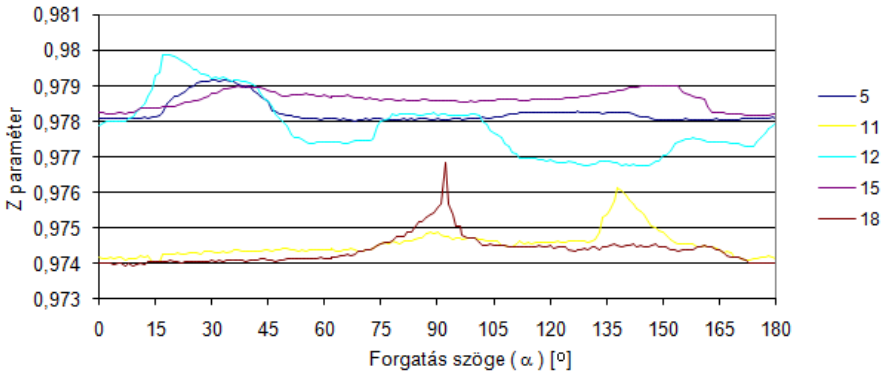
65. ábra Az összesített eredmények (SZAKÁL, 2009)



66. ábra A körszerű alakzatok szimmetria-diagramjai (SZAKÁL, 2009)

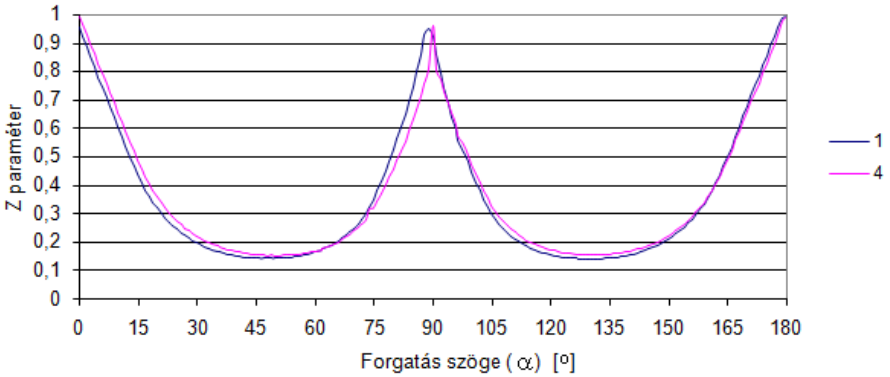
Azok az alkatrészek a körhöz hasonlóak, amelyek szimmetria-diagramján minden forgatási szöghelyzetben a Z paraméter nagyobb, mint 0,9. A 66. ábrán látható diagramok mindegyikére igaz a $0,9<Z<1$. Az ábrán a görbék nagytöbbsége egy szűk tartományon belül található, ezek kinagyítva a 67. ábrán láthatóak. A 66. ábrán 7-el jelölt görbe ugyan körszerű, de az jelentősen eltér a többitől, ezért azt külön meg kell vizsgálni. A görbe összességében is magas Z paramétert mutat, azonban van kitüntetett irány is, ahol a szimmetria paraméter értéke $Z = 0,976$, $\alpha = 61^{o}$ –nál. Ez azt jelenti, hogy a vizsgált alakzatra biztosan felvehető egy olyan tengely, amely közelítő szimmetriát mutat.

A 64. ábra jelöléseivel a 7. alkatrész egy alátét és egy csődarab egységéből tevődik össze. A fényképezés során az összetapadt alakzatot egy tetszőleges helyzetben sikerült lefényképezni, ez okoz torzulást a vizsgált képen. Jelen esetben éppen ez a torzulás teszi lehetővé, mint hibás alkatrész felismerését. Ha a kamera alatt helyezkedett volna el pontosan függőleges helyzetben, akkor biztosan egy alátétnek ismerte volna fel az algoritmus. Az ilyen esetek elkerülése végett érdemes egyszerre két különböző szöghelyzetű kameraállásból készített képeket vizsgálni.



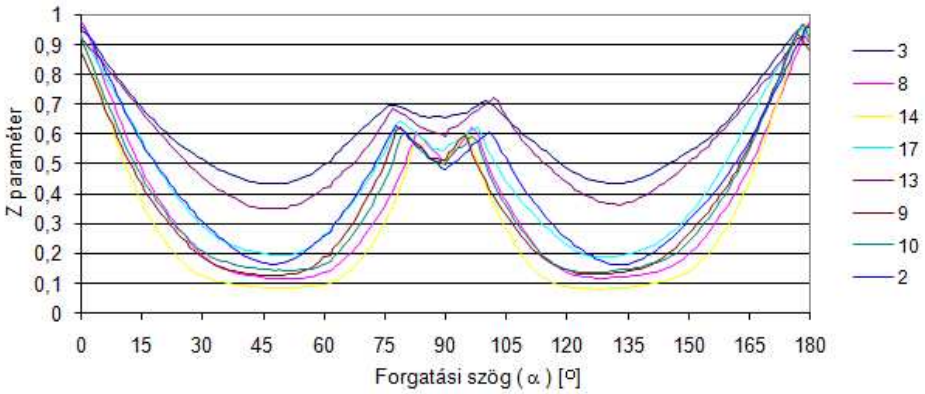
67. ábra A körszerű alakzatok egy szűk tartománya (SZAKÁL, 2009)

A 67. ábrán további csoportosítási lehetőség kínálkozik. Az ábrán a Z paraméter értéke 0,974 – 0,98 között található 0,006 sávban. Az igen kicsi sávban található görbék alakját megvizsgálva kiderül, hogy a 11. és a 18. alakzat valamelyest eltér a többi hasonló körszerű alakzattól. Azon túl, hogy hasonlítanak a körhöz, biztosan van rajtuk egy kitüntetett pont (rugós alátét hasítéka). Az ábrán látható 11. és 18. alkatrész görbéjén a különböző szöghelyzetben található kiugró paraméter értékek az alátétek eltérő orientációjából adódik.
A 64. ábra 5. alkatrésze szintén rugós alátét, amit a jelenlegi egykamerás vizsgálattal nem lehet megkülönböztetni a többi alátéttől. Biztos megoldást ebben az esetben a két külön kameraállásból történő vizsgálat jelent.



