Szent István Egyetem

SÍKBELI ALAKZATOK SZIMMETRIA ÉS HASONLÓSÁGI TULAJDONSÁGAI

Doktori (Ph.D) értekezés

Szakál Zoltán

Gödöllő

2010

A doktori iskola

megnevezése: **Műszaki Tudományi Doktori Iskola**

tudományága: **Agrárműszaki tudomány**

vezetője: **Dr. Farkas István**
egyetemi tanár, DSc
Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar
Környezetipari Rendszerek Intézet

Témavezető: **Dr. habil. Zsoldos Ibolya**
egyetemi docens, Ph.D
Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar
Gépipari Technológiai Intézet

…… ..…….
Az iskolavezető jóváhagyása A témavezető jóváhagyása

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉS 4
2. ANYAG ÉS MÓDSZER 6
2.1. Módszer 6
2.2. A szimmetria-paraméter számítása 7
2.3. A számított paraméterek kiértékelése, a szimmetria-diagram 9
3. EREDMÉNYEK FELDOLGOZÁSA, ÉRTÉKELÉSE 10
3.1. A szimmetria paraméter mérettől való függetlensége 10
3.2. A szimmetriadiagram egyedi jellege 11
3.3. Többszörösen összetett alakzat vizsgálata 14
3.4. Legjobban közelítő globális szimmetriatengely keresése 15
3.5. Alkatrész válogatás kiértékelésének módszere 18
3.6. Ömlesztett alkatrészek válogatása 21
3.7. Új tudományos eredmények 27
4. KÖVETKEZETÉSEK ÉS JAVASLATOK 28
5. ÖSSZEFOGLALÁS 30
6. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉHEZ KAPCSOLÓDÓ PUBLIKÁCIÓK 32

1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉS

A dolgozatomban, a síkbeli (2D) alakzatok tengelyes szimmetriáival kapcsolatos kérdésekkel foglalkoztam. A vizsgált síkidomok alakja tetszőlegesen konvex vagy konkáv elemeket tartalmazhat.
A témához kapcsolódó szakirodalom áttekintésekor kiderült, hogy alakzatok szimmetriájának keresésére többféle módszer is létezik, a legújabb algoritmusokat egyszerű geometriai elemekből felépülő és komplex 3D alakzatok szimmetriáinak felismerésére dolgozták ki. Ezen algoritmusok, alkalmasak az alakzatok globális- és lokális, pontos és közelítő szimmetriáinak keresésére, azonban a megismert szimmetriakereső módszerek többsége csupán alapkutatás síntű, a műszaki gyakorlatban való hasznosításra csak elvétve mutatnak példát.
A két dimenzióban gyakran használt alaktényezőket megvizsgálva, az irodalom rámutat ezek használhatóságának korlátaira. Az irodalomból kiderül, hogy egy vagy több paraméteres alakjellemzőket használnak a leggyakrabban. Síkbeli alakzatok esetében kézenfekvő, hogy a vizsgált alakzatok egyszerűen mérhető geometriai méreteiből kreált alakjellemzőket célszerű használni. Szabálytalan felépítésű alakzatok jellemzésére alkalmasabb módszerek a Fourir-analízisen alapuló eljárások, a távolságfüggvény és a görbületi függvény módszer. Ezek többsége a lyukat nem tartalmazó alakzatok számszerű minősítésére szolgál.
A szakirodalomban fellelhető algoritmusok eredményei igen különbözőek, ami köszönhető a kitűzött céloknak, valamint az algoritmusokhoz tartozó számolt transzformált terek pontosságának. A kapott eredmények a különböző megjelenítési formáknak köszönhetően nehezen összevethetőek, előfordul, hogy ugyanazon alakzatra különböző eredményt adnak.
Az irodalomban legtöbbször egyszerű geometriai elemeket vizsgálnak, az alakzatok kontúrjait egyes esetekben egyenesekkel más módszerekben szplájnnokkal közelítik. Kevés módszer foglalkozik bonyolult, vagy többszörösen összetett, alámetszett alakzatok szimmetriáinak vizsgálatával.

A nagy felbontású vizsgálatoknál, amikor alakzatok pontos jellemzésére használják az algoritmusokat, akkor 30 másodperctől akár több perc is lehet a szoftverek futási ideje. Ez laboratóriumi körülmények között elfogadható, de a továbblépés során a felbontás növeléséhez, és az online alkalmazásokhoz egyszerűbb, gyorsabb, általánosan alkalmazható algoritmusok fejlesztése szükséges.

Célkitűzések

Célul tűztem ki a munkám során tetszőleges bonyolultságú síkbeli (2D) alakzatok tengelyes szimmetriáival kapcsolatos kérdéseinek kutatását:

- A síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak vizsgálatára alkalmas módszer kidolgozása. Egy olyan módszer megfogalmazása, amely az összes szimmetriatengely, valamint közelítő szimmetriák megkeresése is alkalmas.

- Egy olyan paraméter megalkotása, amivel a nem teljesen szimmetrikus síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáját tudom jellemezni számszerű formában. Ez a paraméter jellemezze az alakzatot akkor is, ha az nem tartalmaz pontos tengelyes szimmetriát.

- Egy olyan algoritmust kidolgozása, amivel alakzatok hasonlóságát lehet vizsgálni. Az alakzatok hasonlóságának értékelésére módszer kidolgozása, amely segítségével két vagy több alakzat hasonlóságát tudom vizsgálni méretektől függetlenül.

- A szimmetriakereső algoritmus kidolgozásánál az egyszerű felépítést, könnyű kezelhetőséget és a gyors futtathatóságot tűztem ki célul.

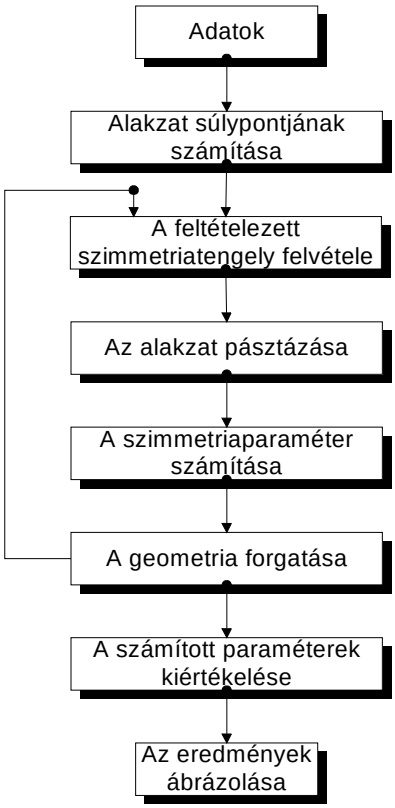
2. ANYAG ÉS MÓDSZER

Doktori disszertációm a síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak keresése és a 2D alakzatok hasonlóságának vizsgálata témában elért eredményeimet foglalja össze. Ebben a fejezetben a tengelyes szimmetria keresésére mutatok módszert.

2.1. Módszer

A vizsgált alakzat szimmetriatengelyét úgy keresem meg, hogy az alakzat súlypontján átmenő egyenesek sokaságával végigpásztázom a síkot. A pásztázás során abból a tézisből indulok ki, miszerint minden szimmetriatengelynek át kell haladnia a súlyponton. Minden a súlyponton átmenő egyenesre elvégzek egy számítási metódust, aminek az eredményeit rögzítem. Az így kapott adatok értékelésével kiválasztom a közelítő és a pontos szimmetria helyét.
Az eredményeket diagramban ábrázolva jelenítem meg. A diagram kiértékelése során a helyi maximum értékeket vizsgálom.

A munkám során egy szimmetriakereső algoritmust dolgoztam ki (1. ábra) (SZAKÁL, 2008a, SZAKÁL, 2008d), amely egyszerűsége révén a szakirodalomban megismertekhez képest gyorsabb működést tesz lehetővé, és alkalmazható többszörösen összetett kontúrral rendelkező alakzatok esetében is.



1. ábra Az algoritmus (SZAKÁL, 2008a)

2.2. A szimmetria-paraméter számítása

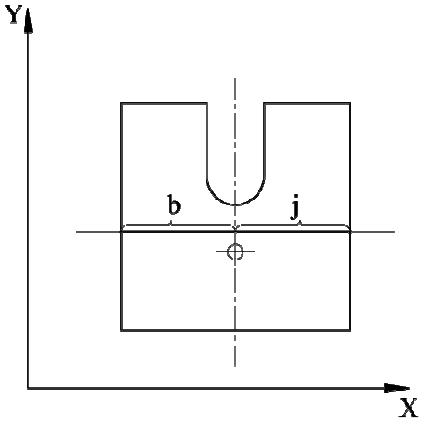
A Z szimmetria-paraméter a tengelyes szimmetriához való közelítést mutatja meg számszerű formában (SZAKÁL, 2009b). Ez a 0 és 1 közötti szám egyfajta mértéke lehet a szimmetria tulajdonságnak. A definícióhoz először a k. pásztázási szintre vonatkozóan a következő Z_k paramétert vezetem be:

Abban az esetben, amikor egy pásztázási szinten egy-egy metszéspont adódik a tengely két oldalán, Z_k számítása egyszerű. Az 2. ábra jelöléseivel:

$$Z_k = 1 - \frac{abs(b-j)}{b+j} \qquad (1)$$

ahol:
b: a kerületi szakasz szimmetria tengelyétől mért baloldali távolságot jelöli,
j: a kerületi szakasz szimmetria tengelyétől mért jobboldali távolságot jelöli.

A Z_k úgy van konstruálva, hogy ha az alakzatnak az adott mérő egyenessel való metszete pontosan szimmetrikus a feltételezett tengelyre, akkor b=j, tehát Z_k=1. Minél jobban közelít az alakzat a szimmetrikushoz, annál közelebb lesz Z_k értéke 1-hez.



