



# **Textil kompozitok anyagtulajdonságainak numerikus modellezése**

Doktori (PhD) értekezés  
Bojtár Gergely

Gödöllő  
2019

**A doktori iskola megnevezése:** Műszaki Tudományi Doktori Iskola

**tudományága:** Agrárműszaki tudományok

**vezetője:** Prof. Dr. Farkas István  
egyetemi tanár, DSc  
Szent István Egyetem,  
Gépészmérnöki Kar

**Témavezetők:** Dr. M. Csizmadia Béla †  
professor emeritus, CSc  
Szent István Egyetem,  
Gépészmérnöki Kar,  
Mechanikai és Géptani Intézet

Prof. Dr. Égert János  
egyetemi tanár, CSc  
Széchenyi István Egyetem,  
Gépészmérnöki, Informatikai és  
Villamosmérnöki Kar,  
Alkalmazott Mechanika Tanszék

.....  
az iskolavezető jóváhagyása

.....  
a témavezető jóváhagyása

## TARTALOMJEGYZÉK

JELÖLÉSEK, RÖVIDÍTÉSEK JEGYZÉKE.....	3
1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉSEK .....	6
<b>1.1. Bevezetés</b> .....	6
<b>1.2. Célkitűzések</b> .....	6
2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS .....	8
<b>2.1. Szövetek, textil kompozit lemezek</b> .....	8
<b>2.2. Kompozit lemezek anyagjellemzői</b> .....	9
2.2.1. <i>Az ortotrop anyagtörvény</i> .....	9
2.2.1.1. <i>Az ortotrop anyag</i> .....	9
2.2.1.2. <i>A transzverzálisan izotrop anyag</i> .....	10
2.2.1.3. <i>Az ortotrop anyagtörvény síkfelületi állapot esetén</i> .....	11
2.2.1.4. <i>Transzformációs összefüggések</i> .....	11
2.2.2. <i>Rétegelt kompozit lemezek viselkedése</i> .....	12
2.2.3. <i>Rétegelt kompozit lemezek végeselemes modellezési lehetőségei</i> .....	14
<b>2.3. Kompozit réteg anyagjellemzőinek meghatározása keverési szabályokkal</b> .....	14
2.3.1. <i>Egy irányban erősített kompozit anyagjellemzőinek becslése</i> .....	15
2.3.1.1. <i>Az egyszerű keverési szabály</i> .....	16
2.3.1.2. <i>A módosított keverési szabály</i> .....	17
2.3.2. <i>Textil kompozit anyagjellemzőinek becslése</i> .....	18
2.3.2.1. <i>Két egyirányú réteg szuperpozíciója</i> .....	18
2.3.2.2. <i>Mozaik, hullámossági és kapcsolt modell</i> .....	20
2.3.3. <i>Keverési szabályok alkalmazásának korlátja</i> .....	21
<b>2.4. Kompozit rétegek anyagtulajdonságainak kísérleti meghatározása</b> .....	21
2.4.1. <i>Húzási kísérlettel meghatározható anyagjellemzők</i> .....	21
2.4.2. <i>Nyírási kísérlettel meghatározható anyagjellemzők</i> .....	21
<b>2.5. Numerikus módszerek kompozit anyagjellemzők meghatározására</b> .....	22
2.5.1. <i>A szálköteg és az egy irányban erősített kompozit réteg anyagjellemzői</i> .....	22
2.5.2. <i>A textil kompozit réteg anyagjellemzőinek numerikus meghatározása</i> .....	30
<b>2.6. A szakirodalmi áttekintés összefoglaló értékelése</b> .....	37
3. ANYAG ÉS MÓDSZER.....	38
<b>3.1. A kísérletnél és a modellezésnél felhasznált textil kompozit réteg adatai</b> .....	38
<b>3.2. A kompozit lemez és a mátrix anyag kísérleti vizsgálata, a kiértékelés módszere</b> ....	40
3.2.1. <i>A mérés kiértékelésének lépései</i> .....	40
3.2.2. <i>A textil kompozit lemez húzása</i> .....	41
3.2.3. <i>A textil kompozit lemez nyírása</i> .....	44
3.2.4. <i>A textil kompozit réteg anyagjellemzői</i> .....	46
3.2.5. <i>A mátrix anyagjellemzőinek meghatározása</i> .....	46
<b>3.3. Textil kompozit réteg modellcella szerkezeti felépítése</b> .....	48
<b>3.4. Szálköteg végeselemes modellcellája</b> .....	50
3.4.1. <i>Szimmetrikus tulajdonságok</i> .....	54
3.4.2. <i>A szálköteg modellcella húzása</i> .....	57
3.4.2.1. <i>Csomópontok túlhatározottságának elkerülése</i> .....	59
3.4.2.2. <i>Húzás <math>x_{r1}</math> irányban</i> .....	60
3.4.2.3. <i>Húzás <math>x_{r2}</math> irányban</i> .....	62
3.4.2.4. <i>Húzás <math>x_{r3}</math> irányban</i> .....	63
3.4.3. <i>A szálköteg modellcella nyírása</i> .....	64
3.4.3.1. <i>Nyírás az <math>x_{r1}x_{r2}</math> síkban</i> .....	65
3.4.3.2. <i>Nyírás az <math>x_{r2}x_{r3}</math> síkban</i> .....	66

3.4.3.3. Nyírás az $x_{r1}x_{r3}$ síkban .....	68
<b>3.5. Textil kompozit réteg végeelemes modellcellája .....</b>	<b>70</b>
3.5.1. A textil kompozit réteg modellcella húzása .....	73
3.5.1.1. Húzóvizsgálat modellezése az $E_1$ és a $\nu_{12}$ meghatározásához.....	75
3.5.1.2. Húzóvizsgálat modellezése az $E_2$ és a $\nu_{21}$ meghatározásához .....	76
3.5.2. Nyíróvizsgálat modellezése a $G_{12}$ meghatározásához .....	77
<b>4. EREDMÉNYEK .....</b>	<b>80</b>
<b>4.1. Szálköteg meghatározott makroszkopikus anyagjellemzői .....</b>	<b>80</b>
4.1.1. A szálköteg modellcella húzásának eredményei .....	80
4.1.2. A szálköteg modellcella nyírásának eredményei .....	82
4.1.3. A szálköteg ortotrop anyagjellemzői .....	84
<b>4.2. Textil kompozit réteg meghatározott makroszkopikus anyagjellemzői.....</b>	<b>85</b>
4.2.1. A textil kompozit réteg modellcella húzásának eredményei .....	85
4.2.2. A textil kompozit réteg modellcella nyírásának eredményei .....	87
4.2.3. A textil kompozit réteg ortotrop anyagjellemzői .....	88
<b>4.3. A végeelemes modellcellák alkalmazhatósága .....</b>	<b>89</b>
<b>4.4. A szálköteg és a textil kompozit réteg végeelemes modellcella validálása.....</b>	<b>91</b>
4.4.1. A mérés és a végeelemes modellcellák eredményeinek összehasonlítása .....	91
4.4.2. Hibaokozó tényezők .....	91
4.4.2.1. Lehetséges hibák és csökkentésük a végeelemes modellezésnél .....	92
4.4.2.2. A kompozit próbatestek gyártásából adódó hibák .....	92
4.4.2.3. Lehetséges hibák a kísérleti vizsgálatoknál .....	93
4.4.3. Végeelemes modellcellák összehasonlítása a szakirodalmi forrásokkal .....	93
4.4.3.1. Szálköteg modellcellák peremfeltételei .....	93
4.4.3.2. Réteg modellcellák peremfeltételei .....	94
<b>4.5. Előírt kompozit réteg anyagjellemzők létrehozása .....</b>	<b>96</b>
4.5.1. Erősítő szál rugalmassági modulusának hatása a réteg anyagjellemzőire.....	96
4.5.2. Réteg anyagjellemzőinek változása különböző szövésminták esetén.....	99
4.5.3. Textil térfogatarányának hatása a kompozit réteg anyagtulajdonságaira.....	104
4.5.4. Hossz- és keresztirányú szálazás arányának hatása a réteg anyagjellemzőire.....	106
<b>4.6. Új tudományos eredmények .....</b>	<b>111</b>
<b>5. KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK .....</b>	<b>114</b>
<b>6. ÖSSZEFOGLALÁS.....</b>	<b>115</b>
<b>7. SUMMARY .....</b>	<b>116</b>
<b>8. MELLÉKLETEK.....</b>	<b>117</b>
<b>M1. Irodalomjegyzék .....</b>	<b>117</b>
<b>M2. A témakörhöz kapcsolódó publikációk .....</b>	<b>122</b>
<b>M3. Textil kompozit lemez gyártása .....</b>	<b>124</b>
<b>M4. Textil kompozit lemez húzása.....</b>	<b>125</b>
<b>M5. Textil kompozit lemez nyírása.....</b>	<b>132</b>
<b>M6. Mátrix húzóvizsgálata .....</b>	<b>136</b>
<b>M7. Réteg modellcella anyagjellemzői .....</b>	<b>142</b>
<b>M8. Végeelemes modellcellák alkalmazhatósága.....</b>	<b>144</b>
<b>M9. Erősítő szál rugalmassági modulusának hatása .....</b>	<b>145</b>
<b>M10. Különböző szövésminták hatása .....</b>	<b>146</b>
<b>M11. Textil térfogatarányának hatása .....</b>	<b>147</b>
<b>M12. Hossz- és keresztirányú szálazás arányának hatása.....</b>	<b>148</b>
<b>9. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS .....</b>	<b>149</b>



## JELÖLÉSEK, RÖVIDÍTÉSEK JEGYZÉKE

$f$	erősítő szál, elemi szál, szál, (fiber)
$r$	szálköteg, fonalköteg, (roving)
$m$	mátrix
$x_1, x_2, x_3$	a kompozit réteg anyagi főirányok koordináta-rendszere
$x_1$	a kompozit réteg domináns száliránya, hossziránya, a textil lánciránya
$x_2$	a kompozit réteg keresztiránya (a domináns szálirányra merőleges irány a textil síkjában), a textil vetülékiránya
$x_3$	a kompozit réteg normáliránya, a textilre merőleges irány
$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$	az $x_1, x_2, x_3$ koordináta-rendszer tengelyeinek egységvektorai
$x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}$	a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszere
$x_{r1}$	a szálköteg szálirányú tengelye
$x_{r2}, x_{r3}$	a szálköteg keresztirányú tengelyei (a szálköteg keresztmetszetének síkjába eső tengelyek)
$\vec{e}_{r1}, \vec{e}_{r2}, \vec{e}_{r3}$	az $x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}$ koordináta-rendszer tengelyeinek egységvektorai
$x_{f1}, x_{f2}, x_{f3}$	az erősítő szál anyagi főirányok koordináta-rendszere
$x_{f1}$	az erősítő szál szálirányú tengelye
$x_{f2}, x_{f3}$	az erősítő szál keresztirányú tengelyei (a szál keresztmetszetének síkjába eső tengelyek)
$\vec{e}_{f1}, \vec{e}_{f2}, \vec{e}_{f3}$	az $x_{f1}, x_{f2}, x_{f3}$ koordináta-rendszer tengelyeinek egységvektorai
$u, v, w$	az elmozdulásvektor skaláris koordinátái $x_1/x_{r1}, x_2/x_{r2}, x_3/x_{r3}$ irányban
$\underline{\underline{C}}$	anyagállandók mátrixa
$\underline{\underline{S}}$	az anyagállandók mátrixának inverze
$E_1, E_2$	a kompozit réteg síkbeli rugalmassági modulusai
$\nu_{12}$	a kompozit réteg síkbeli Poisson-tényezője
$G_{12}$	a kompozit réteg síkbeli nyírási (csúsztató) rugalmassági modulusa
$E_{r1}, E_{r2}, E_{r3}$	a szálköteg rugalmassági modulusai
$\nu_{r12}, \nu_{r23}, \nu_{r13}$	a szálköteg Poisson-tényezői
$G_{r12}, G_{r23}, G_{r13}$	a szálköteg nyírási (csúsztató) rugalmassági modulusai
$E_{f1}, E_{f2}, E_{f3}$	az erősítő szál rugalmassági modulusai
$\nu_{f12}, \nu_{f23}, \nu_{f13}$	az erősítő szál Poisson-tényezői
$G_{f12}, G_{f23}, G_{f13}$	az erősítő szál nyírási (csúsztató) rugalmassági modulusai
$E_m$	a mátrix rugalmassági modulusa
$\nu_m$	a mátrix Poisson-tényezője
$G_m$	a mátrix nyírási (csúsztató) rugalmassági modulusa