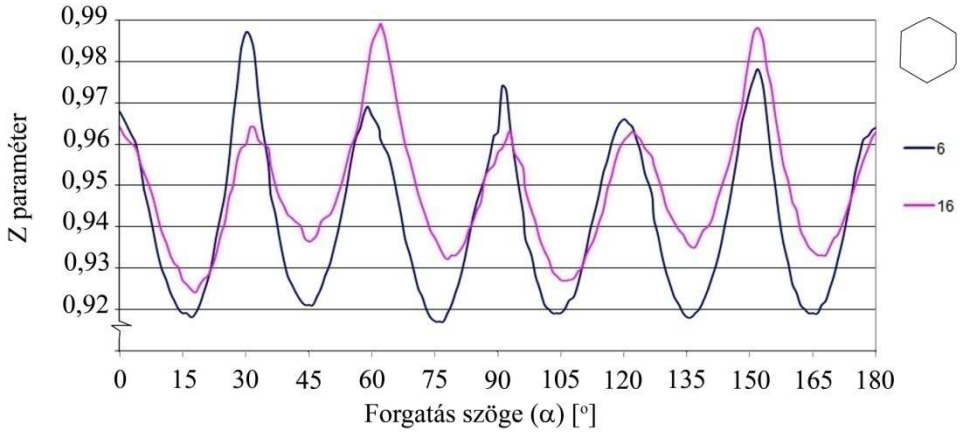
68. ábra A nagy oldalélarányú téglalapszerű alakzatok (SZAKÁL, 2009)

A 68. ábrán látható görbék jellemzője, hogy két szöghelyzetben található Z = 1 értékhez közeli paraméter. Ez a típusú szimmetria-diagram a legalább 1/6 oldalarányú téglalapokra jellemző. Jelen esetben az 1. és 4. csapszerű alkatrészek diagramjai láthatóak. Mind a két alkatrész esetében a görbék 90°-os szöghelyzetében látható közelítő szimmetria értéke kisebb, mint ezek 0°-os szöghelyzetben. A nem teljes szimmetria az alakzatokon található kisebb bemetszéseknek köszönhető.



69. ábra A csavarszerű alakzatok görbéi (SZAKÁL, 2009)

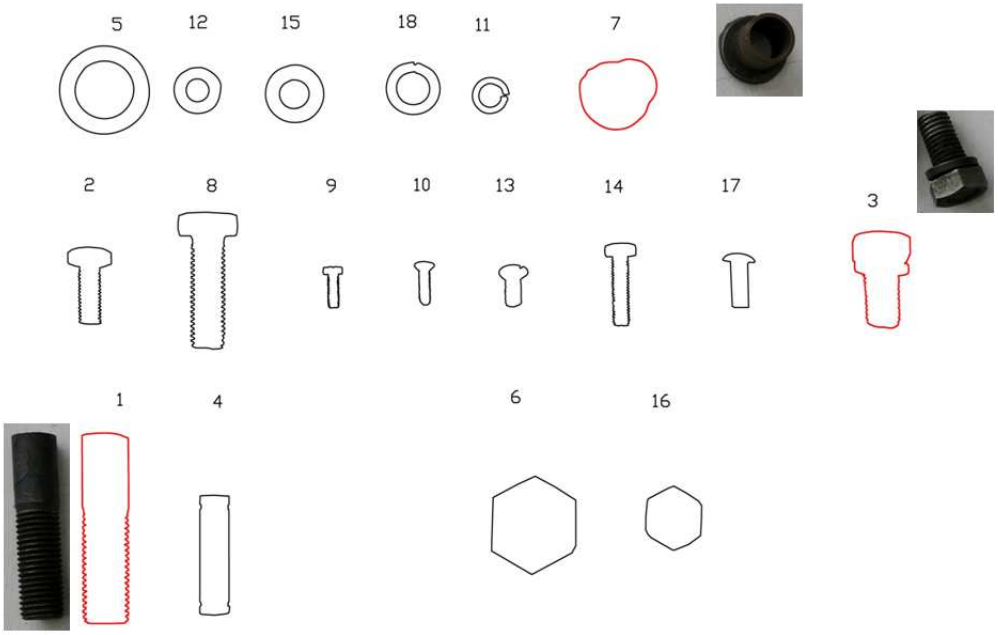
A 69. ábra görbéi hasonlítanak a 68. ábrán mutatott görbékre, itt is igaz, hogy nagy oldalél arányú téglalap szerű (2D-ben téglalap, 3D-ben ez akár hengeres is lehet) alakzatot jelölnek. A szimmetria-diagram 90°-os szöghelyzetben látható lokális paramétercsökkenés oka az egyoldali szimmetriasérülés eredménye. Jelen esetben a csavarok szegecsek fejkiképzéséből adódik a szimmetria torzulása. A vizsgálat során csavarokat és szegecseket is tartalmaz a sokaság, amire elvégeztem a futtatást. Ebben a felbontásban nem képes az algoritmus megkülönböztetni ezeket az alkatrészeket. Ha vannak előzetes ismereteink a vizsgált alakzatokat tekintve, akkor a képfeldolgozás felbontását növelve már megkülönböztethetőek ezek az alkatrészek is.