2. ábra Mérő szakaszok értelmezése

Szimmetria szempontjából a legkedvezőtlenebb helyzet az, amikor a mérő szakasznak nincs a tengely ellentétes oldalán párja, azaz b>0 és j=0, vagy b=0 és j>0, ekkor Z_k=0, a legkisebb érték.
Mivel az (1) összefüggésben geometriai méretek hányadosa szerepel, Z_k dimenzió nélküli szám, értéke nem függ a geometriai mérettől.

Ha egy pásztázási szinten kettőnél több metszéspont adódik (3. ábra jelöléseivel b_1, b_2, ….b_n ; j_1, j_2, ….. j_m,), akkor a kiadódó b_i és j_i értékeket párba állítom, és ebből képzem a Z_k értékét (1) összefüggéssel.
Ha feltételezem, hogy a baloldalon több metszéspont van: n>m. Ekkor a párba állítást úgy kell elvégezni, hogy b_{m+1}-től kezdődően a b_i (i=m+1, … n) párja mindig j_i=0 (i=m+1, … n) legyen. Z_k értéke általános esetben a párokból számolt (1) szerint képzett kifejezések átlaga:

$$Z_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(1 - \frac{abs(b_i - j_i)}{b_i + j_i}\right) \qquad (2)$$

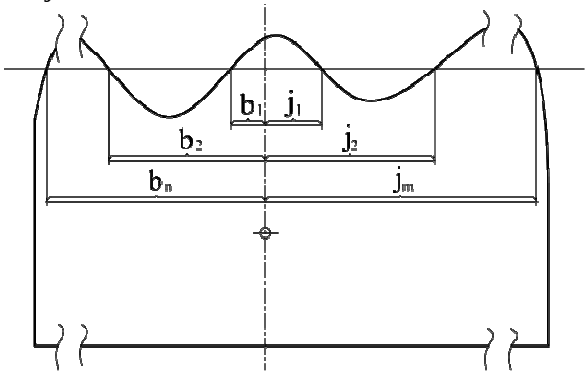
A szimmetria paraméter Z_k-k átlagából képezett Z paraméter:

$$Z = \frac{\sum_{k=1}^{N} Z_k}{N} \qquad (3)$$

ahol:
N: a pásztázási szintek számát jelöli az aktuális Y_{max}- tól az Y_{min}-ig

Mivel Z értékét átlagolással képzem (2), (3) szerint, Z megtartja a Z_k értékek eredeti tulajdonságait:

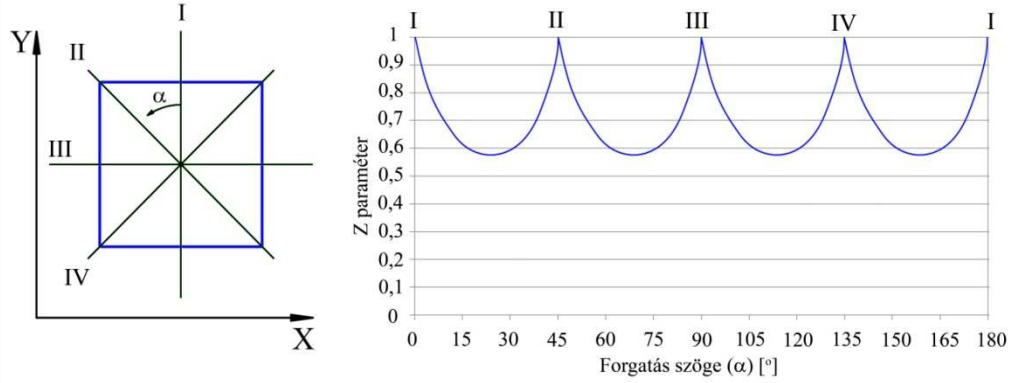
- Z a (0,1) intervallumban vehet fel értékeket,
- Z=1 a legkedvezőbb (pontos) szimmetria esete,
- Z=0 a legkedvezőtlenebb eset szimmetria szempontjából,
- A 0 és 1 közötti értékek annál jobban közelítő szimmetriának felelnek meg, minél közelebb van Z értéke 1-hez.
- Z dimenzió nélküli szám és értéke nem függ a síkidom méretétől, csak az alakjától.



3. ábra A Z_k paraméter értelmezése tetszőleges bonyolultság esetén (SZAKÁL, 2009b)

2.3. A számított paraméterek kiértékelése, a szimmetria-diagram

Az algoritmus minden egyes forgatási helyzetben meghatározza a Z szimmetria- paramétert.
A Z értékekkel együtt rögzíti az aktuális forgatási szöget, az elforgatás minden lépése után. Az eredmények kiértékelése a szimmetria-paraméternek az elforgatás szöge szerinti változásából felvett diagram szerint történik. Ezt a diagramot nevezem a továbbiakban szimmetria-diagramnak.
Pontos tengelyes szimmetria ott áll fenn, ahol a görbe éppen Z=1 értéket mutat. Az ettől való eltérés mutatja meg, hogy a szimmetria milyen közelítő értékkel van jelen.



4. ábra A vizsgált geometriára vonatkozó Z paraméter értelmezése (SZAKÁL, 2009b)

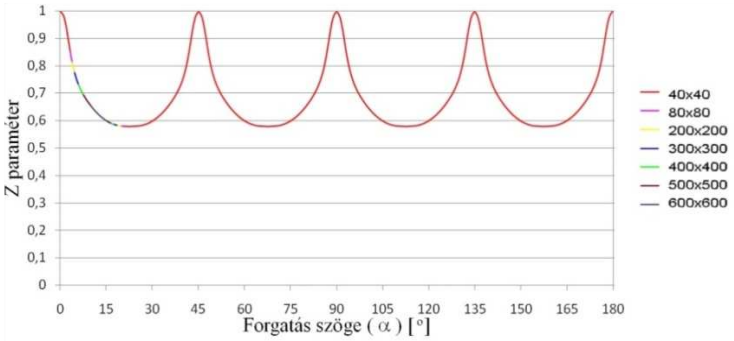
A 4. ábrán egy négyzet szimmetria-diagramja látható. A négyzeten a számmal jelölt egyenesek (I, II, III, IV,) jelölik a vizsgált alakzat szimmetriatengelyeit. Az ábrán található diagramon látható, a Z=1 helyen jelölt pontok valóban megfelelnek ezeknek a számmal jelölt tengelyeknek.

3. EREDMÉNYEK FELDOLGOZÁSA, ÉRTÉKELÉSE

Ebben a fejezetben a szimmetriakeresés eredményeit mutatom, ahol a szimmetria diagram méretfüggetlenségét és a különböző alakzatokra számolt paraméterek egyediségét ismertetem, valamint mutatok egy jellemző alkalmazást a válogató algoritmusra

3.1. A szimmetria paraméter mérettől való függetlensége

A Z paraméter definíciója miatt független a geometriai méretektől, csak alakfüggése van. Ennek az a következménye, hogy eltérő méretű, de hasonló síkidomoknak a szimmetria-diagramja azonos (SZAKÁL, 2008c). Hasonlónak tekintem azokat az alakzatokat, amelyek két tetszőleges pontjának egymástól való távolsága és a másik alakzat megfelelő pontjainak egymástól való távolsága között levő arány állandó.
A Z paraméter mérettől való függetlenségének igazolását a következő példán ismertetem.

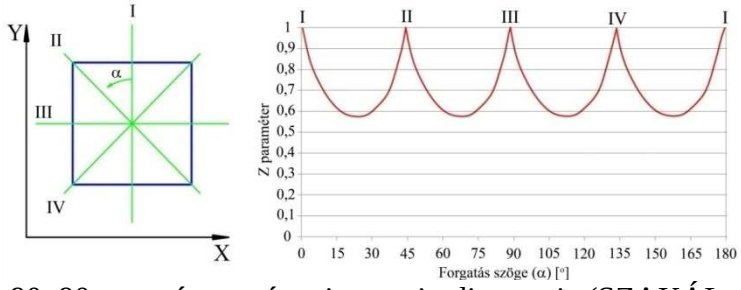


5. ábra Hasonló alakú, de eltérő méretű alakzatok görbéi
0-15° tartományban a görbék megszakítva az egymáson lévő görbék láthatósága érdekében

A teszt során egyszerű alakzatot választottam a könnyű követhetőség érdekében. Különböző méretű négyzetre futtattam az algoritmust. A négyzetek mérete 40x40 mm - 600x600 mm tartományban voltak.
A futtatást ugyanazokkal a paraméterekkel (a pásztázás szöge $\Delta\alpha=0{,}2^{0}$; a vízszintes pásztázás lépésköze $\Delta L=0{,}1$mm) végeztem minden esetben. Az 5. ábrán látható, hogy a kapott görbék teljesen fedik egymást. A láthatóság érdekében az egymáson lévő görbéket rétegenként kitörten 0-15° tartományban, így különböző színnel láthatóak az egymáson fekvő görbék.

3.2. A szimmetriadiagram egyedi jellege

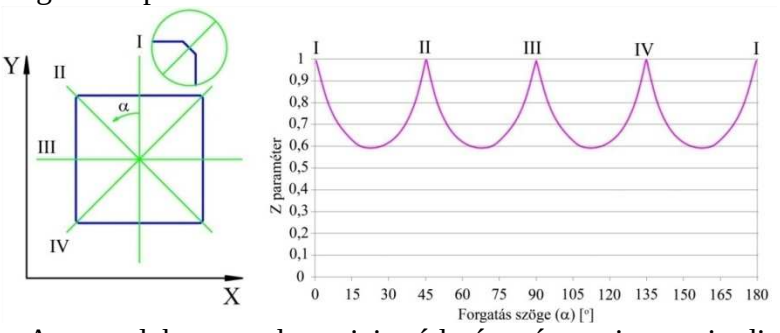
A következő példán azt mutatom meg, hogy a szimmetria-diagram rendkívül érzékeny a kontúr változásaira, ezzel párhuzamosan azt is demonstrálom, hogy a szimmetria-diagram a síkidomok egyedi tulajdonságát mutatja. A szimmetria-diagram a síkidomok alakjellemzője. A síkidom alakjának változtatása hatására megváltozik a szimmetria-diagram görbéje is.
Öt esetben torzítottam az eredeti (6. ábra) négyzeten, így a kapott eredmények is mást-mást mutatnak.