Jelölések, rövidítések jegyzéke

$\underline{\underline{\sigma}}$	a feszültségek oszlop mátrixa / a feszültségi vektor
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	az alakváltozási jellemzők oszlop mátrixa / az alakváltozási vektor
$\sigma_1, \sigma_2$	normál feszültségek a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\tau_{12}$	nyírófeszültség a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2$	homogenizált/átlagos normál feszültségek a kompozit rétegben a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\tau}_{12}$	homogenizált/átlagos nyírófeszültség a kompozit rétegben a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	fajlagos nyúlások a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\gamma_{12}$	fajlagos szögtorzulás a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2$	homogenizált/átlagos fajlagos nyúlások a kompozit rétegben a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\gamma}_{12}$	homogenizált/átlagos fajlagos szögtorzulás a kompozit rétegben a réteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\sigma_{r1}, \sigma_{r2}, \sigma_{r3}$	normál feszültségek a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\tau_{r12}, \tau_{r23}, \tau_{r13}$	nyírófeszültségek a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\sigma}_{r1}, \bar{\sigma}_{r2}, \bar{\sigma}_{r3}$	homogenizált/átlagos normál feszültségek a szálkötegben a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\tau}_{r12}, \bar{\tau}_{r23}, \bar{\tau}_{r13}$	homogenizált/átlagos nyírófeszültségek a szálkötegben a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{r2}, \varepsilon_{r3}$	fajlagos nyúlások a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\gamma_{r12}, \gamma_{r23}, \gamma_{r13}$	fajlagos szögtorzulások a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\varepsilon}_{r1}, \bar{\varepsilon}_{r2}, \bar{\varepsilon}_{r3}$	homogenizált/átlagos fajlagos nyúlások a szálkötegben a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$\bar{\gamma}_{r12}, \bar{\gamma}_{r23}, \bar{\gamma}_{r13}$	homogenizált/átlagos fajlagos szögtorzulások a szálkötegben a szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszerében
$F_i$	$x_i$ irányú eredő reakcióerő a réteg modellcella oldallapján
$F_{ri}$	$x_{ri}$ irányú eredő reakcióerő a szálköteg modellcella oldallapján
$n_1, n_2$	$x_1$ és $x_2$ irányú szálkötegek sűrűsége a textilben
$t_1, t_2$	$x_1$ és $x_2$ irányú szálkötegek távolsága, osztása a textilben
$\lambda$	a hossz- és keresztirányú szálkötegek aránya a textilben
$V$	a réteg modellcella / a vizsgált kompozit réteg térfogata
$V_f$	az erősítő szálak / a textil térfogata a vizsgált kompozit rétegben
$V_{f1}, V_{f2}$	$x_1$ és $x_2$ irányú erősítő szálak térfogata a kompozit rétegben
$V_m$	a mátrix térfogata a vizsgált kompozit rétegben
$V_r$	mátrixszal átítatott szálköteg térfogata

$V_{r1}, V_{r2}$	$x_1$ és $x_2$ irányú szálkötegek térfogata a kompozit rétegben
$V_m^k$	a szálkötegen kívül eső mátrix térfogata
$\varphi_f$	az erősítő szálak / a textil térfogataránya a kompozit rétegben
$\varphi_m$	a mátrix térfogataránya a kompozit rétegben
$\varphi_{f1}, \varphi_{f2}$	$x_1$ és $x_2$ irányú erősítő szálak térfogataránya a kompozit rétegben
$\varphi_{f1}^f, \varphi_{f2}^f$	$x_1$ és $x_2$ irányú erősítő szálak térfogataránya a textilben
$A_r$	a szálköteg keresztmetszete
$A_{fr}$	az erősítő szálak keresztmetszete a szálkötegen
$d_f$	az erősítő szál átmérője
$\varphi_{fr}$	az erősítő szálak térfogataránya a szálkötegen
$c_i^j$	az $x_j$ tengelyre merőleges oldallapok közötti $x_i$ irányú elmozdulás ( $i, j = 1, 2, 3$ )
$c_j^i$	az $x_i$ tengelyre merőleges oldallapok közötti $x_j$ irányú elmozdulás ( $i, j = 1, 2, 3$ )

## 1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉSEK

Ebben a fejezetben bemutatom a kompozit anyagokat, külön kitérek a textil kompozitokra. Ezután összefoglalom a dolgozat célkitűzéseit.

### 1.1. Bevezetés

Kompozitnak azokat a társított, heterogén szerkezetű anyagokat nevezik, melyek két vagy több különböző anyag kombinációjából épülnek fel (Kollár, Springer, 2003). Évezredekkel ezelőtt is használtak kompozit anyagokat, ilyen például az agyagból és a szalmából készített vályog. A műszaki, gépészmérnöki gyakorlatban főleg rétegelt, szálerősített műanyagokat alkalmaznak. A szálerősített műanyag kompozitoknál a fém szerkezeti anyagokkal azonos vagy nagyobb szilárdság és/vagy merevség, valamint jobb rezgéscsillapítás párosul a lényegesen kisebb önsúllyal. A leggyakrabban alkalmazott szálanyag az üveg, a szén, az aramid és a bór. A szálak szilárdsága és/vagy merevsége igen nagy, az acél anyagokét meghaladó nagyságú is lehet.

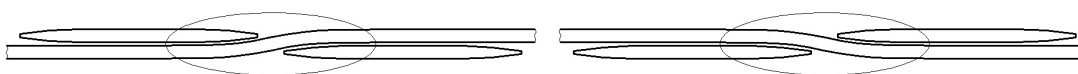
Műanyag kompozitokban a szálanyagok különböző formában jelenhetnek meg, lehetnek:

- vágott rövid, illetve hosszú szálak,
- rovingok: párhuzamos, sodratlan pászmák, szálkötegek, sodrott szálkötegek,
- rovingszövetek: rovingokból szőtt textíliák, szövetek,
- paplanok: rendezetlen, nemezelődött fonalakból álló, ragasztással vagy steppeléssel összefogott textíliák.

A kompozitokban a szálak/szálkötegek hordozó, ágyazó anyagait mátrixnak nevezzük, melyek lehetnek hőre lágyuló polimerek (pl. poliamid, polipropilén, polikarbonát), valamint hőre keményedők, melyek közül a leggyakoribb a poliészter és az epoxi gyanta.

A rétegelt textil kompozit szerkezetek rétegenként általában szövet formájában tartalmazzák a szálerősítést. A síkbeli, kétdimenziós (2D-s) szövet olyan textília, melynek vastagsági mérete a két másik méretéhez képest kicsi. A szövetben az erősítő szálak szálkötegekbe (rovingba) vannak rendezve. A szálkötegek lehetnek sodratlanok és sodrottak is. Sodratlan szálkötegekben az elemi szálak egymással párhuzamosan helyezkednek el, a sodrottban csavarvonalszerűen. A szövetet úgy kapjuk, hogy az egymásra általában merőlegesen vezetett szálkötegeket felváltva alul, illetve felül vezetjük át. A láncfonalak a szövet gyártási irányával párhuzamos, a vetülékfonalak az ezekre merőleges szálkötegek (Bidour, 2012).

A szálköteg keresztezéseket kötésnek hívják. Az értekezésben átkötésnek az alsó és felső, illetve a felső és alsó helyzet közötti átvezetést nevezem (1.1. ábra).



1.1. ábra Szálkötegek átkötése

A szövet szerkezetét és mechanikai tulajdonságait a szálkötegek szerkezeti és mechanikai tulajdonságai, valamint a szövetszerkezet jellemzői befolyásolják. A szövetszerkezet jellemzői Halász (2012) szerint:

- a kötésminta (szövés minta),
- a lánc- és vetülékfonalak sűrűsége [szál/cm],
- a textil felületi tömegsűrűsége [ $\text{g/m}^2$ ],
- a szövet vastagsága [mm].

### 1.2. Célkitűzések

A kompozit anyagú gépszerkezetek mechanikai tervezésénél szükség van az egyes kompozit rétegek makroszkopikus anyagjellemzőire. A véges elemes programokban a vizsgált szerkezetet rétegzett kompozit héj elemekkel szokás modellezni. Ezeknél az elemeknél bemenő adatnak meg

kell adni a rétegek  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$  homogenizált, ortotrop anyagjellemzőit az anyagi főirányok koordináta-rendszerében, a rétegek vastagságát és az  $x_1$  anyagi főirányok orientációs szögét. A kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzői általában a szakirodalomban nem állnak rendelkezésre, ezért korábban mérésekkel, a szilárdságtan alapkísérleteivel, illetve leegyszerűsített geometriai modellekre támaszkodó keverési szabályokkal lehetett őket meghatározni. Az utóbbi időben az anyagjellemzők előállítására a végeelem módszert is alkalmazzák, mely olcsóbb és gyorsabb (kisebb idő- és munkaráfordítás igényű), mint a mérés, illetve pontosabb, mint a keverési szabályok.

A disszertáció célja az, hogy a szakirodalomban ismertett kompozitok makroszkopikus anyagállandóinak meghatározására kifejlesztett végeelemes modelleket továbbfejlessze, módosítsa annak érdekében, hogy a felhasználásukkal előállított anyagállandók pontosabbak legyenek. További cél, hogy megvizsgáljam, az erősítő textil szerkezete és anyagjellemzői hogyan befolyásolják a kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzőit. Az anyag megtervezésnél ez az egyik legfontosabb kérdés. A dolgozatban a következő feladatok megoldását tűztem ki:

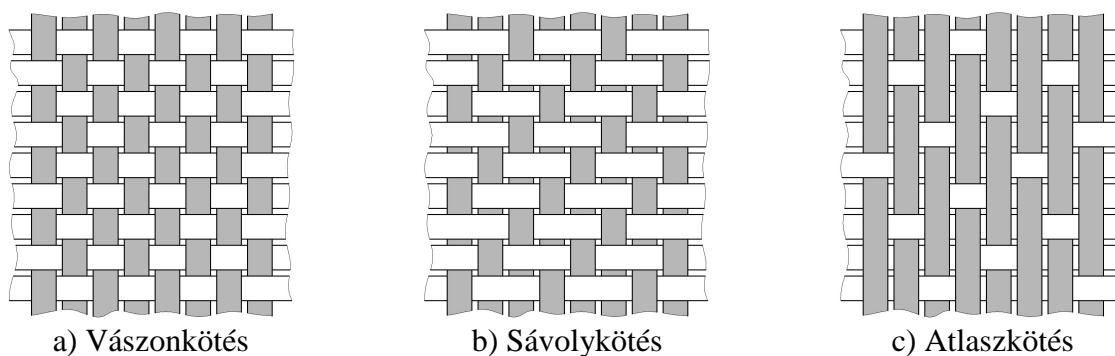
1. A kompozit mátrixába ágyazott szálköteg végeelemes modelcellájának kifejlesztése és felépítése. A szálköteg modelcellával végeelem analízis elvégzése húzásra mindhárom anyagi főirányban és tiszta nyírásra mindhárom síkban. Megfelelő peremfeltételek megadása után a végeelemes modellezés eredményeiből a szálköteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőinek numerikus meghatározása.
2. Textil kompozit lemez egy rétegének modellezésére végeelemes réteg modelcella kifejlesztése és felépítése. Megfelelő peremfeltételek megadása húzásra a réteg síkjában mindkét anyagi főirányban és tiszta nyírásra. A réteg modelcellával, végeelemes modellezéssel a kompozit réteg síkbeli, makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőinek numerikus meghatározása.
3. A végeelemes modelcellák alkalmazhatóságának ellenőrzése, annak tisztázása, hogy mik a kifejlesztett numerikus eljárások használhatóságának szükséges végeelemes modellezési feltételei.
4. Adott textil és mátrix anyagból többrétegű, rétegenként azonos százalérendezésű, húzó és nyíró textil kompozit próbatestek gyártása és kísérleti vizsgálata a textil kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzőinek meghatározására. A mérési eredmények és a végeelemes modellezés numerikus eredményeinek összehasonlítása, és ezzel a szálköteg és a textil kompozit réteg végeelemes modelcellájának validálása.
5. Numerikus vizsgálatok a végeelemes modelcellákkal annak tisztázására, hogy a kompozit tervezési paraméterei a textil kompozit réteg ortotrop anyagtulajdonságait hogyan változtatják meg.  
A vizsgált esetek:
  - a) Az erősítő szálak rugalmassági modulusának hatása a réteg makroszkopikus anyagtulajdonságaira.
  - b) A textil szövéstípusának befolyása a kompozit réteg anyagtulajdonságaira.
  - c) A réteg anyagtulajdonságainak függése a textil térfogatarányától.
  - d) A réteg anyagtulajdonságainak függése a textil hossz- és keresztirányú szálazásának arányától.