70. ábra A hatszögletű alkatrészekre jellemző szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2009)

A 70. ábrán látható görbéknek 6 lokális maximuma van, ez azt jelenti, hogy a vizsgált alakzatok közül a 6. és 16. alakzat hatszög. A szimmetria-diagramról az is kiderül, hogy a vizsgált hatszög alakzatokon sérülések, torzulások találhatóak. Ideális esetben a görbéknek hatszor kellene elérni a Z = 1 értéket.

A 71. ábrán az általam kidolgozott algoritmussal elvégzett futtatás eredményét mutatom grafikus formában. Az ábrán csoportosítva láthatóak a vizsgált alkatrészek. Az szimmetriakereső algoritmus eredményeként kapott szimmetria-paraméter alapján csoportokat képeztem az alkatrészekből, kiválasztva a körszerű, a csavarszerű, téglalap és a hatszögszerű alkatrészeket. Külön megjelöltem azokat az alkatrészeket, amelyek ugyan belefférnek egy-egy csoport tűrésmezejébe, de valamiért más, mint a többi.



71. ábra A vizsgált alakzatok válogatva

Az általam tesztelt alkatrészek között az 1. 3. és a 7. alkatrész volt hibás. A futtatás során kiválasztottam az algoritmus segítségével a 3. és a 7. alkatrészt. Ezek az alkatrészek nem sorolhatóak be ebben egyik csoportba sem. Az 1. alkatrész egy csavar, aminek lefűrészeltem a fejét, így eltávolítottam az alkatrész jellegzetességét. Ezért az alkalmazott beállításokkal nem tudtam megkülönböztetni egy egyszerű csaptól a szimmetria-paraméter alapján. Nagyobb felbontás az alkatrész menetes része módosít a szimmetria-diagrammon, így már biztosan eldönthető, hogy melyik csoportba sorolható. Jelen esetben egyetlen alkatrészre sem hasonlít, így hibás alkatrészek közé kerül.

A szimmetriakereső algoritmus, amelyet az alkatrészek válogatására használok, mérettől független. Az alkatrészeket pusztán az alakjuk alapján számolt szimmetriajellemzőik alapján rendezem csoportba.
A futtatás során kapott eredményekből látható, hogy tetszőleges síkbeli alakzatok hasonlóságát az általam készített szoftverrel fel lehet ismerni.

Az algoritmus koncentrikus kontúrral rendelkező alakzatok (pl. alátét) esetében nem alkalmas a szimmetria tulajdonságok meghatározására. Így az alkatrészek válogatása során sem tudja megkülönböztetni az alátétet egy korongtól.

4.7. Új tudományos eredmények

A munkám során, a síkbeli (2D) alakzatok tengelyes szimmetriáival kapcsolatos kérdéseit vizsgáltam. A kutatásom eredményei:

1. Kidolgoztam egy új szimmetriakereső módszert, amely alkalmas tetszőleges síkidomok szimmetria-tengelyének megkeresésére. Az új módszerrel a közelítő szimmetria is egyértelműen beazonosítható.

2. A szimmetria leírására definiáltam a Z szimmetria paramétert, amely egy 0 és 1 közötti szám. A szimmetria paraméter alkalmas a közelítő szimmetriatengely(ek) megkeresésére, abban az esetben is, amikor pontos szimmetria nincs.

3. Definiáltam a szimmetria-diagramot, amely a Z szimmetria paraméter vizsgált alakzathoz viszonyított szögfüggését írja le. Megállapítottam, hogy a szimmetria-diagram független az alakzat geometriai méretétől és alkalmas geometriailag hasonló alakzatok felismerésére.

4. Megmutattam, hogy a szimmetria-diagram alkalmazható többszörösen összetett alakzatok esetében is, a szimmetriatengely(ek) megkeresésére, valamint azonos alakzatok esetében a geometriai hibák (sérülések) felismerésére. Az alkalmazási korlátot a többszörösen összetett és koncentrikus határoló görbékkel rendelkező alakzatok jelentik.

5. Megmutattam, hogy az eredetileg szimmetria felismerés céljára definiált szimmetria-diagram alkalmazható hasonlóság és alak felismerésre, valamint alak szerinti válogatási célokra is. A szimmetria-diagram alakváltozásra való érzékenysége miatt, az alak felismerési feladatok tetszőleges pontossággal elvégezhetők.

5. A TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK GYAKORLATI ALKALMAZHATÓSÁGA, KÖVETKEZTETÉSEK, JAVASLATOK

A munkám során fejlesztett szimmetriakereső algoritmus alkalmas pl. ömlesztett kötőelemek válogatására. Az algoritmus jelenleg az alak szerinti osztályozást teszi lehetővé. Ezzel ömlesztett alkatrészek előválogatása oldható meg. A méret szerinti válogatásra nem alkalmas. Azonban az algoritmus digitális képek alapján geometriai méretekből aránypárokat felállítva határozza meg a szimmetria tulajdonságokat, ezért a vizsgált képekből a feldolgozás során meghatározható az alakzatok geometriai méretei is. Ezt kihasználva az algoritmus alkalmassá tehető a méret szerinti osztályozásra is.