6. ábra 90x90 mm négyzet és szimmetria-diagramja (SZAKÁL, 2008c)

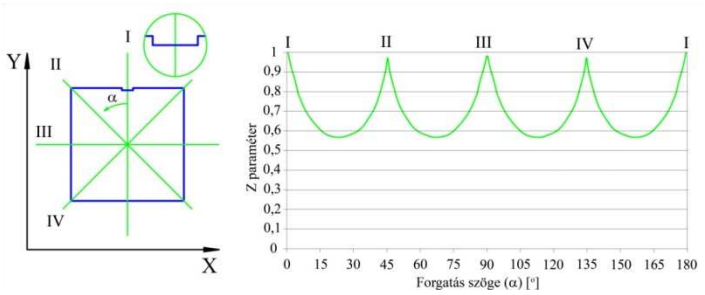
Az „eredeti” négyzet 90x90 mm-es méretű, ezt módosítottam az alakzatok szimmetriaparaméterének egyediségét vizsgálva. A 6. ábrán I, II, III, IV jelöli a szimmetriatengelyeket, és azok helyét. A szimmetria-diagramon látható legkisebb paraméter Z=0,58.

A 7. ábrán a négyszög sarkait törtem le. A négyzet sarkpontjaiban 1x1 mm – es letörést alkalmaztam. A torzítás a négyzet oldalainak hosszváltozását tekintve ≈2 %, a terület változását tekintve ≈0,00025%. Ettől a változtatástól a tengelyes szimmetriák száma megmaradt (az ábra jelöléseivel: I, II, III, IV). A szimmetria-diagramon látható legkisebb paraméter Z=0,595. Ez azt jelenti, hogy a módosítás hatására az alakzat szimmetriatengelyei nem változtak, viszont a legkisebb paraméter értéke növekedett.



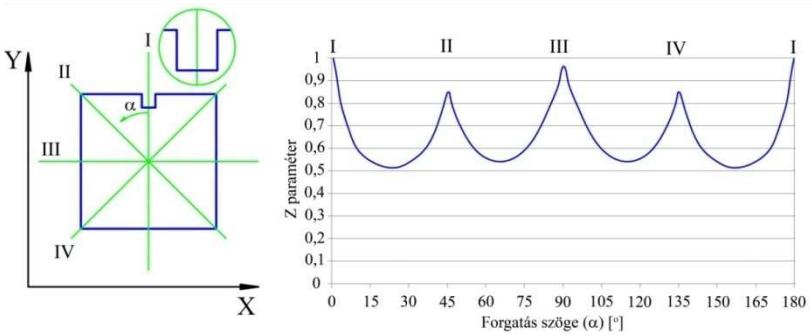
7. ábra A teszt alakzat sarokpontjai módosítva és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 8. ábrán jelentősebb bemetszést alkalmaztam, a bemetszés 3x6 mm. Az ábrán látható, hogy itt már a pontos szimmetriatengelyek száma lecsökkent egyre (ábrán I jelű egyenes), valamint három közelítő szimmetriatengely található (az ábrán II, III, IV-el jelölve). Ha úgy torzul az alakzat, hogy az előzőekhez képest sérülnek a tényleges szimmetriatengelyek, akkor azok azonnal érzékelhetővé válnak a számolt paraméterekben. Az 5. és 6. ábrán 4 szimmetriatengely látható (a szimmetria görbe I, II, III, IV pontokban is eléri a Z=1 értéket), ezzel szemben a 8. ábrán már csak az I –el jelölt pontban éri el a görbe a Z=1 értéket. Itt a többi helyen már csak Z=0,98 a lokális helyi maximum érték, ezért már csak közelítő szimmetria tengely van jelen.



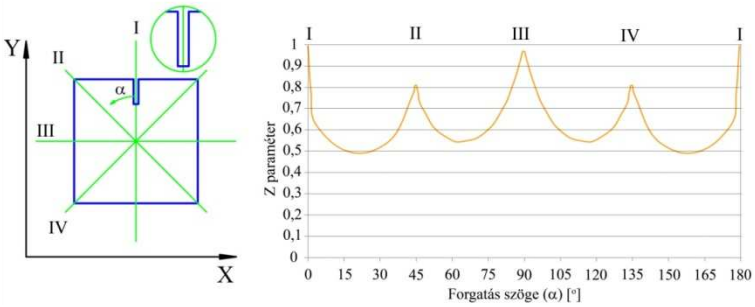
8. ábra 3x6 mm bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 9. ábrán a bemetszést mélyebbre készítettem (6x6 mm). Ezért ez már másként viselkedik, mint az előző ábrán bemutatott alakzat. A különbség abban mutatkozik, hogy a diagramban nagyobb eltérés tapasztalható. Már az előző esetben is érzékelhető az alapgeometriára számolt paraméterektől való eltérés, itt pedig még jelentősebb a diagramok különbsége. Az ábrán III -mal jelölt pontban közelítő szimmetria látható, míg a II -es és IV-es pontokban már csak Z=0,845 értéken szerepel, ami kevésbé közelíti a szimmetriát.



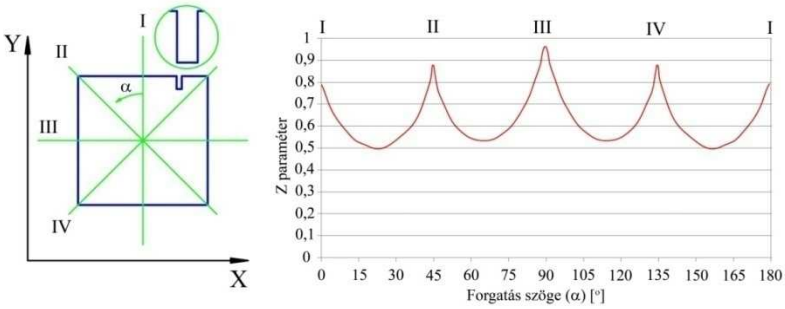
9. ábra 6x6 mm bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 10. ábrán egy keskeny, de mély bemetszést ejtettem az alap geometrián, ebben az esetben is látható az eredményekből, hogy észrevehető mértékű eredménytorzulást okoz az eredeti alakzathoz képest. A bemetszést ismét úgy ejtettem, hogy az I -el jelölt tengelyes szimmetria megmaradt. A szimmetriagörbén a III -mal jelölt helyen Z=0,98 értékkel közelítő szimmetria van jelen, tehát ez a tengely nem érzékeny az ilyen típusú bemetszésre. A II -es és IV -es helyen jelölt szimmetria paraméter már jelentős eltérést mutat, itt csak Z=0,805 értéken van jelen a szimmetria, tehát csak közelítő szimmetriáról beszélhetünk.



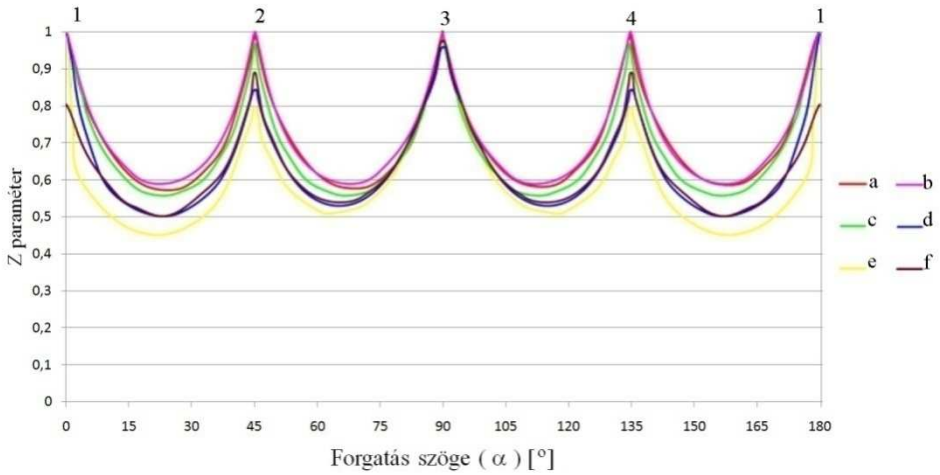
10. ábra 2x10 mm bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 11. ábrán az alapkontúrt úgy változtattam meg, hogy a bemetszést egy tetszőleges általános helyen vettem fel 2x5 mm méretben. Ebben az esetben a kapott eredményekből kitűnik, hogy most az I -el jelölt helyen sem szimmetrikus az alakzat. A legjobb közelítő szimmetria csak Z= 0,75 értéket ért el a III -as pontban. A II -es és IV -es tengelyek esetében a közelítés mértéke Z=0,88.



11. ábra 2x5 mm aszimmetrikus bemetszésű teszt alakzat és a szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2008c)

A 12. ábrán a 6 - 11. ábrák elemeit mutatom összegezve. Ezen az ábrán látható az alapgeometriától való eltérés jól detektálható különbségeket eredményez a vizsgálat során.