## 2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

A szakirodalom áttekintésének első részében a kompozit anyagok modellezésére használt anyagtörvényeket és a bennük szereplő anyagjellemzőket veszem számba. Az áttekintés második része foglalkozik azokkal az irodalmi forrásokkal, amelyek az anyagjellemzők meghatározására ismertetnek módszereket.

### 2.1. Szövetek, textil kompozit lemezek

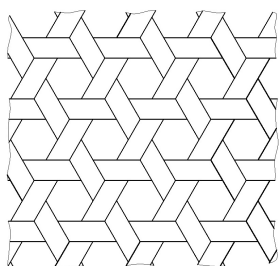
A lánc- és vetülékrendszerű szöveteknek nagyon sok kötési módja ismert. Ezek azonban mind visszavezethetők három alapkötésre, illetve ezek módosított változataira. A három alapkötés a 2.1. ábrán látható, melyen a láncfonalat, láncrovingot a szürke szín jelöli. A 2.1a ábrán látható vászonkötésnél a láncfonal egyszer a vetülék alatt, egyszer fölötté halad. A 2.1b ábrán lévő sávolykötésnél a láncfonal két vetülék alatt, majd egy fölötté megy át. A sávolykötésnek átlós sávozottsága van, ami a kötésponatok eltolódásával és sarkaik érintkezésével jön létre. A 2.1c ábrán látható atlaszkötésnél a láncfonal négy vetülék fölötté, majd egy alatt fut. A kötésponatok itt nem érintkeznek (Halász, 2012).



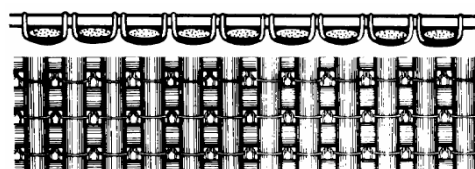
2.1. ábra A síkbeli alapkötések

Textil kompozitokban felhasznált szövetek többségének két, egymásra merőleges szálköteg iránya van. A szálkötegek futhatnak több irányban is. A 2.2. ábrán egy triaxiális szövésű textilt látunk.

A szövésből származó hullámok gyengítik a textilt. Van olyan szövet, melyek egymásra fektetett szálkötegek összekapcsolásával készülnek. Az összetűzés terhet nem viselő szálakkal, kötött szemekkel történik. Erre mutat példát a 2.3. ábra (Balaguru, Wayne, 2005).



2.2. ábra Triaxiális szövés



2.3. ábra Kétirányú fektetett kelme

A szövetek általános jellemzői (Halász, 2012):

- A szálkötegek irányában nagy a rugalmassági modulus és a szakítószilárdság, valamint kicsi a szakadási nyúlás.
- A szálkötegekkel szöveget bezáró irányokban kicsi a rugalmassági modulus és a szakítószilárdság, valamint nagy a szakadási nyúlás.
- A szövetek hajlító és nyíró merevsége kicsi.

- A szövetekre jellemző a redőződés.
- A szöveteknek jó a térformákra idomulási képessége.

A redőződés olyan deformáció, mely főleg a gravitáció hatására jön létre. A textil egy része rögzített. A rögzítetlen rész szabadon mozoghat, mely a textilt jellemző deformált alakot vesz fel, azaz redőket vet (Bidour, 2012).

## 2.2. Kompozit lemezek anyagjellemzői

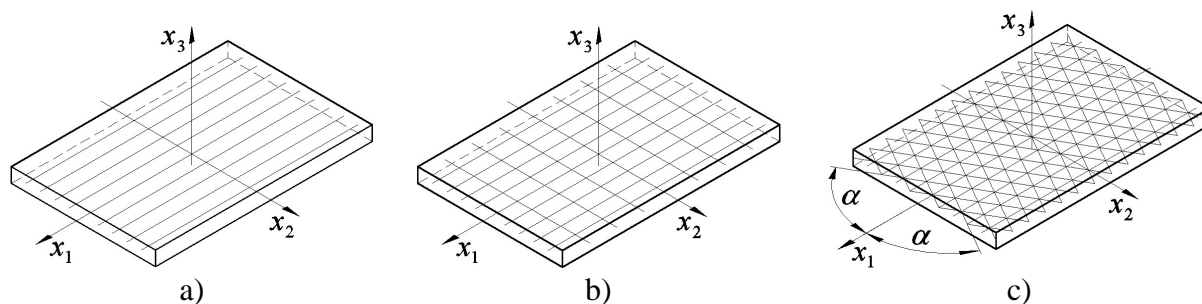
A mérnöki feladatok többségénél a kompozit szerkezetek egy szövetet tartalmazó rétegének viselkedése homogenizált, makroszkopikus ortotrop anyagtvénnyel írható le. A makroszkopikus anyagmodell nem alkalmas a szálakban (részecskékben) és a mátrixban fellépő mechanikai jellemzők (feszültségek, alakváltozások, stb.) meghatározására. Csak egy olyan kisebb tartománynak az átlagos mechanikai jellemzői (alakváltozásai, feszültségei) határozhatók meg vele, melyben elegendően sok szál van. Kísérleti tapasztalat, hogy a hosszú szálakkal erősített, száldomináns kompozitok jó közelítéssel (csaknem a tönkremenetelig) lineárisan rugalmasak, nem képesek képlékeny alakváltozásra. A következő pontokban a kompozit anyagú lemezek viselkedésének leírására jól alkalmazható lineáris anyagtvényeket tekintjük át szakirodalmi források felhasználásával (Bunsell, Renard, 2005; Égert, Pere, 2011; Kollár, Springer, 2003; Reddy, 2004). Az anyagegyenletekben a feszültségi és alakváltozási tenzor egymástól különböző elemeit a  $\underline{\underline{\sigma}}$  feszültségi és az  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  alakváltozási oszlopvektorba („oszlopvektorba”) rendezzük.

### 2.2.1. Az ortotrop anyagtvény

Az ortotrop anyagtvény összefüggéseit Kollár, Springer (2003) könyve alapján ismertetem.

#### 2.2.1.1. Az ortotrop anyag

Ha az anyagban a hosszú, erősítő szálak párhuzamosan, egy irányban futnak – ahogy azt a 2.4a ábra mutatja – vagy a 2.4b ábrán látható módon  $x_1$ ,  $x_2$  irányban egymásra merőlegesek (például több textil kompozitnál), vagy a 2.4c ábra szerint vannak szöve, akkor az anyag viselkedése három, egymásra merőleges irányban vett anyagjellemzőkkel írható le. Ezekben az esetekben ortotrop anyagról beszélünk. A három, egymásra kölcsönösen merőleges irányt anyagi főirányoknak nevezzük és  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ -mal jelöljük (2.4. ábra).



2.4. ábra Anyagi főirányok ortotrop anyag esetén

A Hooke-törvény a  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandók/anyagjellemzők mátrixával, illetve annak inverzével írható fel:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} \underline{\underline{\varepsilon}} , \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{S}} \underline{\underline{\sigma}} , \quad (2.1)$$

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{C}}^{-1} . \quad (2.2)$$

Az ortotrop Hooke-törvény a szokásos mérnöki anyagjellemzőkkel kifejezve:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Az  $E_1, E_2, E_3$  az  $x_1, x_2$  és  $x_3$  irányban mért Young-féle rugalmassági modulus, a  $G_{12}, G_{23}, G_{13}$  az indexben szereplő síkban vett csúsztató rugalmassági modulus, a  $\nu_{ij}$  ( $i \neq j = 1, 2, 3$ ) pedig a Poisson-tényező. A  $\nu_{12}$  Poisson-tényező az  $x_1$  irányú húzáshoz tartozó  $x_2$  irányú kontrakciót, a  $\nu_{21}$  az  $x_2$  irányú húzásnál fellépő  $x_1$  irányú kontrakciót adja meg:

$$\varepsilon_2 = -\nu_{12}\varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = -\nu_{21}\varepsilon_2. \quad (2.4)$$

Az anyagállandók mátrixának inverze is szimmetrikus:  $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{S}}^T$ . Az anyagállandók mátrix szimmetriája következtében a rugalmassági modulusok és a Poisson-tényezők között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}, \quad (i \neq j = 1, 2, 3). \quad (2.5)$$

A lineárisan rugalmas, ortotrop anyag mechanikai viselkedése tehát kilenc független anyagállandóval jellemezhető:  $E_1, E_2, E_3, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}, G_{12}, G_{23}, G_{13}$ .

#### 2.2.1.2. A transzverzálisan izotrop anyag

Keresztirányban, transzverzálisan izotrop az anyag, ha a három anyagi szimmetriasíkja közül az egyikben izotrop. Ha egy  $x_1$  irányban hosszú szálakkal erősített kompozitban a szál keresztirányban izotrop, az erősítő szálak elhelyezkedésétől függően az anyag az  $x_2x_3$  síkkal párhuzamos síkban lehet iránytól független, izotrop tulajdonságú, vagyis:

$$E_2 = E_3, \quad \nu_{12} = \nu_{13}, \quad G_{12} = G_{13}. \quad (2.6)$$

Mivel az  $x_2x_3$  síkban izotrop az anyag, a  $G_{23}$  csúsztató rugalmassági modulus meghatározható a  $E_2 = E_3$  keresztirányú rugalmassági modulusból és a megfelelő Poisson-tényezőtől:

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})}. \quad (2.7)$$

A lineárisan rugalmas, transzverzálisan izotrop anyag mechanikai viselkedését ezért öt független anyagjellemző határozza meg:  $E_1, E_2, \nu_{12}, \nu_{23}, G_{12}$ .



## 2.2.1.3. Az ortotrop anyagtörvény síkfeszültségi állapot esetén

Ha a szálerősített kompozit lemez vastagsága a lemez két másik méretéhez képest kicsi, értelmezhető középsík, és a terhelés vastagság menti eredője a lemez középsíkjában van, általánosított síkfeszültségi állapotról beszélünk. Ekkor a (2.3) ortotrop Hooke-törvényben  $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$  adódik, mert  $\gamma_{23} = \gamma_{13} = 0$ . A középsíkra merőleges irányú  $\varepsilon_3$  fajlagos nyúlás az  $x_1$  és  $x_2$  irányú normálfeszültségből határozható meg:

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu_{13}}{E_1}\sigma_1 - \frac{\nu_{23}}{E_2}\sigma_2. \quad (2.8)$$

Ha  $\varepsilon_3 \neq 0$ , akkor is kihagyjuk síkfeszültség állapot esetén a lineáris, ortotrop anyagtörvényből, mert  $\sigma_3 = 0$  miatt nem származik belőle alakváltozási energia. Tehát általánosított síkfeszültségi állapot esetén a Hooke-törvény a (2.9), (2.10) egyenletekkel írható fel az anyagi koordináta-rendszerben:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}\underline{\underline{\varepsilon}}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_{21}E_1 & 0 \\ \nu_{12}E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_{12}\nu_{21})G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{S}}\underline{\underline{\sigma}}, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Ez esetben a kompozit anyag viselkedése négy független anyagállandóval adható meg:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$ .