Folyamatos tűzi-mártó eljárással horganyzott, kis karbon tartalmú acélszalag és lemez hidegalakítása szabvány (MSZ EN 10142:2000), az eljárás során keletkezett ún. horganyvirágok méreteinek meghatározását nem egzakt módon meghatározható mérőszámmal minősíti. A horganyzott felületen kialakult horganyvirágok méret szerinti besorolására a következő fogalmakat használja a szabvány: kicsi-, közepes, nagy horganyvirágok. A horganyvirágok szabvány szerinti méretbesorolása a felhasználás szempontjából fontos, mint pl. hideg alakíthatóság, festhetőség.
Úgy gondolom, hogy az általam kidolgozott szimmetriakereső módszerrel, a szimmetriatulajdonságok alapján, egyértelműen meg lehetne határozni a horganyvirágok méretlépcsőit, a különböző felhasználási területeknek megfelelően.

Mezőgazdasági termények, energetikai célra való felhasználására napjainkban kiemelt figyelmet szentelnek. Ma egyre nagyobb mezőgazdasági területen telepítenek energetikai céllal gyorsan növő ültetvényeket. Ezek betakarítására különböző konstrukciójú erre a célra fejlesztett szecskázó gépek vannak forgalomba. A betakarító gépek tervezésénél a robosztus szerkezet a tartósság és a megbízhatóság a legfontosabb szempont. Azonban energetikai célra történő felhasználás során SZENDRŐ (1998) hívja fel a figyelmet a szecska méretének és alakjának fontosságára. Az apríték méretének, alakjának és felületének kiemelt szerepe van a tüzelés-technika oldaláról. A jelenleg elterjedt növényi szár apríték tüzelésére alkalmas, jó hatásfokú kazánok üzemeltetéséhez elengedhetetlen a homogén- és az adott eszköz számára optimális méretű tüzelőanyag előállítása.
A szimmetria keresésére megfogalmazott módszert alkalmazva, kidolgozható egy online adatgyűjtő rendszerrel ellátott eszköz, amely a szecskázás során morfológiailag minősíti az aprítékot. Az így kapott eredmények alapján egy szabályzást lehet kialakítani a szecskázógép üzemi paramétereinek optimalizálására.

Kötőelemek ipari válogatása

A műszaki gyakorlatban előfordulnak olyan esetek, amikor különböző alkatrészek, kötőelemek keverednek szétszereléskor. Egy gépegység egyes alkatrészeinek összeszerelésekor azonban nem célszerű a kötőelemek rendezetlen ömlesztet kupacából válogatva szerelni. Kiemelten igaz ez a repüléstechnikára. Nagyon pontos precíz előírások vannak a különböző egységek szerelésére vonatkozóan, amelyben nem engedhető meg az esetleges hibás alkatrészek és kötőelemek ismételt felhasználása. Könnyen előfordulhat, hogy a kötőelemek között kis, szemmel alig látható különbségek vannak. Ezért a szerelést egy gondos válogatás és ellenőrzés előzi meg, ahol a különböző kötőelemeket felhasználás és méret szerint csoportosítva készítik elő a szerelésre.

Egy magyarországi repülőgép alkatrészeket felújító vállalathoz a különböző részegységek és a hozzájuk tartozó kötőelemek a szétszerelés után ömlesztve érkeznek be. A cég első lépésben egy tisztító folyamat után kézzel válogatja a kötőelemeket.

72. ábra A kötőelemek kézi válogatása

A válogatás során az operátor egyesével válogatja méret és típusonként a kötőelemeket. Egyes kötőelemek méretei szemmel nehezen különbözethetőek meg, ezért sablonokat, ellendarabokat használnak. A kézzel válogatott kötőelemeket osztályozva dobozokba rakják, majd leltárba veszik.

A lajstromba vett kötőelemeket egy külön erre a feladatra kiképzett minőségellenőr nézi át egyesével, minden egyes kötőelemet ellendarabbal megvizsgál. Azokat az elemeket, amelyek nem felelnek meg, a javító sorra küldi, és megvizsgálják javítható, vagy selejt.

A kötőelemek méret és típus szerint osztályozva, csomagolva kerülnek a beépítésre váró alkatrészek mellé. Minden egyes egységdoboz pontosan annyi és olyan méretű hibátlan kötőelemet tartalmaz amennyire a szereléskor szükség van.

73. ábra Osztályozott csomagolt kötőelemek az egységdobozban

A kötőelemek számítógépes válogatását, osztályozását és csomagolását a következő okok miatt lenne célszerű bevezetni az ilyen szigorú követelményeket támasztó helyeken:

- A számítógép nem fárad el, és nem téved, ha órákon át ugyanazt a mérést kell elvégeznie.
- A számítógép objektív, azonos körülmények között mindig ugyanazt az eredményt adja, ez nem mondható el például különböző emberekről, vagy ugyanarról az emberről különböző időpontokban.

A munkám során fejlesztett algoritmus alkalmas az ilyen típusú ömlesztett kötőelemek válogatására. Az algoritmus jelenleg az alak szerinti osztályozást teszi lehetővé. Az ömlesztett kötőelemek automatizált előválogatásának üzemi körülmények közötti megvalósítása elkezdődött. A Veresegyházon üzemelő repülőgép hajtóműveket felújító cég mérnökeivel elkezdtük, az általam kidolgozott módszer gyakorlati megvalósítását. A munka jelenleg a tervezés és eszközbeszerzés fázisában tart.

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A munkám során a síkbeli alakzatokat tengelyes szimmetria szempontjából vizsgáltam. Kidolgoztam, az ún. szimmetria-paraméter számítási metódust a síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak vizsgálatára. Az algoritmussal az összes szimmetriatengely, valamint közelítő szimmetriák megkeresése lehetséges.
Az alakzatok elemzése során, azok teljes felületét végigpásztázva megadom a pontos szimmetriatengely(ek) helyét, és számszerűsítem a szimmetriák közelítő mértékét is.