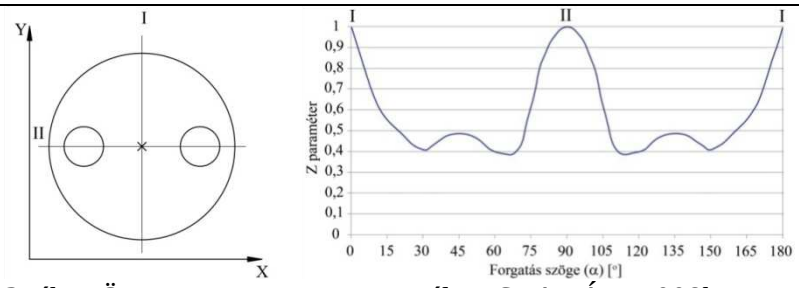


12. ábra A 6 - 11. ábrák összegzése (SZAKÁL, 2008c)

Piros színel látható az eredeti kontúrra elvégzett számítás eredménye, majd rendre a többi is feltüntetve. A diagramból látható, hogy a 90x90 mm –es négyzet sarokpontjait letörve 1x1 mm –re (ezzel közelítve a tökéletes körhöz), a görbe minden pontjában nagyobb Z értéket mutat, mint a kiindulásnak használt eredeti négyszög. A többi esetben, amikor változtattam a négyzet egyes oldalait (egy oldal kis részének kicsípésével), akkor jelentős eltérést mutatnak a kapott görbék, pedig az általam alkalmazott „hibák területe” a kiinduló alakzat területének csupán 0,45% -a a legrosszabb esetben is.
Az alakzaton végzett egészen kicsi módosítás, torzulás hatására is a jelentős különbségeket vehetünk észre a kapott szimmetriagörbéken.

3.3. Többszörösen összetett alakzat vizsgálata

A műszaki életben előfordulhat olyan eset is, amikor egy alakzat kontúrja nem írható le egyetlen zárt görbével. Alámetszések, furatok találhatóak benne. Ilyenkor összetett geometriáról beszélünk a szimmetria vizsgálat szempontjából. Erre az esetre mutatok egy példát a következőkben.
A vizsgált geometria egy tárcsa benne két furattal (13. ábra).



13. ábra Összetett geometria vizsgálata SZAKÁL, 2008b

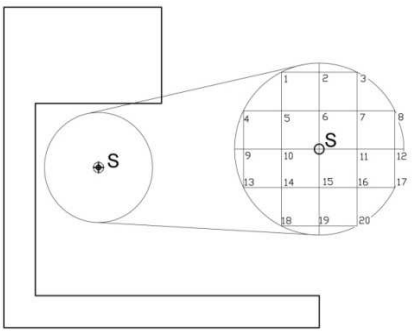
Ha a vizsgálat tárgya egy körív lenne, akkor a kapott paraméter Z=1 értéket venne fel a teljes szögtartományban. Mivel elhelyeztem két furatot is a külső kontúron belül ezért a vizsgálatok során a 13. ábrának megfelelő eredményt kaptam. Az I és II számmal jelölt pontokban az Z=1 tehát az alakzat szimmetrikus. Ezen a két ponton kívül a többi szögtartományban még csak közelítő szimmetriát sem mutat a vizsgált geometria Z<<1.

3.4. Legjobban közelítő globális szimmetriatengely keresése

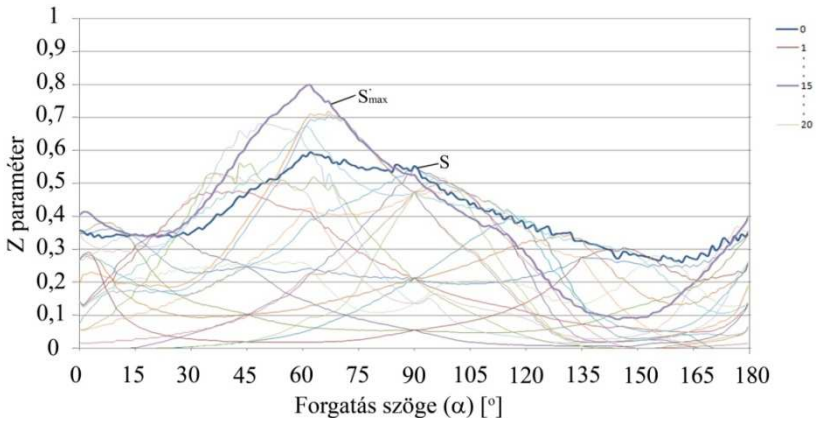
A legjobb globális szimmetriatengely meghatározása során az adott alakzatra vonatkozó maximális Z paramétert keresem.
A munkám során abból a feltételezésből indultam ki, hogy egy alakzat szimmetriatengelye biztosan átmegy a súlypontján. Ez az állítás igaz minden olyan esetben, amikor az alakzatnak van legalább egy szimmetriatengelye. Azonban ha, nincs pontos szimmetria, nem biztos, hogy a legjobban közelítő szimmetria tengely a súlyponton átmenő egyenesek között található meg. Ezért célszerű a súlypont körül elhaladó egyeneseket is megvizsgálni a tengelyes szimmetria szempontjából. Előfordulhat, hogy egy a súlypont mellett elhaladó egyenesre számolt Z paraméter értéke magasabb lesz. A szimmetriakereső algoritmussal a súlypont eltolásával megvizsgálok minden olyan alakzatot, amelynek nincs teljes szimmetriatengelye (Z≠1).

A súlypont eltolásának eredményeit egy egyszerű alakzaton mutatom be. Az alakzat kontúrvonalán kívül esik a súlypontja. Az alakzat alsó és felső részének területe nem egyezik meg, és az oldalarányok is különbözőek, ezzel biztosítottam az alakzat általános mivoltát.
Az alakzat súlypontjának környezetére egy négyzetrács hálót illesztve és a rácspontokra, mint módosított (S’) súlypontra elvégezve a szimmetriakeresést, megvizsgálom van-e jobb közelítő-szimmetriatengely, mint a súlyponton átmenő. Azt a területet, amely a lehetséges módosított súlypontokat tartalmazza, az alakzat legnagyobb méretének függvényében választom meg.

A vizsgált alakzat legtávolabbi pontjainak távolságát alapul véve a súlypont 20 % -os környezetében egy elsődleges vizsgálatot készítek. Az elsődleges futtatás során a kijelölt vizsgálati területen minden esetben 20 futtatást hajtok végre. A 14. ábrán 1-20 –ig terjedő számok az eltolt S' súlypontokat jelölik.



14. ábra A súlypont eltolása szimmetria kereséséhez

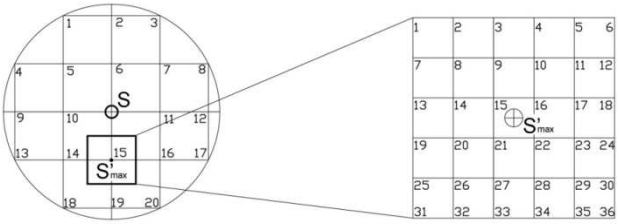


15. ábra Az elsődleges súlyponteltolás eredménye

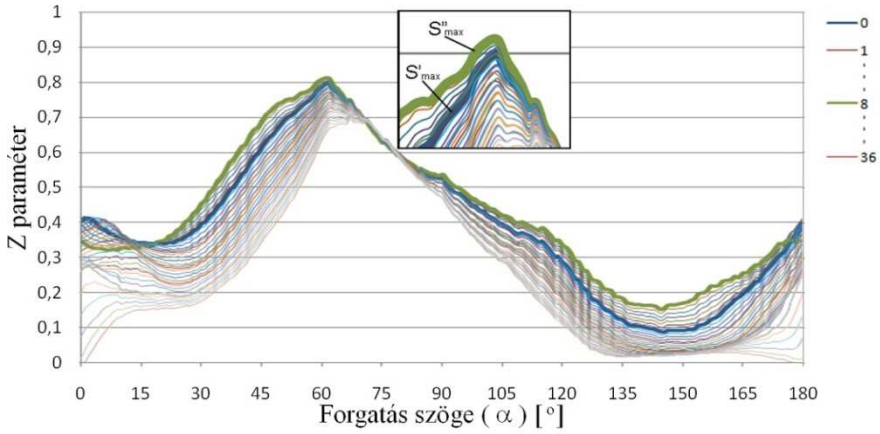
A futtatás során kapott eredmények közül a legnagyobb Z paramétert adó S' környezetét az algoritmussal ismét megvizsgálom egy második számítási sorozattal. A második közelítés során az S'_{max} értékének környezetét kijelölöm ki újabb vizsgálatra.

Az elsődleges vizsgálat, durva közelítést ad a legjobb globális szimmetria keresésére. A második közelítés során az első közelítés S'_{max} környezetében a 16. ábrán mutatottaknak megfelelően újabb 36 futatás hajtok végre.

Az első vizsgálat során megállapított S'_{max} környezetét nagyobb felbontással újraszámolva, a kapott eredmény megfelel a műszaki gyakorlat elvárásainak.



16. ábra Az S'_{max} környezetében felvett mérési pontok



17. ábra A második nagyobb felbontású futatás eredménye

A második vizsgálati területet úgy választom meg, hogy ha az S'_i pontok mindegyikére felveszek egy ugyanekkora területet, akkor még éppen ne legyenek átfedések, így minden lehetséges területet megvizsgálok a nagyobb felbontással. Ezzel a módszerrel az eredeti alakzat legnagyobb méretéhez viszonyítva 0,4 % felbontást alkalmazok a legjobb szimmetriatengely keresése során.