## 2.2.1.4. Transzformációs összefüggések

A vastagabb, mérnöki szerkezetekben alkalmazott szálerősített kompozit lemezeket rétegezéssel készítik. A rétegek szálirányait megfelelően megválasztva a kompozit szerkezet megtervezhető úgy, hogy előírt igénybevételek felvételére legyen alkalmas. Egy rétegnek az  $x_1$  anyagi főiránya  $\Theta$  szöget zár be a szerkezetre felvett  $xyz$  globális koordináta-rendszer  $x$  tengelyével. A  $z$  tengely iránya megegyezik az  $x_3$  anyagi főiránnyal. Többrétegű szerkezetnél a (2.9) és a (2.10) anyagegyenletet is az  $xy$  koordináta-rendszerben kell felírni.

A két koordináta-rendszerben vett feszültségi vektor között a  $\underline{\underline{T}}_{\sigma}$  transzformációs mátrix, a két alakváltozási vektor között a  $\underline{\underline{T}}_{\varepsilon}$  transzformációs mátrix teremt kapcsolatot:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{T}}_{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \Theta & \sin^2 \Theta & 2 \sin \Theta \cdot \cos \Theta \\ \sin^2 \Theta & \cos^2 \Theta & -2 \sin \Theta \cdot \cos \Theta \\ -\sin \Theta \cdot \cos \Theta & \sin \Theta \cdot \cos \Theta & \cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\left[ \underline{\underline{T}}_{\varepsilon} \right] = \begin{bmatrix} \cos^2 \Theta & \sin^2 \Theta & \sin \Theta \cdot \cos \Theta \\ \sin^2 \Theta & \cos^2 \Theta & -\sin \Theta \cdot \cos \Theta \\ -2 \sin \Theta \cdot \cos \Theta & 2 \sin \Theta \cdot \cos \Theta & \cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

A feszültségekre és az alakváltozási jellemzőkre vonatkozó transzformáció összefüggések:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x_1, x_2)} = \underline{\underline{T}}_{\sigma} \underline{\underline{\sigma}}_{(xy)}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \underline{\underline{T}}_{\sigma} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(x_1, x_2)} = \underline{\underline{T}}_{\varepsilon} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(xy)}, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \underline{\underline{T}}_{\varepsilon} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

A (2.9) és a (2.10) anyagegyenletet az alábbiak szerint tudjuk felírni az  $xy$  koordináta-rendszerben:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(xy)} = \underline{\underline{C}}_{(xy)} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(xy)}, \text{ ahol } \underline{\underline{C}}_{(xy)} = \underline{\underline{T}}_{\sigma}^{-1} \underline{\underline{C}}_{(x_1, x_2)} \underline{\underline{T}}_{\sigma}. \quad (2.15)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(xy)} = \underline{\underline{S}}_{(xy)} \underline{\underline{\sigma}}_{(xy)}, \text{ ahol } \underline{\underline{S}}_{(xy)} = \underline{\underline{T}}_{\varepsilon}^{-1} \underline{\underline{S}}_{(x_1, x_2)} \underline{\underline{T}}_{\varepsilon}. \quad (2.16)$$

### 2.2.2. Rétegelt kompozit lemezek viselkedése

A rétegelt lemezek elmélete a klasszikus lemezelméleteknek a rétegelt kompozitokra történő kiterjesztése. A Kirchoff-Love-féle héj-/lemezelmélet nem veszi figyelembe a nyírási alakváltozást. Ezt a héj-/lemezelméletet vékony héjak/lemezek hajlítási feladatai esetén szokás alkalmazni (Égert, Pere, 2011).

A Kirchoff-Love-hipotézis szerint hajlításnál a lemez középfelületének normálisai egyenesek maradnak és normálisai maradnak a deformált középfelületnek, továbbá a normálisokon lévő pontok távolsága nem változik. Ebből következik, hogy  $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ , illetve  $\varepsilon_z = 0$ . Kiegészítő feltételezés, hogy  $\sigma_z \approx 0$ . A középfelület normálisainak  $x$  és  $y$  tengely körüli szögelfordulásai a középfelületnek a középfelületre merőleges irányú  $w_0$  elmozdulásából (ún. lehajlásából) számíthatók:

$$\varphi_x = \frac{\partial w_0}{\partial y}, \quad \varphi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial x}. \quad (2.17)$$

A Reissner-Mindlin-féle héj-/lemezelmélet figyelembe veszi a nyírási alakváltozást. Vastag héjak/lemezek hajlítási feladatai esetén alkalmazzák ezt a héj-/lemezelméletet (Égert, Pere, 2011).

A Reissner-Mindlin-hipotézis szerint hajlításnál a középfelület normálisai egyenesek maradnak, de az alakváltozott középfelületre nem lesznek merőlegesek. A normálisokon lévő pontok távolsága nem változik meg. Következménye, hogy  $\varepsilon_z = 0$ ,  $\gamma_{xz} = \text{állandó}$ ,  $\gamma_{yz} = \text{állandó}$  a vastagság mentén. A kiegészítő feltételezés itt is:  $\sigma_z \approx 0$ . A  $\varphi_x(x; y)$  és  $\varphi_y(x; y)$  szögelfordulás mezők ennél az elméletnél független változók. A középfelület szögelfordulása:

$$\varphi_x = \frac{\partial w_0}{\partial y} - \psi_x, \quad \varphi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_y. \quad (2.18)$$

A  $\psi_x = \gamma_{yz}$  az  $y$  és  $z$  tengely, a  $\psi_y = \gamma_{xz}$  az  $x$  és  $z$  tengely eredetileg  $90^\circ$ -os szögének a megváltozása.

A klasszikus rétegezési elmélet az alábbi feltételezéseken alapszik (Égert, Pere, 2011):

- Minden réteg vékony.
- A rétegek általánosított síkfeszültségi állapotban vannak.
- A rétegek anyaga lineárisan rugalmas, homogén, anizotrop, legtöbbször ortotrop.
- A rétegek tökéletesen tapadnak egymáshoz, tökéletes kétoldalú kapcsolat van.
- Teljesül egy geometriai/kinematikai hipotézis: a Kirchoff-Love vagy a Reissner-Mindlin.

A rétegelt kompozit lemezek elméletének főbb összefüggéseit Reddy (2004) szerint foglalom össze a Kirchoff-hipotézis alkalmazását feltételezve. Egy réteg igénybevétele élerőkből és élnyomatékokból áll, melyek a vastagság mentén megoszló belső erők (feszültségek) középfelületre vonatkoztatott eredői. Az élerők értelmezése:

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz, \quad N_{xy} = N_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz. \quad (2.19)$$

Az élnyomatékok értelmezése:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz. \quad (2.20)$$

Az alakváltozási jellemzők a lemez egy tetszőleges  $P$  pontjában:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z\kappa_x, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 + z\kappa_y, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy}, \quad (2.21)$$

ahol  $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$ ,  $\kappa_{xy}$  a középfelület görbületei és  $\varepsilon_x^0$ ,  $\varepsilon_y^0$ ,  $\gamma_{xy}^0$  a középfelület alakváltozási jellemzői.

A (2.21) összefüggések mátrixos alakban:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^0 + z\underline{\underline{\kappa}}, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Az  $n$  rétegű kompozit lemez élerői és élnyomatékai az egyes rétegek élerőinek és élnyomatékainak összegzésével adódnak:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{C}}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \left( \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{C}}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{C}}^k z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} dz \right), \quad (2.23)$$

$$\underline{\underline{N}} = \underline{\underline{A}}\underline{\underline{\varepsilon}}^0 + \underline{\underline{B}}\underline{\underline{\kappa}}.$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{C}}^k z \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \left( \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{C}}^k z \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{C}}^k z^2 \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} dz \right), \quad (2.24)$$

$$\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{B}}\underline{\underline{\varepsilon}}^0 + \underline{\underline{D}}\underline{\underline{\kappa}}.$$

A (2.23) és a (2.24) összefüggésekben az  $\underline{\underline{A}}$  húzási/nyomási, a  $\underline{\underline{D}}$  hajlítási/csavarási, a  $\underline{\underline{B}}$  pedig kapcsoló merevségi mátrix. Mindhárom mátrixblokk szimmetrikus, és  $3 \times 3$ -as méretű. A (2.23)

és a (2.24) egyenletet összegezve, a rétegelt lemez anyagtörvénye:

$$\begin{bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}^0 \\ \underline{\kappa} \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

A (2.25) egyenletben a  $\underline{B}$  kapcsoló merevségi mátrix az  $\underline{N}$  élerők és az  $\underline{M}$  élnyomatékok egyenletében is szerepel. Ennek következtében, ha a rétegelt lemez középfelülete alakváltozik ( $\underline{\varepsilon}^0 \neq \underline{0}$ ), akkor ebből a lemezben élnyomatékok is felléphetnek. Ezek az élnyomatékok a lemez meghajlását, elcsavarodását okozhatják. Ha a rétegelt lemezt tisztán hajlítjuk ( $\underline{\kappa} \neq \underline{0}$ ), akkor élerők is felléphetnek, és emiatt a lemez középfelülete is alakváltozhat. Ez a két jelenség kiküszöbölhető azzal, ha olyan rétegfelépítést alkalmazunk, amelyre a kapcsoló merevségi mátrix eltűnik:  $\underline{B} = \underline{0}$ . Ezt szimmetrikus rétegfelépítéssel lehet biztosítani.

### 2.2.3. Rétegelt kompozit lemezek vége-selemes modellezési lehetőségei

A vége-selemes programok tartalmaznak rétegzett kompozit héj elemeket, melyek felépítése a 2.2.2. pontban ismertetett összefüggéseken alapul. Egy rétegzett kompozit elem jellemzői Égert, Pere (2011) szerint kerülnek bemutatásra.

Az elem felépítéséhez az alábbi koordináta-rendszereket használják:

- $xyz$ : a vonatkoztatási, globális derékszögű, descartesi koordináta-rendszer.
- $x'y'z'$ : a héj középfelületéhez kötött derékszögű, görbevonallú koordináta-rendszer.  
Itt értelmezzük a középfelület  $u_0, v_0, w_0$  elmozdulásait és a középfelület normálisainak  $\varphi_x, \varphi_y$  szögelfordulásait.
- $\xi\eta\zeta$ : elemhez kötött helyi koordináta-rendszer, ebben értelmezzük az elem geometriáját,  $-1 \leq \xi, \eta \leq 1$ .
- $x_1x_2x_3$ : egy réteg anyagi, domináns szálirányához kötött anyagi főirányok koordináta-rendszere.

Kirchoff-Love-féle lemezelmélet esetén a középfelület  $u_0, v_0, w_0$  elmozdulásaira kell felvenni közelítő mezőket, a  $\varphi_x$  és  $\varphi_y$  szögelfordulás a (2.17) egyenlet alapján állítható elő. A Reissner-Mindlin-féle lemezelméletnél az  $u_0, v_0, w_0$  mellett a  $\varphi_x$  és  $\varphi_y$  szögelfordulásokra is fel kell venni közelítő mezőket. Az általánosított csomóponti elmozdulásvektort mindkét esetben ki kell egészíteni a héj/lemez esetleges törésvonalai mentén fellépő illesztési probléma miatt egy  $\varphi_z$  taggal, ami a középsík normálisának saját tengely körüli elfordulása.

Az  $e$  jelű kompozit lemez/héjelem  $i$  csomópontjának általánosított elmozdulásvektora:

$$\left( \underline{q}_i^e \right)^T = \left[ u_i \quad v_i \quad w_i \quad \varphi_{x'i} \quad \varphi_{y'i} \quad \varphi_{z'i} \right]. \quad (2.26)$$

Rétegelt kompozit lemezeknél nem biztos, hogy a lemez  $z' = \pm \frac{h}{2}$  felületén ébred a maximális feszültség.

### 2.3. Kompozit réteg anyagjellemzőinek meghatározása keverési szabályokkal

Ebben a pontban azokat az irodalomból ismert eljárásokat tekintjük át, amelyekkel az anyagjellemzők közelítőleg előállíthatók, megbecsülhetők. Ugyanis az egyirányú, hosszú, párhuzamos szálakkal erősített kompozit réteg heterogén mikroszerkezetének ismeretében

becslést lehet adni a réteg homogenizált ortotrop anyagjellemzőire. A szál, mátrix térfogatarányának és anyagállandóinak függvényében a makroszkopikus anyagjellemzők közelítőleg az úgynevezett keverési szabályokkal határozhatók meg (M. Csizmadia, 2009).