Az általam megfogalmazott új szimmetriakereső algoritmussal végigpásztázva a súlyponton átmenő egyenesek sokaságát, minden lehetséges variációt megvizsgáltam a tengelyes szimmetria szempontjából. A szimmetriaparaméter meghatározásánál abból a feltételezésből indultam ki, hogy egy alakzat szimmetriatengelye(i) átmennek a területére számított súlyponton. Megfogalmaztam egy új szimmetriaparamétert, amely egy 0 és 1 közé eső szám. Ez a számszerű paraméter a vizsgált alakzatra jellemző. Ha a paraméter értéke 1, akkor a vizsgált egyenes pontosan a szimmetriatengelye az adott alakzatnak. Ha azonban a paraméter értéke csak közelít 1-hez, akkor a vizsgált egyenes is csak közelítő szimmetriatengelye az adott alakzatnak. A szimmetria paramétert a feltételezett szimmetria tengelyek orientációja szerint diagramban, az ún. szimmetria-diagramban ábrázolom. A szimmetria-diagram segítségével biztonsággal határozhatók meg azon tengelyek, amelyekre szimmetrikus vagy közelítően szimmetrikus az alakzat.

Azt találtam, hogy a szimmetria diagram egyedi alakjellemző, függetlenül attól, hogy az alakzat szimmetrikus-e vagy sem. Tetszőleges síkbeli alakzatok alak szerinti azonosítására alkalmas, mérettől függetlenül.
Az alakzatok szimmetria-diagrammjának egyedi jellege révén az algoritmus alkalmazható alakzatok hasonlóságának vizsgálatára még akkor is, ha a geometriai hasonlóság csak közelítő jellegű.

A munkám során elkészítettem egy szoftvert, amellyel a szimmetria paraméter számítására felállított metódust tudom futtatni. Ezzel a programmal lehetőség nyílik alakzatok szimmetria tulajdonságainak vizsgálatára, pontos és közelítő szimmetria paraméterének meghatározására, a kapott eredmények számszerű megjelenítésére, valamint a hasonló vagy közel hasonló alakzatok válogatása.

SUMMARY

During my research work I have been examining the plane configurations from the standpoint of the axial symmetry. I have worked out the so called symmetry – parameter calculating method to examine the axial symmetries of plane configurations. With the algoritm it is possible to search every symmetry axis as well as the approximate symmetries.
During analysing the configurations scanning through their whole areas I give the exact space of symmetry axis(es) and I give the numerical data of the symmetries approximate dimension, too. I have examined all possible variations from the standpoint of axial symmetry with the new symmetry searching algorithm scanning the lot of straight lines passing over the centre of gravity drawing up by me. I have set out from that presumtion at determining the symmetry-parameter that a certain configuration symmetry axis(es) pass over the centre of gravity calculated to its area. I have drawn up a new symmetry-parameter which is a number between 0 and 1. This numerical parameter characterizes the configuration examined. If the parameter value is 1, then the straight line examined is exactly the symmetry axis of the configuration given. If the parameter value only approximates to 1, then the straight line examined is only an approximate symmetry axis of the configuration given. I present the symmetry-parameter in the diagram according to the orientation of the symmetry axis presumed in the so called symmetry-diagram. With the help of the symmetry-diagram those axises can be safely determined onto which the configuration is symmetry or is approximately symmetric.
I have found that the symmetry-diagram is an individual shape characteristic indipendently whether the configuration is symmetric or is not. It is suitable to identify according to shape of optional plane configurations indipendently from size. The algorism can be applied by means of individual characteristic of symmetry-diagrams' configurations still then if the geometrical analogy has got approximate characteristic.
During my research work I have worked out a software by which I can run the method capable calculating the symmetry-parameter. It is possible by this program to examine the symmetry characteristics of configurations, to determine the symmetry-parameter exactly and approximatively, to present numerically the results got as well as to select the similar or near configurations.

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm konzulensemnek, Zsoldos Ibolyának a valódi konzulensi munkát.

Köszönöm a Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Gépipari Technológiai Intézet vezetőjének, Kalácska Gábornak a rendszeres számonkérést, és az ott dolgozó kollégák értékelő fejlesztő segítségét.

MELLÉKLETEK

M1. Felhasznált irodalom

1. Aleksandroff P. S., Markuschewittsch A. I., Chintschin A. J. (1971), Eds. Enzyklopadie der Elementarmathematik, *Band V. Geometrie*, VEB Verlag der Wissenschaften, Berlin.
2. Alliez, P., Cohen-Steiner, D., Devillers, O., Levy, B., és Desbrun, M. (2003), Anisotropic polygonal remeshing. *ACM TOG 22*, 3, pp. 485–493.
3. Alt, H.,Mehlhorn, K.,Wagener, H., And Welzl, E. (1988), Congruence, similarity and symmetries of geometric objects. *Discrete Comput. Geom. 3*, pp. 237–256.
4. Atallah, M. (1985), On symmetry detection. *IEEE Trans. On Computers 34*, 7, pp. 663–666.
5. Beddow J. K., Vetter A. F., Sissopn K. (1976a), Powder Metallurgy Review, Part I., *Particle shape analysis, Powder Metallurgy International*, Vol. 8, No. 2, pp. 69-76.
6. Beddow J. K., Vetter A. F., Sissopn K. (1976b), Powder Metallurgy Review, Part I., *Particle shape analysis, Powder Metallurgy International*, Vol. 8, No. 3, pp. 107-109.
7. Bennett J. R., Mac Donald, J. S. (1975), Ont he mesurment of curvature in a quantized envornment, *IEEE Trasaction on Computers*, Vol. 24. pp. 803-819.
8. Blum H. (1973), Biological shape and visual science, *Journal of Theoretical Biology* 38, pp. 205–287.
9. Bouix S., Siddiqi K. (2000), Divergence-based medial surfaces, *In: Proceedings of the 6th European Conference on Computer Vision*,Volume 1842. pp. 603–620.
10. Bow S. T. (2002), Pattern Recognition and Image Preprocessing, *Marcel Dekker Inc*, New York, pp. 1-19.
11. Brady M., Asada H. (1984), Smoothed local symmetries and their implementation, *International Journal of Robotics Research* 3, pp. 36–61.
12. Bruce J.W., Giblin P.J. Gibson C.G. (1985), Symmetry sets, *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, pp. 163–186.