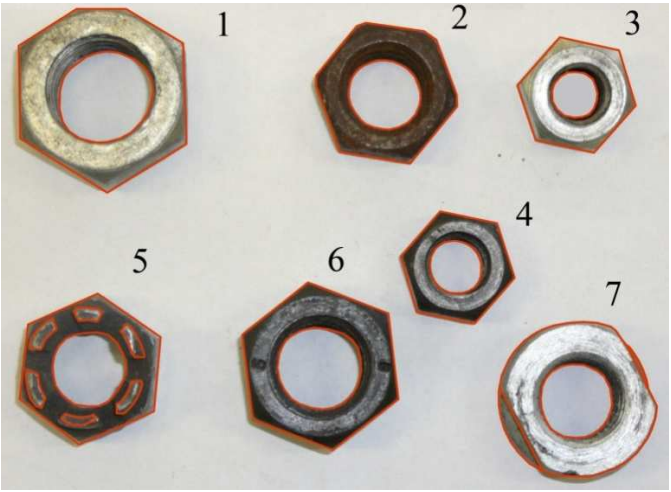
A 17. ábrán látható a S'_{max} környezetére felvett pontokra futtatott algoritmus eredménye. A kapott görbék ezen S'_{max} környezetét jellemzik. A kis súlypont eltolásnak köszönhetően a szimmetria-diagram görbéi, hasonló jellegűek. A számolt szimmetria-diagramok közül választom ki a legnagyobb Z_{max} paramétert mutató görbe eltolt súlypontját (S''_{max}).

A súlypont módosításának köszönhetően a vizsgált alakzatra meg tudom határozni azt a pontot, amelyen átmenő egyenesekre a legnagyobb Z paraméter érték számolható. Ez a szimmetria-diagram fogja tartalmazni az adott felbontással elérhető az alakzatra jellemző Z_{max} paramétert.

A mai számítógép teljesítmények mellett nem okoznak gondot a többlépcsős futtatások. A program futási idejét nem befolyásolja jelentősen újabb vizsgálati terület kijelölése.

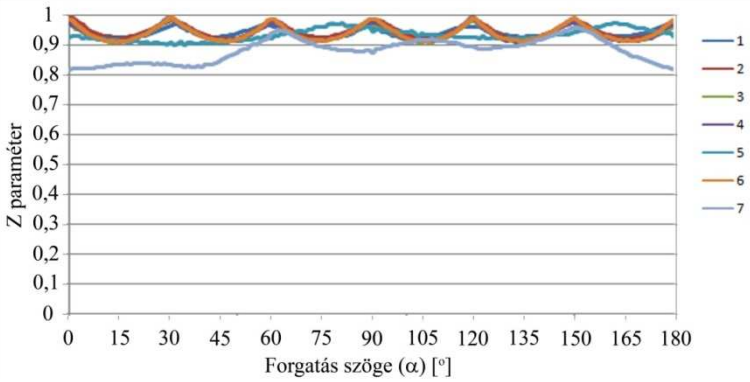
3.5. Alkatrész válogatás kiértékelésének módszere

Válogatási feladatok esetén, a munka a képfeldolgozással kezdődik. Ekkor a vizsgált halmazról egy digitális kép készül, majd a MATLAB -ban egy algoritmus segítségével elkészítem az alakzatok kontúrvonalát alkotó képpontok táblázatát.
Az alakzatok válogatására használt Visual FoxPro fejlesztői környezetben létrehozott algoritmussal megvizsgálom a képelemzés eredményeképpen kapott képpontokat. Az alakzatot leíró esetleg több ezer képpont nem teszi lehetővé a gyors válogatást. Az algoritmussal egyenes szakaszokat keresek a kontúron, amennyiben a képpontok sorozatát egyenes szakasokkal tudom leírni, úgy csökken a futtatás időigénye. Gépelemek esetében, mint például a hatlapú csavaranyák esetében az oldallapok által határolt kontúrt egyenes szakasszal leírva hat koordinátapontot kell tárolni a több ezer (a kép felbontásától függően) képpont helyett. A menetes furatot is egyenes szakasszal közelítem, jelen esetben a furat kontúrjának minden ötödik képpontját (1600x1200 képpont méretű kép esetén) felhasználva hozom létre a belső kerületi szakaszokat.
A műszaki gyakorlatból vett alkatrészekről készült digitális felvételt mutatok az 38. ábrán. Különböző méretű és típusú csavaranyák esetében ismertetem az alkatrészek válogatásának módszerét. A csavaranyák közül a 3, 4, 6, számmal jelöltek sérülésmentes hatlapú anyák. A 2, anya négy sarka kissé sérült szereléskor, az 1, anya egyik sarkát lereszeltem, olyan mértékben, hogy az a további felhasználhatóságot már zavarja.



18. ábra Különböző méretű és típusú csavaranyák

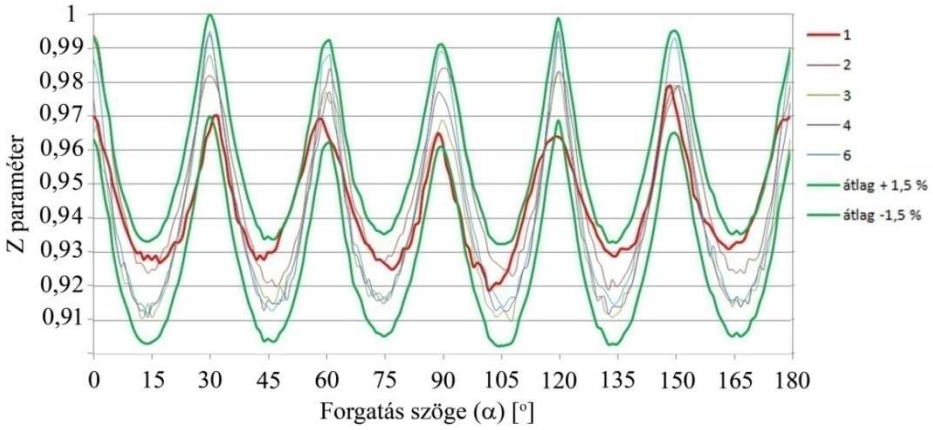
Az alkatrészekre futtatva a szimmetria tulajdonságok alapján válogató algoritmust, a 19. ábrán látható szimmetria-diagramot kaptam. A diagramon megvizsgálom, hogy a kapott görbéknek hány lokális szélső értéke van. A maximum és a minimum értékek számát és értékét is figyelembe veszem. Ez a válogató algoritmus döntési mechanizmusának első lépése. Ez alapján a jellegre hasonló diagramokat szűröm ki.
A 19. ábrán a 18. ábra jelöléseivel az 5. 7. számmal jelölt alakzatok szimmetria-diagramja jellegre eltér az 1. 2. 3. 4. 6. számmal jelölt alakzatok eredményeitől.



19. ábra Az 18. ábrán mutatott csavaranyák esetében a szimmetria-diagram

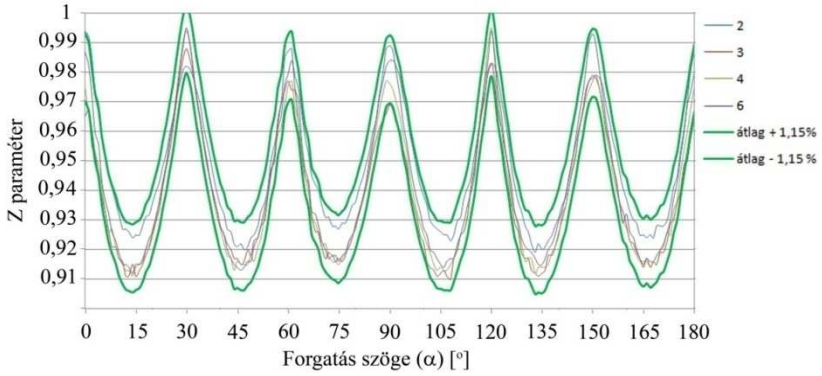
Az első lépésben kiszűrt alakzatok szimmetria-diagramjait egy nagyobb felbontásban megvizsgálva látható, hogy a Z paraméter értéke 0,9 és 1 közé esik.

A hatszögletű kontúrral rendelkező alakzatoknak megfelelő, hat lokális maximumot mutató eredmény látható a 20. ábrán. A diagramon az 18. ábra jelöléseinek megfelelően 1. 2. 3. 4. 6. alakzat szimmetria-diagramja van megjelenítve. A diagramok azonos szögértékeihez tartozó szimmetria paraméter értékeinek átlagából egy a vizsgált alakzatokra jellemző átlag diagramot hozok létre. Ennek a diagramnak a környezetében a műszaki gyakorlat számára elfogadott 3% -os hibasávot hozok létre. Zöld színnel jelöltem a görbéket (átlag + 1,5 % és átlag - 1,5 %), amelyek kijelölik a hibasávot. A szimmetria-diagram elemzése során második lépésben azt vizsgálom, hogy a diagramok belül helyezkednek-e ezen a sávon. Az 1. alakzat (pirossal jelölve) szimmetria-diagramja több helyen is kilép a hibasávból, ezért az valószínűleg túl nagy hibát tartalmaz. Az 18. ábrán az 1. alakzat egyik sarkát olyan mértékben torzítottam, amely a további felhasználását nem teszi lehetővé, jelen esetben ez a hiba okozza a szimmetria-diagram torzulását.



20. ábra A hatlapú csavaranyák szimmetria-diagramjai és azok 3 %-os hibasávja

A hibásnak vélt alakzat kizárásával, azok az alkatrészek kerülnek kiválasztásra a vizsgált halmazból, amelyek szimmetria-diagramja a 3% -os hibasávon belül van. A kiválasztott alkatrészek szimmetria-diagramjai esetében megkeresem azt a legkisebb hibasávot, amelybe még mindegyik diagram belefér. A kiválasztott 2. 3. 4. 6. alkatrészek szimmetria-diagramjai a 2,3% -os hibasávban helyezkednek el.



21. ábra Az egyformának minősített alkatrészek szimmetriadiagramjai és azok hibasávja

A hibasáv mértékét a válogatás szigorúsága határozza meg. Abban az esetben, amikor egyáltalán nem engedhető meg sérült alkatrészek felhasználása, akkor a sáv nagyságát 1 % -ra csökkentem. Az így meghatározott sáv az, amelyben még ugyanolyan alakúnak tekintem az alkatrészeket. A gépelemek általános válogatása esetében 3 % eltérést fogadok el. Ekkor még az alkatrészeken nem tapasztalhatóak olyan sérülések, amelyek a felhasználást befolyásolják.