A keverési szabályok felépítésénél feltételezik, hogy a mátrix és a szálanyag tökéletesen együttműködik, a határfelületeken tökéletes az adhézió, a lamináton belül tökéletes a térkitöltés, nincs légüres tér, valamint hogy a szál és a mátrix külön-külön homogén és lineárisan rugalmas. A mátrixot izotropnak, a szálakat Kollár, Springer (2003) szerint ortotropnak – transzverzálisan is ortotropnak – szokás feltételezni. Több szakirodalomban (Bunsell, Renard, 2005; Hodgkinson, 2000; Reddy, 2004; Thamm, 1985; Tuttle, 2004; Vasiliev, Morozov, 2007) ugyanazzal a rugalmassági modulussal számolnak a keverési szabályoknál hossz- és keresztirányban is, pedig hosszirányban általában merevebb az erősítő szál. Az alábbiakban az  $f$  index a szála (fiber), az  $m$  a mátrixra utal.

A feladat a (2.9), (2.10) Hooke-törvényben szereplő  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$  független anyagállandók meghatározása. A keverési szabály alkalmazásához az alábbi mennyiségek ismerete szükséges:

$V_f$ : az erősítő szál térfogata a kompozitban,

$d_f$ : az erősítő szál átmérője,

$V_m$ : a mátrix térfogata a kompozitban,

$E_{f1}$ : az erősítő szál rugalmassági modulusa szálirányban,

$E_{f2}$ : az erősítő szál rugalmassági modulusa keresztirányban,

$\nu_{f12}$ : az erősítő szál Poisson-tényezője hosszirányú húzás esetén,  $\varepsilon_{f2} = -\nu_{f12}\varepsilon_{f1}$ ,

$G_{f12}$ : az erősítő szál csúsztató rugalmassági modulusa az  $x_1x_2$  síkban,

$E_m$ : a mátrix rugalmassági modulusa,

$\nu_m$ : a mátrix Poisson-tényezője.

A mátrix homogén, izotrop, ezért a csúsztató rugalmassági a Young-modulusból és a Poisson-tényezőtől meghatározható:

$$G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}. \quad (2.27)$$

A kompozit térfogata a szálanyag és a mátrix térfogatának összegéből adódik:

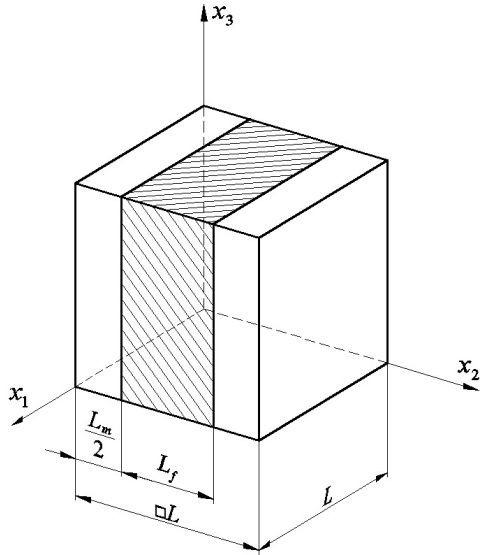
$$V = V_f + V_m. \quad (2.28)$$

A szál és a mátrix térfogataránya a kompozitban:

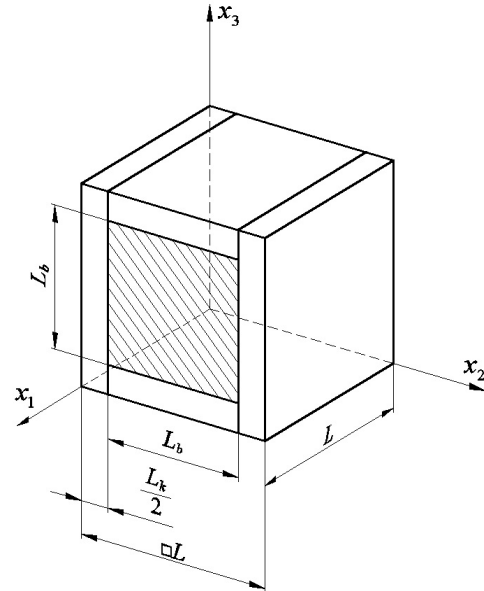
$$\varphi_f = \frac{V_f}{V}, \quad \varphi_m = \frac{V_m}{V}, \quad \varphi_f + \varphi_m = 1. \quad (2.29)$$

### 2.3.1. Egy irányban erősített kompozit anyagjellemzőinek becslése

Az anyagállandók becsléséhez egyszerűsített modelleket, a kompozitból kiragadott  $L$  élhosszúságú reprezentatív térfogatelemeket használnak (2.5., 2.6. ábra). A következő két pontban ismertetett egyszerű és módosított keverési szabály is egy irányban erősített kompozitokra érvényes.



2.5. ábra Az egyszerű keverési szabály reprezentatív térfogateleme



2.6. ábra A módosított keverési szabály reprezentatív térfogateleme

### 2.3.1.1. Az egyszerű keverési szabály

A legtöbb, kompozitokkal foglalkozó szakirodalomban (Bunsell, Renard, 2005; Kollár, Springer, 2003; M. Csizmadia, 2009; Thamm, 1985; Tuttle, 2004) megtalálható az egyszerű keverési szabály, azaz a Voigt-szabály (Voigt, 1889). A szabály alapjául szolgáló reprezentatív térfogatelemben a terhelés irányába eső  $A$  keresztmetszetnek az erősítő szálakhoz tartozó  $A_f = \varphi_f A$  része és a mátrixhoz tartozó  $A_m = \varphi_m A$  része egymás mellett helyezkedik el (2.5. ábra).

Az  $L$  élhosszúságú reprezentatív térfogatelem ebben az esetben az  $x_1 x_3$  síkkal párhuzamosan három térfogatrészre van osztva. Az erősítő szálakat az  $L_f$  vastagságú, sraffozott középső réteg modellezi, a mátrixot a két  $L_m/2$  vastagságú réteg. A szál és a mátrix térfogataránya:

$$\varphi_f = \frac{V_f}{V} = \frac{A_f}{A} = \frac{L_f}{L}, \quad \varphi_m = \frac{V_m}{V} = \frac{A_m}{A} = \frac{L_m}{L}. \quad (2.30)$$

Az egy irányban erősített kompozit réteg makroszkopikus anyagállandói az egyszerű keverési szabállyal az alábbi képletek szerint határozhatók meg:

$$E_1 = E_{f1} \varphi_f + E_m \varphi_m, \quad (2.31)$$

$$E_2 = \left( \frac{1}{E_{f2}} \varphi_f + \frac{1}{E_m} \varphi_m \right)^{-1}, \quad (2.32)$$

$$\nu_{12} = \nu_{f12} \varphi_f + \nu_m \varphi_m, \quad (2.33)$$

$$G_{12} = \left( \frac{1}{G_{f12}} \varphi_f + \frac{1}{G_m} \varphi_m \right)^{-1}. \quad (2.34)$$

A (2.32) és a (2.34) egyenlettel meghatározott  $E_2$  és  $G_{12}$  egyes esetekben nem ad megfelelően pontos eredményt, ezért szükség van az egyszerű keverési szabály pontosítására.

2.3.1.2. A módosított keverési szabály

A módosított keverési szabályban (Kollár, Springer, 2003) – amit Hopkins és Chamis modelljének is neveznek (Hopkins, Chamis, 1988) – a  $d_f$  átmérőjű erősítő szálat a reprezentatív térfogatelemben négyzet keresztmetszetűnek veszik (2.6. ábra). A 2.5., 2.6. ábrán látható erősítő szál térfogataránya a megegyezik. A négyzet keresztmetszetű szál  $L_b$  élhossza az alábbi összefüggés segítségével határozható meg:

$$L_b = L\sqrt{\varphi_f} . \quad (2.35)$$

A reprezentatív térfogatelemet az  $x_1x_3$  síkkal párhuzamosan három részre osztják fel a 2.6. ábrán látható módon. A két külső,  $k$ -val jelölt réteg a mátrix anyag, szélességük  $L_k/2$ . A  $b$ -vel jelölt belső réteg három részből áll, szélessége  $L_b$ . A belső rész alsó és a felső rétege mátrix anyag, vastagsága  $L_k/2$ . A sraffozott belső rész a négyzet keresztmetszetű erősítő szál. Az  $E_2$  és a  $G_{12}$  meghatározására két lépésben kerül sor. Először a  $b$  belső részre határozzák meg a keresztirányú rugalmassági modulusot és a síkbeli csúsztató rugalmassági modulusot, majd a teljes térfogatelemre.

A belső réteg térfogataránya a teljes térfogatelemre vonatkoztatva:

$$\varphi_b = \frac{V_b}{V} = \frac{L_b L^2}{L^3} = \frac{L_b}{L} = \frac{L\sqrt{\varphi_f}}{L} = \sqrt{\varphi_f} . \quad (2.36)$$

A két külső réteg térfogataránya a teljes térfogatelemre vonatkoztatva:

$$\varphi_k = \frac{V_k}{V} = \frac{L_k L^2}{L^3} = \frac{L_k}{L} = \frac{L-L_b}{L} = 1 - \frac{L_b}{L} = 1 - \sqrt{\varphi_f} . \quad (2.37)$$

A belső rétegben a szálasítás térfogataránya a belső réteg térfogatára vonatkoztatva:

$$\varphi_{fb} = \frac{V_{fb}}{V_b} = \frac{L_b^2 L}{L_b L^2} = \frac{L_b}{L} = \sqrt{\varphi_f} . \quad (2.38)$$

A belső rétegben a mátrix térfogataránya a belső réteg térfogatára vonatkoztatva:

$$\varphi_{mb} = \frac{V_{mb}}{V_b} = \frac{L_k L_b L}{L_b L^2} = \frac{L_k}{L} = \frac{L-L_b}{L} = 1 - \frac{L_b}{L} = 1 - \sqrt{\varphi_f} . \quad (2.39)$$

A belső modellcella  $x_2$  irányú rugalmassági modulusát és nyírési modulusát az alábbi összefüggések szolgáltatják:

$$E_{b2} = E_{f2}\sqrt{\varphi_f} + E_m(1 - \sqrt{\varphi_f}) , \quad (2.40)$$

$$G_{b12} = G_{f12}\sqrt{\varphi_f} + G_m(1 - \sqrt{\varphi_f}) . \quad (2.41)$$

Az  $E_2$  és  $G_{12}$  anyagállandók a módosított keverési szabály szerint:

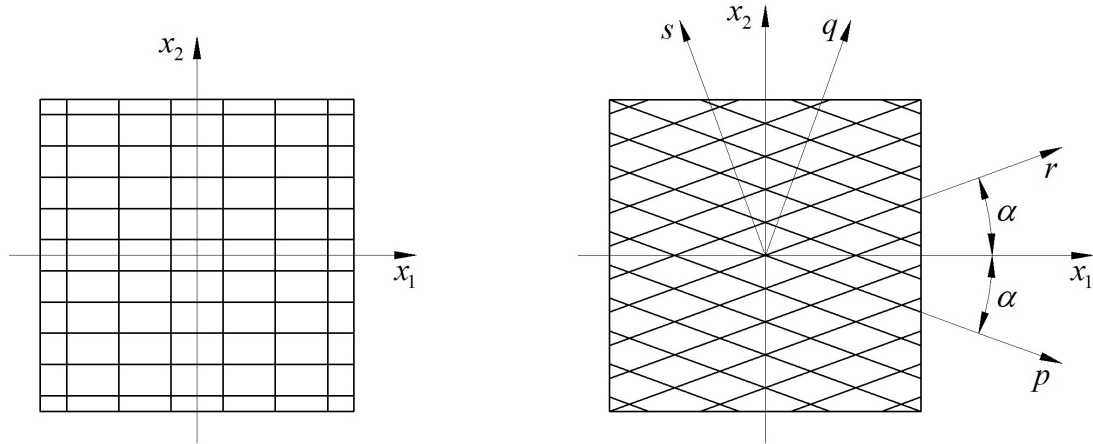
$$E_2 = \left( \frac{1}{E_{b2}}\sqrt{\varphi_f} + \frac{1}{E_m}(1 - \sqrt{\varphi_f}) \right)^{-1} , \quad (2.42)$$

$$G_{12} = \left( \frac{1}{G_{b12}}\sqrt{\varphi_f} + \frac{1}{G_m}(1 - \sqrt{\varphi_f}) \right)^{-1} . \quad (2.43)$$

A kompozit réteg végeeselemes modellcellához a mátrixszal átítatott szálköteg makroszkopikus ortotrop anyagjellemzőit CATERA et al. (2017), El Mourid et al. (2016), Jacques et al. (2014) ezzel a módosított keverési szabállyal (Hopkins, Chamis, 1988) határozzák meg.