13. Bruckstein A. M., Shaked D. (1998), Skewed-symmetry detection via invariant signatures, *Pattern Recognition* V. 31 No. 2, pp. 181-192.
14. Choi I., Chien S.I. (2004), A generalized symmetry transform with selective attention capability for specific corner angles. *SPLetters, 11(2),* pp. 255–257.
15. Cholnoky T. (1968), Mechanika III. Kinematika és kinetika, *Tankönyvkiadó, Budapest.*
16. Csepeli Zs., Gácsi Z., Karalik Gy., Lorinczi J., Zsámbok D. (2001), Stereological characterisation of steel wide strip microstructures after normalising and thermomechanical rolling, *Anyagok világa.* Vol. 2. No 2.
17. Darvas Gy. (1999), Szimmetria a tudományban és a művészetben, *Magyar Tudomány*, 3, pp. 257-265.
18. Dimitrov P., Phillips C., Siddiqi, K. (2000), Robust and efficient skeletal graphs. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* 2000, pp. 417–423.
19. Exner H. E. (1987), Shape - A key problem in quantifying microstusture, *Acta Stereologica*, Vol. 6/III, pp. 1023-1028.
20. Felzenszwalb, P., Huttenlocher, D. (2005), Pictorial structures for object recognition, *International Journal of Computer Vision*, *61*(1), pp. 55–79.
21. Fischmeister H. F. (1974), Shape factors in quantitative microscopy, *Zeitschrift für Metállkunde*, Vol. 65, pp. 558-562.
22. Flook A. (1987), The quantitative measurment of particle shape, *Acta Stereologica*, Vol. 6/III, pp. 1009-1021.
23. Gácsi Z. (2001), Szereológia és képelemzés, *Well-Press Kiadó Kft*., 205-232 o.
24. Gorelick L., Basri R. (2009), Shape Based Detection and Top-Down Delineation Using Image Segments, *Int J Comput Vision*, 2009/83, pp. 211–232.
25. Granlund G. H. (1972), Fourier preprocessing for hand print character recognition, *IEEE Transaction on computers*, Vol. C-21 pp. 195-201.
26. Haggett P. (1965), Location Analysis in Human Geography, *Edward Arnold*, London.
27. Harrison S., Feldman J. (2009), The influence of shape and skeletal axis structure on texture perception, *Journal of Vision* V*9*(6)/13, pp. 1-21.
28. Hough, P. (1959), Machine analysis of bubble chamber pictures, In *International Conference on High Energy Accelerators and Instrumentation*.

29. Hu M. K. (1962),Visual pattern recognition by moments invariant, *IRE Transactions on Information Thory*, Vol. IT-8, pp. 179-187.

30. Huang C. J., Guan C., Chuang Y. T. (2006), A Key-Address Mapping Sort Algorithm, *Proceedings of the 5th WSEAS International Conference on Applied Computer Science*, pp. 352-357.

31. Hyvarinen A, Karhunen J, Oja E (2001), *Indeoendent Component Analysis, John Wiley and Sons*, pp. 1-11.

32. Irrgang R. (1996), An Intelligent Snake Growing Algorithm for Fuzzy Shape Detection, *Expert Systems With Applications,* Vol. 11, No. 4, pp. 531-536.

33. Ishino R. (2006), Detection System of Faulty Ground Wires from Aerial Video of Transmission Lines with Consideration of Influence of Devices on Ground Wires, *Proceedings of the 6th WSEAS/IASME Int. Conf. on Electric Power Systems.*

34. Jenkinson M., Brady M. (2002), A saliency-based hierarchy for local symmetries, *Image and Vision Computing* 20, pp. 85-101.

35. Jiang-Sheng G., Xiu-qin R. Yi-bin Y. (2007), Fruit shape detection by level set, *Journal of Zhejiang University Science A*, 8(8), pp. 1232-1236.

36. Kazhdan, M. M., Chazelle, B., Dobkin, D. P., Finkelstein,A., And Funkhouser, T. A. (2002), A reflective symmetry descriptor, *In Proceedings of ECCV*, pp. 642–656.

37. Kazhdan, M., Funkhouser, T., And Rusinkiewicz, S. (2004), Symmetry descriptors and 3d shape matching. In *Symposium on Geometry Processing*, pp. 116–125.

38. Kuijper A., Olsen O. F., Giblin P., Bille P., Nielsen M. (2004), From a 2D Shape to a String Structure Using the Symmetry Set, *ECCV 2004, LNCS 3022*, pp. 313-325.

39. Labonte F., Shapira Y, Cohen P. (1993), A perceptually plausible model for global symmetry detection. *In ICCV93*, pp. 258–263.

40. Leyton M (1988), A process-grammar for shape, *Artificial Intelligence* 34, pp. 213–247.

41. Li M, Langbein F, Martin R. (2008), Detecting approximate symmetries of discrete point subsets, *Computer-Aided Design*, 40(1) pp. 76-93.

42. Li, W., H., A. M. Zhang, and L. Kleeman (2006), Real time detection and segmentation of reflectionally symmetric objects in digital images, *Accepted for publication at the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Beijing*, China, pp. 2798-2803.