3.6. Ömlesztett alkatrészek válogatása

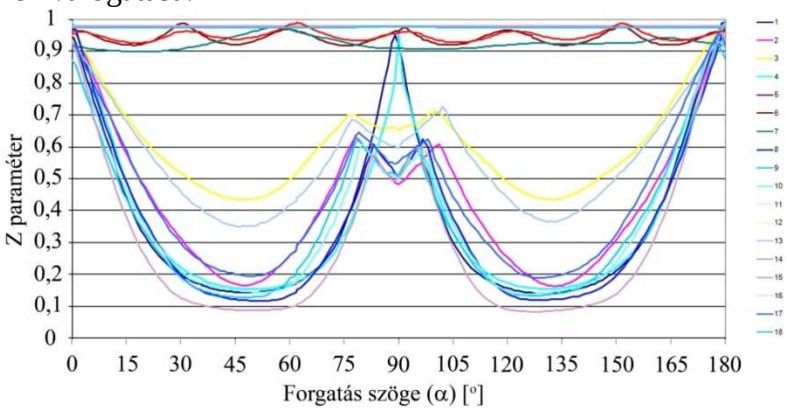
A szimmetriakereső algoritmus alkalmas alkatrészek válogatására (SZAKÁL, 2009). Az algoritmus az alakzatok kontúrvonalának szimmetriatengelyeit keresi. A megvizsgált lehetséges szimmetriatengelyekre kapott Z paraméterekből felvett szimmetria-diagram minden alakzatra egyedi, függetlenül a ténytől, hogy az alakzat tartalmaz-e szimmetriatengelyt vagy nem. A szimmetriakereső algoritmus ezen tulajdonságát kihasználva alkalmazható válogatási feladatokra.
A szimmetria-diagram az alakzatok egyedi jellemzője, azonban a közel hasonló alakzatok diagramjai is közel hasonlóak. Így a válogatás során a görbék közötti eltérésekre egy értéksávot megadva csoportosíthatók a válogatott alkatrészek. A Z paraméterre vonatkozó sáv értéke adja meg a vizsgált alakzatok egymáshoz képesti megengedett eltérését. A sáv szerepe az adatok feldolgozása során előforduló hibák, pontatlanságok (elsősorban képfeldolgozási pontatlanságok, esetleg az alkatrészek elhelyezkedéséből adódó torzulások), valamint az alkatrészek tényleges deformációinak figyelembevétele. Az algoritmus nem számol az alkatrészek méreteivel azok eltéréseivel, csak az alakot veszi figyelembe.
A megadott sáv együttesen tartalmazza az alkatrészek egymáshoz képesti valós eltéréséből, és a képfeldolgozásból adódó torzulások értékeit is. Ezért a képfeldolgozás során gondosan kell eljárni, csökkentve ezzel az adatok felvételekor elkövetett hibákat.

Az algoritmus kipróbálására a műszaki gyakorlatból ismert kötőelemeket rendszertelenül helyeztem el egy asztalon. Az alkatrészek többféle alakúak és méretűek voltak. Az alkatrészek között volt sérült, és összetapadt is.

22. ábra A vizsgált alakzatok kontúrjának felvétele (SZAKÁL, 2009)

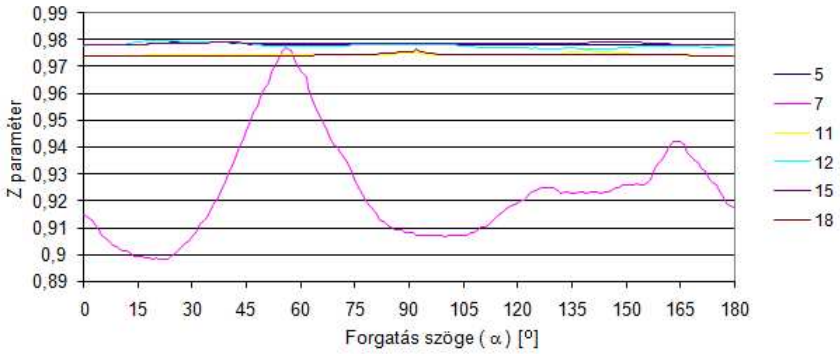
A válogató algoritmus alkalmazásakor az alakzatok külső kontúrvonalát kell felvenni. A 22. ábrán alkatrész halmaz látható, ahol piros szín jelöli az alkatrészek kontúrjait. A későbbi azonosítás érdekében számok jelölik az egyes alkatrészeket. Az algoritmussal külön-külön kezelem az egyes alkatrészek kontúrját. Minden egyes alkatrész esetében felveszem egy koordináta rendszerben az alkatrészeket alkotó kontúrvonal képpontjait.

Az algoritmus futtatása után minden alkatrészre számolt szimmetria-diagram rendezve látható a 23. ábrán. Az összesített szimmetria-diagramokon jól látható, hogy egyszerűen csoportosíthatók a vizsgált alkatrészek. A Z paramétert különböző, de jellemző tartományokra bontva végezhető el az alkatrészek válogatása.



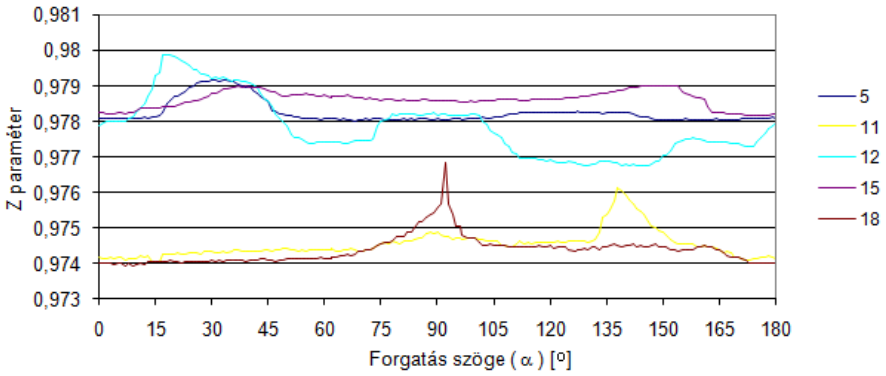
23. ábra Az összesített eredmények (SZAKÁL, 2009)

Azok az alkatrészek a körhöz hasonlóak, amelyek szimmetria-diagramján minden forgatási szöghelyzetben a Z paraméter nagyobb, mint 0,9. A 24. ábrán látható diagramok mindegyikére igaz a $0,9<Z<1$. Az ábrán a görbék nagytöbbsége egy szűk tartományon belül található, ezek kinagyítva a 45. ábrán láthatóak. A 24. ábrán 7-el jelölt görbe ugyan körszerű, de az jelentősen eltér a többitől, ezért azt külön meg kell vizsgálni. A görbe összességében is magas Z paramétert mutat, azonban van kitüntetett irány is, ahol a szimmetria paraméter értéke $Z = 0,976$, $\alpha = 61^{o}$ –nál. Ez azt jelenti, hogy a vizsgált alakzatra biztosan felvehető egy olyan tengely, amely közelítő szimmetriát mutat.



24. ábra A körszerű alakzatok szimmetria-diagramjai (SZAKÁL, 2009)

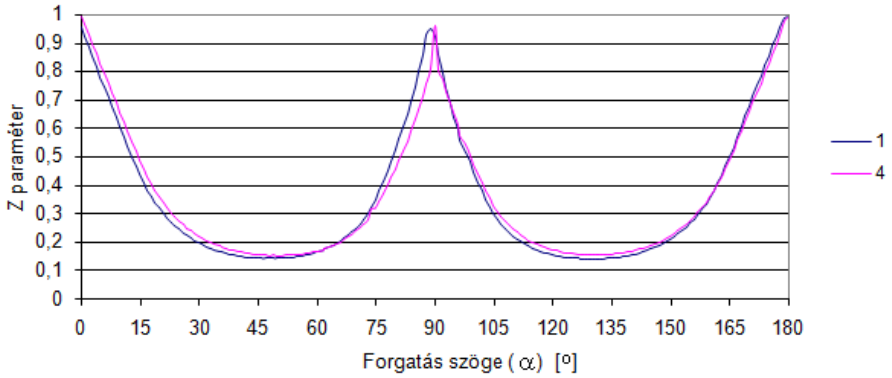
A 22. ábra jelöléseivel a 7. alkatrész egy alátét és egy csődarab egységéből tevődik össze. A fényképezés során az összetapadt alakzatot egy tetszőleges helyzetben sikerült lefényképezni, ez okoz torzulást a vizsgált képen. Jelen esetben éppen ez a torzulás teszi lehetővé, mint hibás alkatrész felismerését. Ha a kamera alatt helyezkedett volna el pontosan függőleges helyzetben, akkor biztosan egy alátétnek ismerte volna fel az algoritmus. Az ilyen esetek elkerülése végett érdemes egyszerre két különböző szöghelyzetű kameraállásból készített képeket vizsgálni.



25. ábra A körszerű alakzatok egy szűk tartománya (SZAKÁL, 2009)

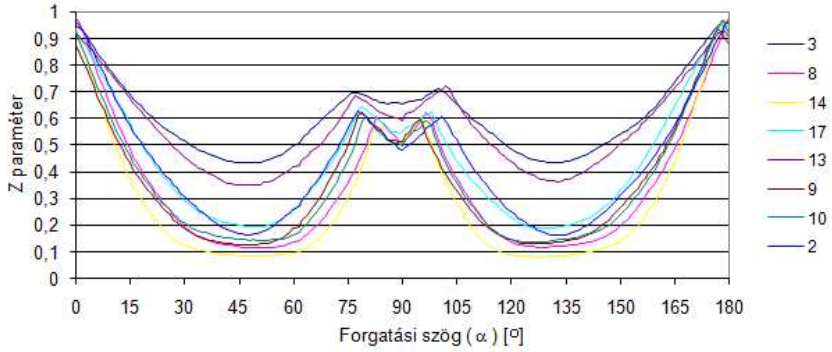
A 25. ábrán további csoportosítási lehetőség kínálkozik. Az ábrán a Z paraméter értéke 0,974 – 0,98 között található 0,006 sávban. Az igen kicsi sávban található görbék alakját megvizsgálva kiderül, hogy a 11. és a 18. alakzat valamelyest eltér a többi hasonló körszerű alakzattól. Azon túl, hogy hasonlítanak a körhöz, biztosan van rajtuk egy kitüntetett pont (rugós alátét hasítéka). Az ábrán látható 11. és 18. –as alakzat görbéjén a különböző szöghelyzetben található kiugró paraméter értékek az alátétek eltérő orientációjából adódik.