### 2.3.2. Textil kompozit anyagjellemzőinek becslése

Ha a textil kompozitban az erősítő szálak egymásra merőlegesen (2.7a ábra) szövöttek, vagy az erősítő textil úgynevezett kiegyenlített ferdeszögben (2.7b ábra) szövött, akkor az anyag viselkedése leírható az  $x_1x_2$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében az ortotrop anyagtvénnyel.



a) Szálerősítés egymásra merőlegesen

b) Szálerősítés kiegyenlített ferdeszögben

2.7. ábra Ortotrop kompozitok anyagi főirányai

#### 2.3.2.1. Két egyirányú réteg szuperpozíciója

Textil kompozit réteg homogenizált anyagjellemzőit két, egy irányban szálerősített réteg anyagállandóinak szuperpozíciójával is meg lehet becsülni (M. Csizmadia, 2009).

Egymásra merőleges szálak esetén  $V_{f1}$ ,  $V_{f2}$  az  $x_1$  és  $x_2$  irányú erősítő szálak térfogata. Kiegyenlített ferdeszögű szövés esetén  $V_{fp}$ ,  $V_{fr}$  a  $p$  és  $r$  irányú erősítő szálak térfogata,  $\alpha$  a szövés szöge.

Kiegyenlített ferdeszögű szövésnél a szálaszás sűrűsége és térfogata megegyezik a két irányban. A textilen és a mátrixon kívül a lemezben nincs más anyag:

$$V_{fp} = V_{fr}, \quad V = V_f + V_m. \quad (2.44)$$

Először egy olyan  $x_1$  irányban (egy irányban) erősített kompozit rétegeknek az anyagállandóit határozzák meg, melynek  $\varphi_f$  térfogataránya megegyezik a textil kompozitéval. A száanyag térfogataránya, ha az erősítő szálak egymásra merőlegesek:

$$\varphi_f = \frac{V_{f1} + V_{f2}}{V} = \frac{V_f}{V}, \quad (2.45)$$

ha a szálak kiegyenlített ferdeszögben vannak:

$$\varphi_f = \frac{V_{fp} + V_{fr}}{V} = \frac{V_f}{V}. \quad (2.46)$$

A mátrix térfogataránya mindkét esetben:

$$\varphi_m = \frac{V_m}{V}. \quad (2.47)$$



Ezekkel a  $\varphi_f$  és  $\varphi_m$  arányokkal meghatározhatók az  $x_1$  irányban szálerősített kompozit  $E_1^{e1}$ ,  $E_2^{e1}$ ,  $G_{12}^{e1}$ ,  $\nu_{12}^{e1}$ ,  $\nu_{21}^{e1}$  makroszkopikus anyagjellemzői a 2.3.1. pontban leírtak szerint. A felső  $e1$  indexben az  $e$  az egyirányú erősítést, az 1 pedig az  $x_1$  irányt jelöli. Az  $x_1$  irányban erősített kompozit  $\underline{\underline{C}}^{e1}$  anyagállandók mátrixa a makroszkopikus anyagjellemzők ismeretében felírható:

$$\left[ \underline{\underline{C}}^{e1} \right] = \begin{bmatrix} C_{11}^{e1} & C_{12}^{e1} & 0 \\ C_{21}^{e1} & C_{22}^{e1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33}^{e1} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \nu_{12}^{e1}\nu_{21}^{e1}} \begin{bmatrix} E_1^{e1} & \nu_{21}^{e1}E_1^{e1} & 0 \\ \nu_{12}^{e1}E_2^{e1} & E_2^{e1} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{12}^{e1}\nu_{21}^{e1})G_{12}^{e1} \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Az egymásra merőleges szövésű textil esetén (2.7a ábra) a kompozit  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandók mátrixának elemeit egy  $x_1$  és egy  $x_2$  irányban szálerősített,  $\varphi_f$  térfogatarányú réteg szuperpozíciójával lehet meghatározni a szálanyag hányad függvényében (M. Csizmadia, 2009). Az  $x_2$  irányban szálerősített,  $\varphi_f$  térfogatarányú kompozit anyagállandók mátrixa a  $\underline{\underline{C}}^{e1}$ -ből koordináta transzformációval állítható elő. A (2.11) és (2.12) szerint felírt  $\underline{\underline{T}}_\sigma$ ,  $\underline{\underline{T}}_\varepsilon$  transzformációs mátrixban  $\Theta = 90^\circ$ , ezért a (2.15) mintájára:

$$\underline{\underline{C}}^{e2} = \underline{\underline{T}}_\sigma^{-1} \underline{\underline{C}}^{e1} \underline{\underline{T}}_\varepsilon, \quad (2.49)$$

$$\left[ \underline{\underline{C}}^{e2} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11}^{e1} & C_{12}^{e1} & 0 \\ C_{21}^{e1} & C_{22}^{e1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33}^{e1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{22}^{e1} & C_{21}^{e1} & 0 \\ C_{12}^{e1} & C_{11}^{e1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33}^{e1} \end{bmatrix}.$$

Az anyagállandók mátrixa mindegyik esetben szimmetrikus. A 2.7a ábrán látható erősítő szálanyag hányada  $x_1$  és  $x_2$  irányban:

$$\varphi_{f1}^f = \frac{V_{f1}}{V_f}, \quad \varphi_{f2}^f = \frac{V_{f2}}{V_f}. \quad (2.50)$$

A két irányban erősített textil kompozit anyagállandóinak  $\underline{\underline{C}}$  mátrixa az  $x_1x_2$  koordináta-rendszerben vett  $\underline{\underline{C}}^{e1}$  és  $\underline{\underline{C}}^{e2}$  mátrixok  $\varphi_{f1}^f$ ,  $\varphi_{f2}^f$  tényezőkkel súlyozott lineáris kombinációja:

$$\left[ \underline{\underline{C}} \right] = \begin{bmatrix} \varphi_{f1}^f C_{11}^{e1} + \varphi_{f2}^f C_{22}^{e1} & C_{12}^{e1} & 0 \\ C_{21}^{e1} & \varphi_{f1}^f C_{22}^{e1} + \varphi_{f2}^f C_{11}^{e1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33}^{e1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

A kiegyenlített szögben szőtt textil esetén (2.7b ábra) a  $\underline{\underline{C}}$  mátrix egy  $p$  és egy  $r$  irányban erősített réteg szuperpozíciójával határozható meg. Az  $x_1$  irányban erősített kompozit  $\underline{\underline{C}}^{e1}$  anyagállandók mátrixát át kell transzformálni a  $p$  és az  $r$  irányra. A  $p$  irányra történő transzformációnál a (2.11) és (2.12) szerint felírt  $\underline{\underline{T}}_\sigma$ ,  $\underline{\underline{T}}_\varepsilon$  mátrixban  $\Theta = -\alpha$ , illetve az  $r$  irányra történő transzformációnál a  $\underline{\underline{T}}_\sigma$ ,  $\underline{\underline{T}}_\varepsilon$  mátrixban  $\Theta = \alpha$ . A  $p$  és az  $r$  irányban erősített kompozit réteg anyagállandók mátrixa az  $x_1x_2$  koordináta-rendszerben a (2.15) szerint:

$$\underline{\underline{C}}^{ep} = \underline{\underline{T}}_{\sigma pq}^{-1} \underline{\underline{C}}^{e1} \underline{\underline{T}}_{\varepsilon pq}, \quad \underline{\underline{C}}^{er} = \underline{\underline{T}}_{\sigma rs}^{-1} \underline{\underline{C}}^{e1} \underline{\underline{T}}_{\varepsilon rs}. \quad (2.52)$$

Mivel a szálasítás térfogata  $p$  és  $r$  irányban megegyezik, a térfogatarányok is egyenlők a textilben:

$$\varphi_{fp}^f = \frac{V_{fp}}{V_f} = \varphi_{fr}^f = \frac{V_{fr}}{V_f} = 0,5. \quad (2.53)$$

A 2.7b ábrán látható textil kompozit  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandók mátrixa a  $\underline{\underline{C}}^{ep}$  és  $\underline{\underline{C}}^{er}$  lineáris kombinációja:

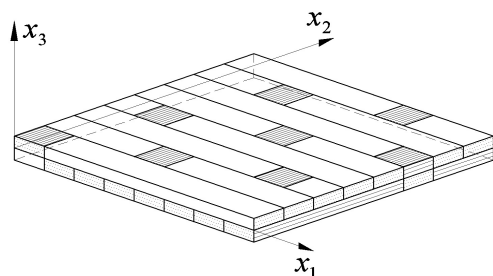
$$[\underline{\underline{C}}] = 0,5 \begin{bmatrix} C_{11}^{ep} + C_{11}^{er} & C_{12}^{ep} + C_{12}^{er} & C_{13}^{ep} + C_{13}^{er} \\ C_{21}^{ep} + C_{21}^{er} & C_{22}^{ep} + C_{22}^{er} & C_{23}^{ep} + C_{23}^{er} \\ C_{31}^{ep} + C_{31}^{er} & C_{32}^{ep} + C_{32}^{er} & C_{33}^{ep} + C_{33}^{er} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

A textil kompozit makroszkopikus anyagjellemzői a (2.9) Hooke-törvényt felhasználva a  $\underline{\underline{C}}$  mátrixból előállíthatók:

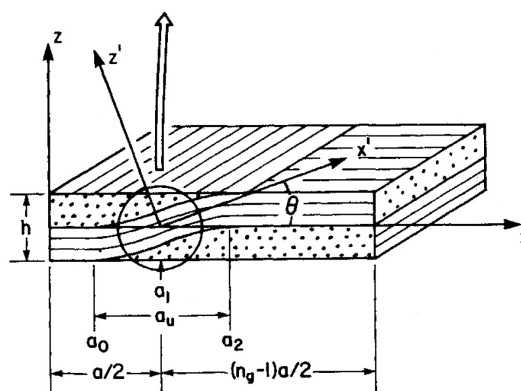
$$E_1 = C_{11} - \frac{C_{12}^2}{C_{22}}, \quad E_2 = C_{22} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}}, \quad \nu_{12} = \frac{C_{12}}{C_{22}}, \quad G_{12} = C_{33}. \quad (2.55)$$

### 2.3.2.2. Mozaik, hullámossági és kapcsolt modell

Ishikawa és Chou mozaik modellje (Chou et al., 1989; Ishikawa, Chou, 1983) a mátrixba ágyazott textil lemezt kereszttezett szögállású egységekre, két rétegre bontja. A rétegek keresztteződésénél van egy  $0^\circ$ -os és egy  $90^\circ$ -os réteg. A 2.8. ábrán egy 8-as szaténkötésű (eight harness satin) textillel erősített kompozit mintaelem látható, ami a textil szövésének egy ismétlődő részét tartalmazza. A mozaik modellt csak olyan textilnél lehet alkalmazni, ahol az ismétlődő régióban megegyezik  $x_1$  és  $x_2$  irányban a szálak száma ( $n_g$ ), az osztásköz és a térfogatarány. A mintaelem  $n_g^2$  darab kereszttezett egységet tartalmaz.



2.8. ábra A szaténkötésű textil kompozit réteg mintaelem a mozaik modellnél



2.9. ábra A hullámossági modell

A szálkötegek folytonosságát és egyenletességét a hullámossági modell vette először figyelembe, melynek felépítése a 2.9. ábrán látható. Ebben az  $a_u$  hosszban van egy hullámos szögállású rész (Ishikawa, Chou, 1983).

A mozaik és a hullámossági modell esetén a 2D-s textil kompozit réteget az  $x_1x_3$ , illetve az  $x_2x_3$  síkkal párhuzamosan egydimenziósan kezelhető csíkokra kell felosztani és csak egy csíkot kell vizsgálni. Ezután a klasszikus rétegzési elmélet szerint lehet számítani a mérnöki konstansokat. A mozaik modellnél a kereszttezett egységek (2.8. ábra) egy kétrétegű, lényegében 1D-s csíkban egymás mellett helyezkednek el.