43. Loy G, Eklundh J (2006), Detecting symmetry and symmetric constellations of features, *ECCV 2006, Part II. LNCS*, vol. 3952. pp. 508–521.
44. Lund G. H. (1972), Fourier preprocessing for hand print character recognition, *IEEE Trasaction on Computers*, Vol. C- 21. pp. 195-201.
45. M Csizmadia Béla, Nádori Ernő (1996), Mechanika Mérnököknek Statika, *Nemzeti Tankönvkiadó*, 154-159 o.
46. Martinet A, Soler C, Holzschuch N (2006), Sillion FX. Accurate detection of symmetries in 3D shapes, *ACM Transactions on Graphics*, 25(2), pp. 439–464.
47. McAuliffe M.J., Eberly D., Fritsch D.S., Chaney E.L. Pizer S.M. (1996), Scale-space boundary evolution initialized by cores, *Lecture Notes in Computer Science* 1131, pp. 173–182.
48. McInerney T., Terzopoulos D. (1996), Deformable models in medical image analysis: a survey, *Medical Image Anal* 1(2) pp. 91–108.
49. Mills B, Langbein F, Marshall A, Martin R. (2001), Approximate symmetry detection for reverse engineering, *Proc. 6th ACM symp.* pp. 241–248.
50. Minovic P., ishikawa S., Kato K. (1993), Ymmetry identification of a 3D object represented by octee, *IEEE Transations on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, vol. 15, No. 5, pp. 507-554.
51. Mitra N, Guibas L, Pauly M. (2006), Partial and approximate symmetry detection for 3D geometry, *ACM Transactions on Graphics*, 25(3), pp. 560–568.
52. Mitra N, Guibas L, Pauly M. (2007), Symmetrization, *ACM Transactions on Graphics*, 26(3), pp. 63-64.
53. Nemes N. J. (1998), A tér a társadalomtudományban, *Hirscher Rezső Szociálpolitikai Egyesület Kiadó*, Budapest, 143 o.
54. Niloy J. Mitra, Leonidas J. Guibas, Mark Pauly (2006), Partial and Approximate Symmetry Detection for 3D Geometry, *The 33rd International Conference and Exhibition on Computer Grephics and Interactive Techniques.*
55. Noeter E. (1918), Invarianten beliebiger Differentialausdrücke, Nachr. König. Gesellsch. Wiss. zu Göttingen, *Math-phys. Klasse*, pp. 37 – 44.
56. Pantofaru, C., Dorko, G., Schmid, C., Hebert, M. (2008), Combining regions and patches for object class localization, *Proceedings of the 2008 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshop*, pp. 23–30.
57. Parkerj. R. (1994), Practical Computer Vision Using, *John Wiley and Sons, New York.*

58. Pasquale F., Stander J, (2009). A multi-scale template method for shape detection with bio-medical applications, *Pattern Anal Applic* (2009) 12, pp. 179–192.

59. Pauly, M., Mitra, N. J., Wallner, J., Pottman, H., Guibas, L. J. (2008), Discovering structural regularity in 3D geometry, *ACM Trans. Graph* 27, pp. 3-4.

60. Pavlidis T. (1978), A review of algorithms for shape analysis, *Computer Graphics and Images Processing*, Vol. 7, pp. 243-258.

61. Persoon E., Fu K S. (1977), Shape dicrimination using Fourier Descriptors, *IEEE Trasaction on System, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-7. pp. 170-179.

62. Podolak J, Shilane P, Golovinskiy A, Rusinkiewicz S, Funkhouser T. (2006). A planar-reflective symmetry transform for 3D shapes, ACM Transactions on Graphics, 25(3), pp. 549–559.

63. Pratt M, Anderson B, Ranger T. (2005), Towards the standardized exchange of parameterized feature-based CAD models, *Computer-Aided Design*, 37(12). pp. 1251–1265.

64. Pratt W. K. (1987), Digital Image Processing, *John Wiley and Sons, New York*, pp. 525-534.

65. Reisfeld D., Wolfson H., Yeshurun Y (1995), Context-free attentional operators: the generalized symmetry transform, *Comput. Vision*, 14(2), pp. 119–130.

66. Ren, X., Berg, A., & Malik, J. (2005), Recovering human body configurations using pairwise constraints between parts, In *International conference on computer vision*, Vol. 1, pp. 824–831.

67. Réti T. (1983), Mikroszkópos részecskék alakjának minősítése, *Bányászati és Kohászati Lapok, Kohászat*, Vol. 116 No. 12, 549-557 o.

68. Réti T. (1988), Fourier-analízis alkalmazása mikroszkópos részecskék alakjának számszerű jellemzésére, *Bányászati és Kohászati Lapok, Kohászat*, Vol. 121 No. 9, 401-408 o.

69. Réti T., Czinege I. (1989), Shape characterization of particles via generalized Fourier analysis, *Journal of Microscopy*, Vol. 156, pp. 15-32.

70. Richard C. W., Hemami H. (1974), Identification of the three-dimensional objects Fourier descriptors of the boundary curve, *IEEE Trasaction on System, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-4. pp. 371-378.

71. Roósz A., Réti T. (1978), A sztereometrikus metallográfia és mai alkalmazási lehetőségei, *Bányászati és Kohászati Lapok, Kohászat*, Vol. 111, No. 7, 308-313 o.