A 22. ábra 5. alkatrésze szintén rugós alátét, amit a jelenlegi egykamerás vizsgálattal nem lehet megkülönböztetni a többi alátéttől. Biztos megoldást ebben az esetben a két külön kameraállásból történő vizsgálat jelent.



26. ábra A nagy oldalélarányú téglalapszerű alakzatok (SZAKÁL, 2009)

A 26. ábrán látható görbék jellemzője, hogy két szöghelyzetben található Z = 1 értékhez közeli paraméter. Ez a típusú szimmetria-diagram a legalább 1/6 oldalarányú téglalapokra jellemző. Jelen esetben az 1. és 4. csapszerű alkatrészek diagramjai láthatóak. Mind a két alkatrész esetében a görbék 90°-os szöghelyzetében látható közelítő szimmetria értéke kisebb, mint ezek 0°-os szöghelyzetben. A nem teljes szimmetria az alakzatokon található kisebb bemetszéseknek köszönhető.

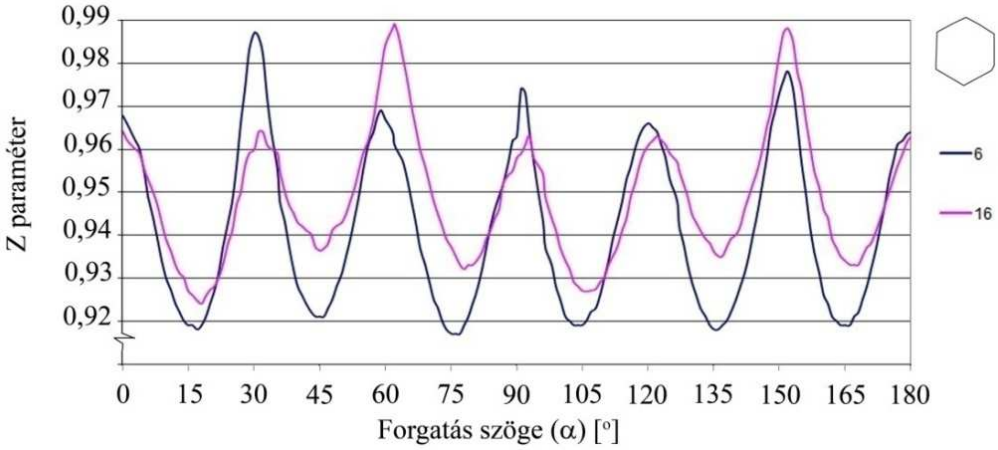


47. ábra A csavarszerű alakzatok görbéi (SZAKÁL, 2009)

A 27. ábra görbéi hasonlítanak a 26. ábrán mutatott görbékre, itt is igaz, hogy nagy oldalél arányú téglalap szerű (2D-ben téglalap, 3D-ben ez akár hengeres is lehet) alakzatot jelölnek. A szimmetria-diagram 90°-os szöghelyzetben látható lokális paramétercsökkenés oka az egyoldali szimmetriasérülés eredménye. Jelen esetben a csavarok szegecsek fejkiképzéséből adódik a szimmetria torzulása.

A vizsgálat során csavarokat és szegecseket is tartalmaz a sokaság, amire

elvégeztem a futtatást. Ebben a felbontásban nem képes az algoritmus megkülönböztetni ezeket az alkatrészeket. Ha vannak előzetes ismereteink a vizsgált alakzatokat tekintve, akkor a képfeldolgozás felbontását növelve már megkülönböztethetőek ezek az alkatrészek is.

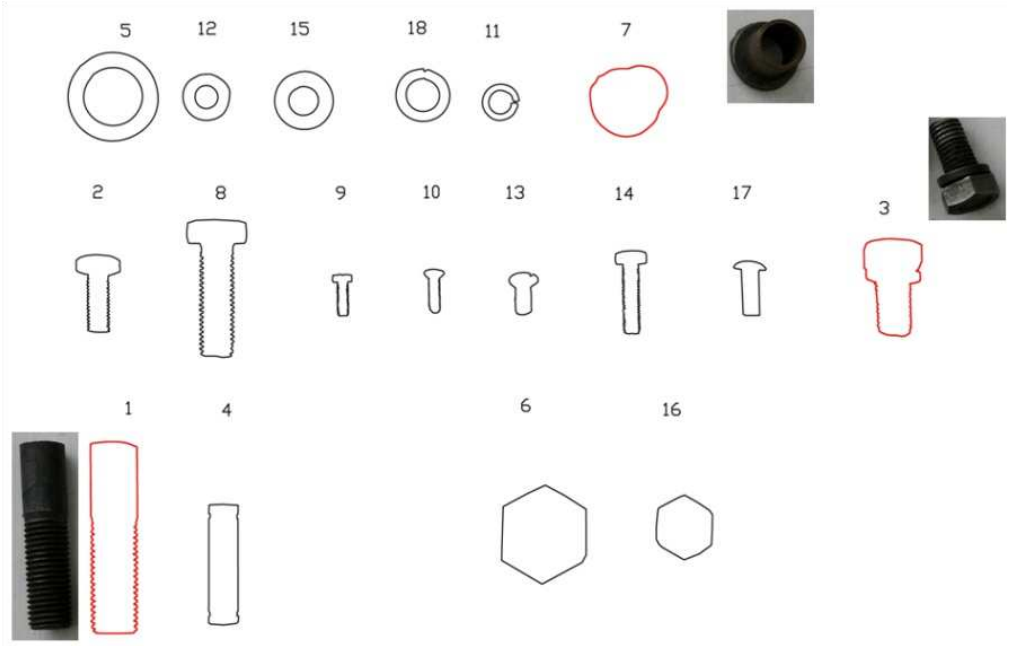


28. ábra A hatszögletű alkatrészekre jellemző szimmetria-diagram (SZAKÁL, 2009)

A 28. ábrán látható görbéknek 6 lokális maximuma van, ez azt jelenti, hogy a vizsgált alakzatok közül a 6. és 16. alakzat hatszög. A szimmetria-diagramról az is kiderül, hogy a vizsgált hatszög alakzatokon sérülések, torzulások találhatóak. Ideális esetben a görbéknek hatszor kellene elérni a Z = 1 értéket.

A 29. ábrán csoportosítva láthatóak a vizsgált alkatrészek. A szimmetria-diagram alapján kiválasztottam a körszerű, a csavarszerű, téglalap és a hatszögszerű alkatrészeket. Külön megjelöltem azokat az alkatrészeket, amelyek ugyan beleférnek egy-egy csoport tűrésmezejébe, de valamiért más, mint a többi.

Az általam tesztelt alkatrészek között az 1. 3. és a 7. alkatrész volt hibás. A futtatás során kiválasztottam a 3. és a 7. alkatrészt, mint bizonytalan besorolású. Ezek az alkatrészek ténylegesen nem sorolhatóak be ebben a formában egyik csoportba sem. Az 1. alkatrész egy csavar, aminek lefűrészeltem a fejét, így eltávolítottam az alkatrész jellegzetességét. Ezért az alkalmazott beállításokkal nem tudtam megkülönböztetni egy egyszerű csaptól a szimmetria-diagram alapján.
Nagyobb felbontás esetén az alkatrész menetes része módosít a szimmetria-diagrammon, így már eldönthető, hogy melyik alkatrészcsoportba kell sorolni.



29. ábra A vizsgált alakzatok válogatva

A szimmetriakereső algoritmus, amelyet az alkatrészek válogatására használok, mérettől független. Az alkatrészeket pusztán az alakjuk alapján számolt szimmetriajellemzőik alapján rendezi csoportba.
A futtatás során kapott eredményekből látható, hogy tetszőleges síkbeli alakzatok hasonlóságát az általam készített szoftver felismeri.

Az algoritmus koncentrikus kontúrral rendelkező alakzatok (pl. alátét) esetében nem alkalmas a szimmetria tulajdonságok meghatározására. Így az alkatrészek válogatása során sem tudja megkülönböztetni az alátétet egy korongtól.

3.7. Új tudományos eredmények

A munkám során, a síkbeli (2D) alakzatok tengelyes szimmetriáival kapcsolatos kérdéseit vizsgáltam. A kutatásom eredményei:

1. Kidolgoztam egy új szimmetriakereső módszert, amely alkalmas tetszőleges síkidomok szimmetria-tengelyének megkeresésére. Az új módszerrel a közelítő szimmetria is egyértelműen beazonosítható.

2. A szimmetria leírására definiáltam a Z szimmetria paramétert, amely egy 0 és 1 közötti szám. A szimmetria paraméter alkalmas a közelítő szimmetriatengely(ek) megkeresésére, abban az esetben is, amikor pontos szimmetria nincs.

3. Definiáltam a szimmetria-diagramot, amely a Z szimmetria paraméter vizsgált alakzathoz viszonyított szögfüggését írja le. Megállapítottam, hogy a szimmetria-diagram független az alakzat geometriai méretétől és alkalmas geometriailag hasonló alakzatok felismerésére.