Ishikawa és Chou megalkotta a kapcsolt modellt is (Ishikawa, Chou, 1982) a mozaik és a hullámossági modellt együtt alkalmazva, mellyel a szaténkötésű textillel erősített kompozit szerkezetek mechanikai tulajdonságait pontosabban le lehet írni.

A két- és háromdimenziós végelelemes modellezési eljárások alapjait a mozaik, a hullámossági és a kapcsolt modellek képezik.

### 2.3.3. Keverési szabályok alkalmazásának korlátja

Az előzőekben ismertetettekén kívül még nagyon sok keverési szabály létezik kompozit anyagok anyagjellemzőinek becslésére. Ha ezeket a becsléseket (pl. mérési eredmények figyelembevételével) pontosítani szeretnénk, az összefüggések bonyolulttá válnak, és sok esetben csak numerikus módszerekkel kezelhetők. Legtöbb kompozit mikron vékonyságú szálakból álló szálköteggel van erősítve, illetve ilyen szálkötegekből szövök az erősítő textilt. Probléma, hogy a szálkötegek keresztmetszete általában nem téglalap, mint ahogyan azt a keverési szabályok feltételezik. A keverési szabályokkal nagyon bonyolult figyelembe venni a textil kompozitoknál a szövés mintákat és a szövésből adódó hullámokat.

## 2.4. Kompozit rétegek anyagtulajdonságainak kísérleti meghatározása

Kompozit lemez anyagállandóinak méréssel történő meghatározásának módját több szabvány rögzíti. A szabványok előírják a próbatest geometriáját, és azt, hogy mit és hogyan kell mérni. Tájékoztatót adnak, hogy mit minek a függvényében kell vizsgálni, és hogy a mérési adatsorból hogyan kell meghatározni az anyagállandókat.

### 2.4.1. Húzási kísérlettel meghatározható anyagjellemzők

Műanyagok húzási anyagjellemzőinek meghatározásával az MSZ EN ISO 527 szabványsorozat foglalkozik. Leírja a próbatestek szakítószilárdságának, rugalmassági modulusának és Poisson-tényezőjének a mérését. A vizsgáló berendezés szakító gép, amivel a próbatestet állandó sebességgel húzunk addig, amíg elszakad, vagy amíg a feszültség, illetve a nyúlás eléri egy meghatározott tönkremeneteli értéket. A kísérlet során a próbatestre ható erőt és az elmozdulást kell mérni (MSZ EN ISO 527-1).

A szabvány 4. része – az MSZ EN ISO 527-4 – az izotropikus és ortotropikus szálerősítésű műanyag kompozitok vizsgálati feltételeit foglalja össze. Ezt olyan nem egy irányban erősített kompozitoknál lehet alkalmazni, amelyben az erősítés szövet, aprított szál, vagy ezek kombinációi. Az egy irányban erősített kompozitok mérésével az MSZ EN ISO 527-5 szabvány foglalkozik. Ide tartoznak az olyan több irányban erősített kompozitok is, melyek egyirányú rétegekből állnak és szimmetrikus rétegfelépítésűek.

Ha a húzás tengelye a próbatest  $x_1$  anyagi főiránya, az  $x_2$  a húzásra merőleges irány, akkor ezzel a kísérleti vizsgálattal az  $E_1$  rugalmassági modulus, a  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőt és a  $\sigma_{1M}$  húzószilárdságot lehet meghatározni. Az  $E_2$  rugalmassági modulus, a  $\nu_{21}$  Poisson-tényezőt és a  $\sigma_{2M}$  húzószilárdságot az  $x_2$  anyagirányban vett húzóvizsgálattal lehet számítani. A kísérlet alatt az  $F$  húzóerő, az  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  fajlagos nyúlás megfelelő növekedési értékeit, valamint a befogópofák közötti távolságot kell regisztrálni.

A mérnöki gyakorlatban ahhoz, hogy megbízható eredményeket kapjunk, legalább öt próbatesten kell mérni mindkét vizsgálati irányban. Az ISO 2602 szerint az eredmények számtani középértéke, szórása, valamint a 95%-os megbízhatósági tartománya is meghatározható.

### 2.4.2. Nyírási kísérlettel meghatározható anyagjellemzők

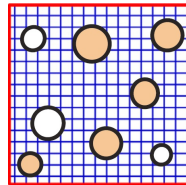
A síkbeli nyírási tulajdonságok az ASTM D3518 / D3518M szabvány szerint  $\pm 45^\circ$ -os szálerősítésű kompozit próbatestek húzásával határozhatók meg. A szabvány alapja az ASTM D3039 / D3039M, amely a kompozit húzási tulajdonságainak mérési módszerét írja le. Ezzel a kísérlettel a  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus és a  $\tau_{12S}$  nyírószilárdságot lehet meghatározni.

A nyírási kísérletnél a húzás iránya az  $x$ , a keresztirány az arra merőleges  $y$  tengely. Az  $x_1, x_2$  anyagi főirány  $\pm 45^\circ$ -ot zár be a próbatest hossz tengelyével. Az  $x$  tengelyirányú húzás az  $x_1, x_2$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében tiszta nyírás. A vizsgálat során az  $F$  húzóerő és az  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  fajlagos nyúlások mérése történik, melyből a  $\gamma_{12}$  szögtorzulás (illetve a  $\tau_{12}$  nyírófeszültség) koordináta transzformációval számítható. A mérésorozat végén célszerű meghatározni  $G_{12}$  és  $\tau_{12s}$  számtani középértékét, valamint a minta szórását is.

### 2.5. Numerikus módszerek kompozit anyagjellemzők meghatározására

A heterogén anyagok makroszkopikus anyagjellemzőit numerikus módszerekkel is meg lehet határozni. Erre a célra elsősorban a végelem módszert alkalmazzák.

Patil et al. (2017) olyan fém mátrixú burkolatanyag átlagos izotrop anyagjellemzőit határozzák meg, mely elemi erősítő részecskéket és légüres teret tartalmaz. A számítást Zr2.5Nb mátrix anyaggal és SiC erősítő részecskével mutatják be. Ezt a kompozit bevonó anyagot atomerőművek reaktorában, repülőgép- és autóiparban is használják. Mivel vékony bevonó rétegről van szó, Patil et al. (2017) ezzel a 2D modellel, síkfeszültségi állapotban határozzák meg a makroszkopikus  $E, \nu, G$  anyagjellemzőt. Egy kisebb részt vizsgálnak, melyre periodikus peremfeltételeket definiálnak. A heterogén szerkezet egyszerűsített mikromodellje a 2.10. ábrán látható. A fehér szín a légüres teret, a narancssárga az elemi erősítő részecskéket jelöli. Szálerősített kompozit réteg anyagjellemzőinek meghatározására ezt a 2D-s végelelemes modellt nem lehet alkalmazni.

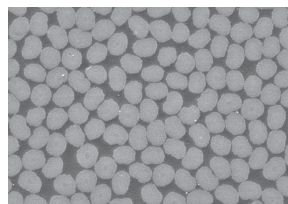


2.10. ábra Heterogén szerkezet modellje

A textil kompozit szövetében az elemi szálak szálkötegekbe vannak rendezve. A mátrixba ágyazott textil szálkötegeiben az erősítő szálak között is van mátrix. A textil kompozit rétegben a szálköteget nem külön-külön az elemi szálakkal modellezzük, hanem egy ortotrop anyagtulajdonságú homogenizált anyagnak tekintik. Ezért textillel erősített kompozitok esetén először meg kell határozni a mátrixszál átítatott szálköteg makroszkopikus anyagjellemzőit. A sodratlan, lapos szálkötegekben az erősítő szálak egymással párhuzamosan helyezkednek el ugyanúgy, mint az egyirányú, párhuzamos, hosszú szálakkal erősített (UD) kompozit rétegben.

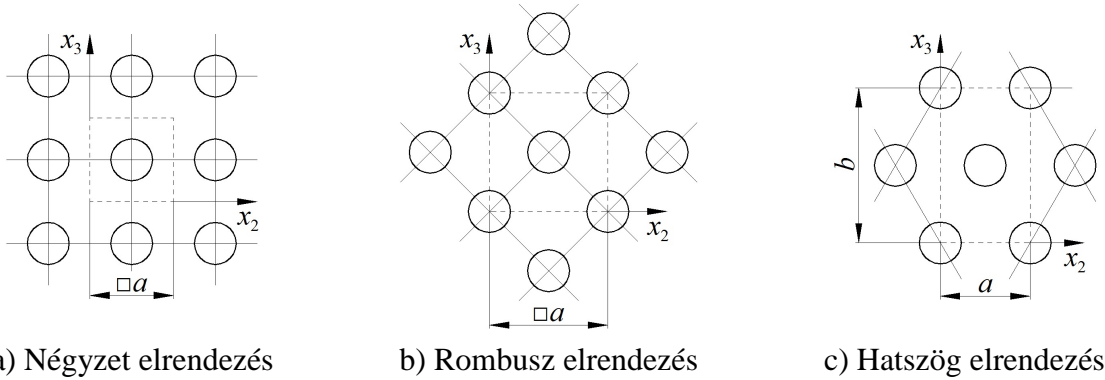
#### 2.5.1. A szálköteg és az egy irányban erősített kompozit réteg anyagjellemzői

Az egyirányú, párhuzamos szálakkal erősített kompozitoknál és a textil kompozitok sodratlan szálkötegeiben az erősítő szálak a valóságban nem rendezett formában helyezkednek el a mátrixban. A 2.11. ábrán egy irányban erősített szén-epoxi kompozit próbatest keresztmetszete látható (Srinivasa et al., 2010).



2.11. ábra A szálak valóságos elhelyezkedése a mátrixban egyirányú szálerősítés esetén

A numerikus modellezéshez a szálak elhelyezkedésére rendezett formát kell választani (Jones, 1999). Az egyik lehetséges, a négyzetes szálelrendezés a 2.12a ábrán látható. Ennél a modellezésnél a szálak sorokban és oszlopokban vannak a mátrixba ágyazva. Ilyen elrendezésből indul ki a legtöbb keverési szabály is az egy irányban erősített kompozitoknál. A 2.12b ábrán látható rombusz elrendezés olyan, mint a négyzetes (2.12a ábra), csak a szádirány körül 45°-kal el van forgatva. A hatszög elrendezésnél (2.12c ábra) egy szálat hat másik vesz körül úgy, hogy azok egyenlő távolságra vannak egymástól.



2.12. ábra A rendezett elhelyezkedésű szálakból felépülő szálköteg keresztmetszete

A párhuzamos elemi szálakat a mátrixban lehet úgy is modellezni, mint reprezentatív térfogatelemek ismétlődése. Az ismétlődő térfogatelem alakja elvileg tetszőleges lehet. A peremfeltételek egyszerűbb megadása érdekében a reprezentatív térfogatelem oldalfelületeit az anyagi főirányok síkjaival párhuzamosan szokás felvenni. A 2.12. ábra a reprezentatív térfogatelemek egy lehetséges keresztmetszetét szaggatott vonallal szemlélteti a három szokásos elrendezésnél (Qin et al., 2014; Reddy, 2004). A 2.12c ábrán a hatszög elrendezés esetén a két oldal aránya:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (2.56)$$

Az erősítő szál természetesen merevebb, mint a mátrix. Ebből az következik, hogy a reprezentatív térfogatelemben még egytengelyű feszültségállapot esetén sem homogén a feszültségeloszlás. Egy  $V$  térfogatú elemen az átlagos feszültségeket és az átlagos alakváltozásokat Ansar et al. (2011), Akpoyomare et al. (2017), Berger et al. (2010), Cao et al. (2016), Devireddy, Biswas (2014), Dinh et al. (2018), Espadas-Escalante et al. (2017), Fu et al. (2017), Nguyen, Wang (2019), Xia et al. (2003), Xu et al. (2018) a (2.57) és (2.58) szerint térfogatra vonatkoztatva határozzák meg:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV, \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (2.57)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV, \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (2.58)$$

Jacques et al. (2014), Khatam, Pindera (2009), Xia et al. (2006), Wang et al. (2007) csak a feszültségeknél számítanak térfogatra súlyozott átlagot. Az átlagos alakváltozásokat nem a (2.58) képlet alapján határozzák meg.