72. Saltykov S. A. (1974), Stereometrische Metallographie, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindutrie, Leipzig.
73. Santalo L. A. (1976), Integral Geometry and Geometric Probability, *Addision-Wsley*, Reading, Massachusetts.
74. Schindler K., Suter D. (2008), Object detection by global contour shape, *Pattern Recognition 41*, pp. 3736 – 3748.
75. Sebastian T., Klein P., Kimia B. (2001), Recognition of shapes by editing shock graphs, *Proceedings of the 8th International Conference on Computer Vision* 2001, pp. 755–762.
76. Shah M., Sorensen D. (2005), Principle Component Analysis and Model Reduction for Dynamical Systems with Symmetry Constraints, *44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*, pp. 2260-2264.
77. Shen D, Ip H, Cheung K, Teoh E. (1999), Symmetry detection by generalized complex (GC) moments, A close-form solution. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*; 21(5), pp. 466–476.
78. Shotton, J., Blake, A., Cipolla, R. (2005), Contour-based learning for object detection, In *International conference on computer vision*, Vol. 1, pp. 503–510.
79. Siddiqi K., Bouix S., Tannenbaum A., Zucker S.W. (2002), Hamilton-jacobi skeletons, *International Journal of Computer Vision* 48 pp. 215–231.
80. Siddiqi K., Kimia B. (1996), A shock grammar for recognition, *Computer Vision and Pattern Recognition, Proceedings CVPR '96, Conference*, pp. 507–513.
81. Siddiqi K., Shokoufandeh A., Dickinson, S., Zucker, S. (1999), Shock graphs and shape matching, *International Journal of Computer Vision 30*, pp.1–22.
82. Singare S., Lian Q., Wang W., Wang J., Liu Y., Li D., Lu B. (2009), Rapid prototyping assisted surgery planning and custom implant design, *Rapid Prototyping Journal*, V 15, pp. 19-23.
83. Sodoma-Tarján (1994), Révai nagy lexikona, *Babits kiadó*, 620-621 o.
84. Sonka M, Hlavac R, Boyle (1999), Image Processing, *Analysis, and Machine Vision, Brooks/Cole Publishing Company*. pp. 121-124.
85. Sonka M., Hlavac V., Boyle R. (1993), Image Processing, Analysis and Machine Vision, *Chapman and Hall Computing*, London.
86. Strenberg S. (1964), Lectures on Differential Geometry, *Princetec Hall Ind*. Englewood Cliffs.

87. Sun C, Sherrah J. (1997), 3D symmetry detection using the extended Gaussian image, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*,19(2) pp. 164–8.

88. Szendrő P. - Kis P. - Bense L. (1998), Analysing chopped green maize forages by the fractions, *Hungarian Agricultural Engineering*, pp. 33-35.

89. Tang X. (1998), Multiple competitive learning network fusion for object classification, *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics Part B*, Vol. 28, pp. 532-543.

90. Ullman, S., Sali, E., Vidal-Naquet, M. (2001), A fragment-based approach to object representation and classification, *In International workshop on visual form.*

91. Underwood E. E. (1976), Quantitative shape parameters for microstructural fetures, *The Microscope*, Vol. 24, pp. 49-64.

92. Varady T, Martin R, Cox J (1997), Reverse engineering of geometric models - an introduction, *Computer-Aided Design*,29(4), pp. 255–268.

93. Vidal-Naquet, M., Ullman, S. (2003), Object recognition with informative features and linear classification, *In International conference on computer vision*, pp. 281-289.

94. Wolter, J.,Woo, T., And Volz, R. (1985), Optimal algorithms for symmetry detection in two and three dimensions, *The Visual Computer*.

95. Zabrodsky, H., Peleg, S., And Avnir, D. (1995), Symmetry As A Continuous Feature. *IEEE Pami 17*.

96. Zahn C., Roskies R. Z. (1972), Fourier descriptors for plane closed curves, *IEEE Trans. Computers*, Vol. 21, pp. 269-281.

97. Zhang, J. Huebner, K. (2002), Using symmetry as a feature in panoramic images for mobile robot applications, *In Robotik 2002.*

M2. Az értekezés témaköréhez kapcsolódó publikációk

Lektorált cikk idegen nyelven:

Szakál Z., Zsoldos I. (2008b), The symmetry-diagram as a tool of the pattern recognition, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Issue 4, Volume 2, pp. 523-532. Internet: http://www.naun.org/journals/m3as/2008.htm

Szakál Z., Zsoldos I., Pálinkas I. (2008d), A new algorithm of the symmetry detection on 2D figure, *R & D Mechanical Engineering Letters*, Gödöllő 2009, pp. 84-96.

Lektorált cikk magyar nyelven:

Szakál Zoltán (2008e), Szimmetria a reverse engineering szolgálatában, GÉP, LIX. évfolyam, 2008/3, 35- 37 o.

Idegen nyelvű konferencia kiadvány:

Szakál Z., Zsoldos I. (2008c), A new possibility for pattern recognition independently from geometrical mesaures, *Proceeding of the 7th WEAS International Conference on System Science and Simulation in Engineering*, Venice, Italy, November 21-23, 2008, pp. 262-265.

Szakál Z., Zsoldos I. (2009b), Shape features of 2D figures, *Hungarian materials science konference*, Balatonkenese, Oktober 11-13, 2009, proceeding under publishing.

Szakál Z., Zsoldos I. (2009a), Sorting algorithm by shape independently from geometrical measures, *Applied Computing Conference 2009 (ACC '09)*, Athen, Greece, September 28-30, 2009, proceeding under publishing.

Magyar nyelvű konferencia kiadvány:

Szakál Z., Zsoldos I. (2008a), Szabálytalan síkbeli alakzatok szimmetria vizsgálata, *Szent István Egyetem Gépészmérnöki Kar, XXXII. Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás Gödöllő*, 2008. január 20, Nr. 32, 266-270 o.