4. Megmutattam, hogy a szimmetria-diagram alkalmazható többszörösen összetett alakzatok esetében is, a szimmetriatengely(ek) megkeresésére, valamint azonos alakzatok esetében a geometriai hibák (sérülések) felismerésére. Az alkalmazási korlátot a többszörösen összetett és koncentrikus határoló görbékkel rendelkező alakzatok jelentik.

5. Megmutattam, hogy az eredetileg szimmetria felismerés céljára definiált szimmetria-diagram alkalmazható hasonlóság és alak felismerésre, valamint alak szerinti válogatási célokra is. A szimmetria-diagram alakváltozásra való érzékenysége miatt, az alak felismerési feladatok tetszőleges pontossággal elvégezhetők.

4. KÖVETKEZETÉSEK ÉS JAVASLATOK

A munkám során fejlesztett szimmetriakereső algoritmus alkalmas pl. ömlesztett kötőelemek válogatására. Az algoritmus jelenleg az alak szerinti osztályozást teszi lehetővé. Ezzel ömlesztett alkatrészek előválogatása oldható meg. A méret szerinti válogatásra nem alkalmas. Azonban az algoritmus digitális képek alapján geometriai méretekből aránypárokat felállítva határozza meg a szimmetria tulajdonságokat, ezért a vizsgált képekből a feldolgozás során meghatározható az alakzatok geometriai méretei is. Ezt kihasználva az algoritmus alkalmassá tehető a méret szerinti osztályozásra is.
Az ömlesztett kötőelemek automatizált előválogatásának üzemi körülmények közötti megvalósítása elkezdődött. A Veresegyházon üzemelő repülőgép hajtóműveket felújító cég mérnökeivel elkezdtük, az általam kidolgozott módszer gyakorlati megvalósítását. A munka jelenleg a tervezés és eszközbeszerzés fázisában tart.

Folyamatos tűzi-mártó eljárással horganyzott, kis karbon tartalmú acélszalag és lemez hidegalakítása szabvány (MSZ EN 10142:2000), az eljárás során keletkezett ún. horganyvirágok méreteinek meghatározását nem egzakt módon meghatározható mérőszámmal minősíti. A horganyzott felületen kialakult horganyvirágok méret szerinti besorolására a következő fogalmakat használja a szabvány: kicsi-, közepes, nagy horganyvirágok. A horganyvirágok szabvány szerinti méretbesorolása a felhasználás szempontjából fontos, mint pl. hideg alakíthatóság, festhetőség.
Úgy gondolom, hogy az általam kidolgozott szimmetriakereső módszerrel, a szimmetriatulajdonságok alapján, egyértelműen meg lehetne határozni a horganyvirágok méretlépcsőit, a különböző felhasználási területeknek megfelelően.

Mezőgazdasági termények, energetikai célra való felhasználására különböző konstrukciójú erre a célra fejlesztett szecskázó gépek vannak forgalomba. A betakarító gépek tervezésénél a robosztus szerkezet a tartósság és a megbízhatóság a legfontosabb szempont. Azonban energetikai célra történő felhasználás során fontos szempont a szecska mérete és alakja. Az apríték méretének, alakjának és felületének kiemelt szerepe van a tüzeléstechnika oldaláról. A jelenleg elterjedt növényi szár apríték tüzelésére alkalmas, jó hatásfokú kazánok üzemeltetéséhez elengedhetetlen a homogén- és az adott eszköz számára optimális méretű tüzelőanyag előállítása.
A szimmetria keresésére megfogalmazott módszert alkalmazva, kidolgozható egy online adatgyűjtő rendszerrel ellátott eszköz, amely a szecskázás során morfológiailag minősíti az aprítékot. Az így kapott eredmények alapján egy szabályzást lehet kialakítani a szecskázógép üzemi paramétereinek optimalizálására.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

A munkám során a síkbeli alakzatokat tengelyes szimmetria szempontjából vizsgáltam. Kidolgoztam, az ún. szimmetria-paraméter számítási metódust a síkbeli alakzatok tengelyes szimmetriáinak vizsgálatára. Az algoritmussal az összes szimmetriatengely, valamint közelítő szimmetriák megkeresése lehetséges.
Az alakzatok elemzése során, azok teljes felületét végigpásztázva megadom a pontos szimmetriatengely(ek) helyét, és számszerűsítem a szimmetriák közelítő mértékét is.

Az általam megfogalmazott új szimmetriakereső algoritmussal végigpásztázva a súlyponton átmenő egyenesek sokaságát, minden lehetséges variációt megvizsgáltam a tengelyes szimmetria szempontjából. A szimmetriaparaméter meghatározásánál abból a feltételezésből indultam ki, hogy egy alakzat szimmetriatengelye(i) átmennek a területére számított súlyponton. Megfogalmaztam egy új szimmetriaparamétert, amely egy 0 és 1 közé eső szám. Ez a számszerű paraméter a vizsgált alakzatra jellemző. Ha a paraméter értéke 1, akkor a vizsgált egyenes pontosan a szimmetriatengelye az adott alakzatnak. Ha azonban a paraméter értéke csak közelít 1-hez, akkor a vizsgált egyenes is csak közelítő szimmetriatengelye az adott alakzatnak. A szimmetria paramétert a feltételezett szimmetria tengelyek orientációja szerint diagramban, az ún. szimmetria-diagramban ábrázolom. A szimmetria-diagram segítségével biztonsággal határozhatók meg azon tengelyek, amelyekre szimmetrikus vagy közelítően szimmetrikus az alakzat.

Azt találtam, hogy a szimmetria diagram egyedi alakjellemző, függetlenül attól, hogy az alakzat szimmetrikus-e vagy sem. Tetszőleges síkbeli alakzatok alak szerinti azonosítására alkalmas, mérettől függetlenül.
Az alakzatok szimmetria-diagrammjának egyedi jellege révén az algoritmus alkalmazható alakzatok hasonlóságának vizsgálatára még akkor is, ha a geometriai hasonlóság csak közelítő jellegű.

A munkám során elkészítettem egy szoftvert, amellyel a szimmetria paraméter számítására felállított metódust tudom futtatni. Ezzel a programmal lehetőség nyílik alakzatok szimmetria tulajdonságainak vizsgálatára, pontos és közelítő szimmetria paraméterének meghatározására, a kapott eredmények számszerű megjelenítésére, valamint a hasonló vagy közel hasonló alakzatok válogatása.

SUMMARY

During my research work I have been examining the plane configurations from the standpoint of the axial symmetry. I have worked out the so called symmetry – parameter calculating method to examine the axial symmetries of plane configurations. With the algoritm it is possible to search every symmetry axis as well as the approximate symmetries.
During analysing the configurations scanning through their whole areas I give the exact space of symmetry axis(es) and I give the numerical data of the symmetries approximate dimension, too. I have examined all possible variations from the standpoint of axial symmetry with the new symmetry searching algorithm scanning the lot of straight lines passing over the centre of gravity drawing up by me. I have set out from that presumtion at determining the symmetry-parameter that a certain configuration symmetry axis(es) pass over the centre of gravity calculated to its area. I have drawn up a new symmetry-parameter which is a number between 0 and 1. This numerical parameter characterizes the configuration examined. If the parameter value is 1, then the straight line examined is exactly the symmetry axis of the configuration given. If the parameter value only approximates to 1, then the straight line examined is only an approximate symmetry axis of the configuration given. I present the symmetry-parameter in the diagram according to the orientation of the symmetry axis presumed in the so called symmetry-diagram. With the help of the symmetry-diagram those axises can be safely determined onto which the configuration is symmetry or is approximately symmetric.
I have found that the symmetry-diagram is an individual shape characteristic indipendently whether the configuration is symmetric or is not. It is suitable to identify according to shape of optional plane configurations indipendently from size. The algorism can be applied by means of individual characteristic of symmetry-diagrams' configurations still then if the geometrical analogy has got approximate characteristic.
During my research work I have worked out a software by which I can run the method capable calculating the symmetry-parameter. It is possible by this program to examine the symmetry characteristics of configurations, to determine the symmetry-parameter exactly and approximatively, to present numerically the results got as well as to select the similar or near configurations.

6. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉHEZ KAPCSOLÓDÓ PUBLIKÁCIÓK

Lektorált cikk idegen nyelven:

Szakál Z., Zsoldos I. (2008b), The symmetry-diagram as a tool of the pattern recognition, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Issue 4, Volume 2, pp. 523-532. Internet: http://www.naun.org/journals/m3as/2008.htm

Szakál Z., Zsoldos I., Pálinkas I. (2008d), A new algorithm of the symmetry detection on 2D figure, *R & D Mechanical Engineering Letters*, Gödöllő 2009, pp. 84-96.

Lektorált cikk magyar nyelven:

Szakál Zoltán (2008e), Szimmetria a reverse engineering szolgálatában, GÉP, LIX. évfolyam, 2008/3, 35- 37 o.

Idegen nyelvű konferencia kiadvány:

Szakál Z., Zsoldos I. (2008c), A new possibility for pattern recognition independently from geometrical mesaures, *Proceeding of the 7th WEAS International Conference on System Science and Simulation in Engineering*, Venice, Italy, November 21-23, 2008, pp. 262-265.

Szakál Z., Zsoldos I. (2009b), Shape features of 2D figures, *Hungarian materials science konference*, Balatonkenese, Oktober 11-13, 2009, proceeding under publishing.

Szakál Z., Zsoldos I. (2009a), Sorting algorithm by shape independently from geometrical measures, *Applied Computing Conference 2009 (ACC '09)*, Athen, Greece, September 28-30, 2009, proceeding under publishing.

Magyar nyelvű konferencia kiadvány:

Szakál Z., Zsoldos I. (2008a), Szabálytalan síkbeli alakzatok szimmetria vizsgálata, *Szent István Egyetem Gépészmérnöki Kar, XXXII. Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás Gödöllő*, 2008. január 20, Nr. 32, 266-270 o.