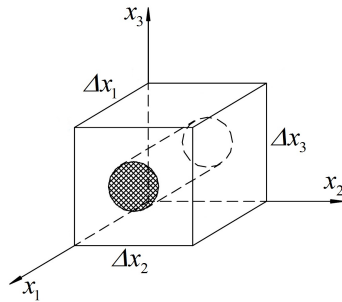
A (2.1) ortotrop Hooke-törvény az átlagos alakváltozásokkal és átlagos feszültségekkel az alábbi módon írható fel:

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\sigma}_{33} \\ \bar{\sigma}_{12} \\ \bar{\sigma}_{23} \\ \bar{\sigma}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11} \\ \bar{\varepsilon}_{22} \\ \bar{\varepsilon}_{33} \\ \bar{\varepsilon}_{12} \\ \bar{\varepsilon}_{23} \\ \bar{\varepsilon}_{13} \end{bmatrix}. \quad (2.59)$$

A szerzők szerint a numerikus vizsgálatoknál a reprezentatív térfogatelemen periodikus peremfeltételeket / ismétlődési feltételeket kell alkalmazni, ezért a modellezésnél úgy kell felépíteni a végeselem hálót, hogy a szemben lévő felületeken azonos számú és elrendezésű csomópont legyen. Az ismétlődési feltétel Xia et al. (2003) szerint azt tartalmazza, hogy az egymást követő térfogatelemeknek azonos legyen a deformációja, és hogy ne legyen a két szomszédos térfogatelem között távolság/hézag, illetve túlfedés. Xia et al. (2003) leírja, hogy az  $X_1 X_2 X_3$  globális koordináta-rendszerben az  $X_i$  irányú ismétlődési feltétel egy reprezentatív térfogatelem peremén:

$$u_i(X_1 X_2 X_3) = x_j \bar{\varepsilon}_{ij} + u_i^*, \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (2.60)$$

A (2.60) összefüggésben az  $u_i^*$  az elemi cella merevtestszerű elmozdulása (az  $x_1 x_2 x_3$  lokális koordináta-rendszerének elmozdulása) a globális koordináta-rendszerben, vagyis az elmozdulások periodikus/ismétlődő része a határfelületeken. Az  $u_i^*$  általában ismeretlen, és függ az alkalmazott terhelésektől. Az  $x_j$  az elemi cella perempontjainak koordinátái a lokális  $x_1 x_2 x_3$  koordináta-rendszerben.



2.13. ábra A kocka alakú reprezentatív térfogatelem

A 2.13. ábrán látható kocka alakú térfogatelemmel négyzetes szálelrendezés modellezhető (2.12a ábra). Az egymással szemben lévő,  $X_j$  tengelyre merőleges felületepáron az  $X_i$  irányú elmozdulás a globális koordináta-rendszerben Xia et al. (2003) szerint:

$$u_i^{j+}(X_1; X_2; X_3) = x_{j+} \bar{\varepsilon}_{ij} + u_i^*, \quad u_i^{j-}(X_1; X_2; X_3) = x_{j-} \bar{\varepsilon}_{ij} + u_i^*. \quad (2.61)$$

A  $j+$  index az  $x_j$  tengely pozitív, a  $j-$  az  $x_j$  tengely negatív irányát jelöli a térfogatelem  $x_1 x_2 x_3$  lokális koordináta-rendszerében. A (2.61) két egyenletének különbsége:

$$u_i^{j+}(X_1; X_2; X_3) - u_i^{j-}(X_1; X_2; X_3) = (x_{j+} - x_{j-}) \bar{\varepsilon}_{ij} = \Delta x_j \bar{\varepsilon}_{ij}. \quad (2.62)$$

Téglatest/kocka alakú reprezentatív térfogatelemre a  $\Delta x_j$  állandó, ezért:

$$u_i^{j+}(X_1; X_2; X_3) - u_i^{j-}(X_1; X_2; X_3) = \Delta x_j \bar{\varepsilon}_{ij} = c_i^j. \quad (2.63)$$

A  $c_i^j$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) az  $x_j$  tengelyre merőleges oldallapok közötti  $x_i$  irányú elmozdulást jelenti. A  $c_i^j$  ( $i = j = 1, 2, 3$ ) a térfogatelem oldallapjai távolságának a megváltozása  $x_j$  irányban, a  $c_i^j = c_j^i$  ( $i \neq j = 1, 2, 3$ ) pedig az oldallapok nyírásból adódó elmozdulása. Ez az ismétlődési feltétel/peremfeltétel kielégíti az elmozdulások periodicitásával és folytonosságával szemben támasztott követelményt. A (2.63) egyenlet megadja a megfelelő pontokra az elmozdulások különbségét a két szemben lévő felületen. Az  $u_i^{j+}$ ,  $u_i^{j-}$  elmozdulás az  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  koordináta függvénye, így a két szemben levő felület nem feltétlen marad sík a deformáció során.

A  $c_i^j$  előírt, vagy végeelem analízissel meghatározandó elmozdulás. Az  $\bar{\varepsilon}_{ij}$  átlagos alakváltozás téglatest/kocka alakú reprezentatív térfogatelemnél a (2.63) egyenletből származtatható:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{c_i^j}{\Delta x_j}. \quad (2.64)$$

Ezzel szemben a disszetáció 3.4.1. Szimmetrikus tulajdonságok pontjában részletesen bemutatom azt, hogy ha a modellcella geometriája és a terhelés is szimmetrikus, akkor az oldallapoknak speciális periodikus tulajdonságaik vannak. Vagyis az egymással szemben lévő pontok ugyanúgy mozdulnak el az oldallapok síkjában. Ehhez viszont nem elégséges feltétel, hogy a geometria és a terhelés is szimmetrikus legyen. Ebben az esetben a végeelemes modellnek is annak kell lenni. Ha nem szimmetrikus a háló, nem ugyanúgy mozdulnak el az egymással szemben lévő csomópontok az oldallapok síkjában és így nincs meg a folytonossággal szembeni követelmény. A szimmetriából adódó periodikus peremfeltételeket is szükségesnek tartom megadni mindegyik esetben. Ennek alternatívája, hogy a modellcella bemutatásánál legyen előírva, hogy a végeelemes hálónak szimmetrikusnak kell lenni.

Egy csomópont adott irányú elmozdulását, vagy megfogását egyféleképpen kell megadni. Ha több parancs is ugyanazt írja elő, a csomópont túlhatározottá válik. Ez a térfogatelem élein fordulhat elő a periodikus peremfeltételek helytelen megadása miatt. Véleményem szerint a túlhatározottságot ki kell küszöbölni. Külön kell definiálni az egymással szemben lévő csomópontokra az ismétlődési feltételt a modellcella oldallapjain, élein és csúcspontjaiban. Ezt a 3.4.2.1. Csomópontok túlhatározottságának elkerülése pontban egy példán ismertetem részletesen.

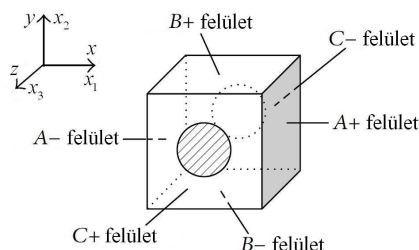
Véleményem szerint az egy irányban erősített kompozit réteg és a szálköteg modellcelláján a három oldalpárra mindhárom irányban elő kell írni a periodicitást, nem csak a kinematikai terhelés irányában. Ha ezt nem tesszük meg, akkor nem teljesül az elmozdulások folytonosságával szemben támasztott követelmény. Ekkor az egymást követő térfogatelemeknek nem azonos a deformációja, két egymás mellé helyezett térfogatelem csomópontjai nem kapcsolódnak. A térfogatelemek között hézag, vagy túlfedés is lehet. Ez a makroszkopikus anyagi jellemzők meghatározásánál pontatlanságot okoz.

Qin et al. (2014) négyzet elrendezésben vizsgálják a piezoelektromos kompozit lemez egyirányú szálerősítését (2.14. ábra). A polimer mátrixot ólom-cirkonát-titanát (PZT) szál erősíti.

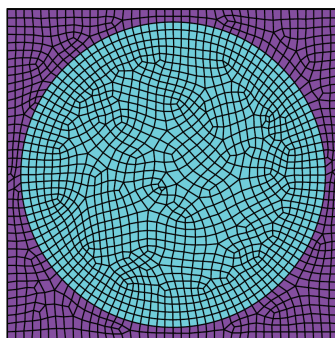
A szerzők a (2.59) ortotrop Hooke-törvényt a lineáris piezoelektromos jelenséget leíró taggal egészítik ki. Én csak a (2.59) egyenletben szereplő  $(6 \times 6)$ -os  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandók mátrixában a tizenkét nullától különböző elem számítását mutatom be. Kétféle végeelem hálóval vizsgálják a  $\underline{\underline{C}}$  mátrix elemeit a szál  $\varphi_f$  térfogatarányának függvényében a 0,111 és 0,666 térfogatarány tartományban. A 2.14. ábrán látható reprezentatív térfogatelemnek ugyanaz az anyagi viselkedése  $x_1$  és  $x_2$  irányban, illetve az  $x_1x_3$  és  $x_2x_3$  síkban, vagyis  $C_{22} = C_{11}$ ,  $C_{23} = C_{13}$ ,  $C_{55} = C_{66}$ . Mivel a  $\underline{\underline{C}}$  mátrix szimmetrikus, ezért itt csak hat elemet kell meghatározni.

A 2.1. táblázat foglalja össze, Qin et al. (2014) milyen kinematikai peremfeltételeket használnak

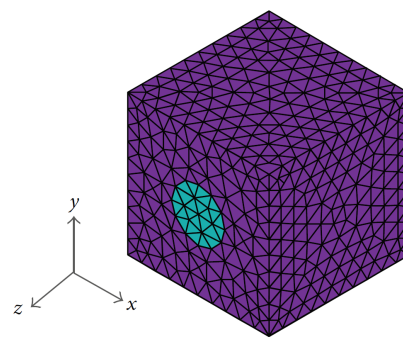
az adott  $C_{ij}$  meghatározásánál, és hogyan számolják azokat az alkalmazott átlagos alakváltozásból és a létrejövő átlagfeszültségekből. A peremfeltételeknél a  $c$  betű a két szemben lévő oldal közötti elmozdulást jelenti adott irányban. Ahol a (2.63) képlet szerint  $c$  értékkel elmozdulás van megadva, ott a  $j$ - oldallapon nincs  $i$  irányú elmozdulás. Például  $\bar{\varepsilon}_{11} \neq 0$  esetén  $u_x(x^{A^-}; y; z) = 0$ . Ha  $c=0$ , a két szemben lévő csomópont össze van kapcsolva a megadott irányban.  $\bar{\varepsilon}_{23} \neq 0$  esetén  $u_z(x; y; z^{C^+}) = u_z(x; y; z^{C^-})$ . A  $C_{44}$  és  $C_{66}$  számításánál  $c_i^j = c_j^i = c$ , tehát a (2.63) egyenlet szerint ez tiszta nyírás modellezése.



2.14. ábra  
Reprezentatív térfogatelem



2.15. ábra  
2D modell ( $\phi_f = 0,666$ )



2.16. ábra  
3D modell ( $\phi_f = 0,111$ )

2.1. táblázat  $C_{ij}$  számítása

$C_{ij}$	$\bar{\varepsilon}_{ij} \neq 0$ , nem zérus tag	A csomópontokra előírt ismétlődési feltételek/peremfeltételek a felületeken	$C_{ij}$ számítása
$C_{11}$	$\bar{\varepsilon}_{11}$	$u_x(x^{A^+}; y; z) - u_x(x^{A^-}; y; z) = c$	$\bar{\sigma}_{11} / \bar{\varepsilon}_{11}$
$C_{12}$		$u_y^{B^+} = u_y^{B^-} = 0; u_z^{C^+} = u_z^{C^-} = 0$	$\bar{\sigma}_{22} / \bar{\varepsilon}_{11}$
$C_{13}$	$\bar{\varepsilon}_{33}$	$u_z(x; y; z^{C^+}) - u_z(x; y; z^{C^-}) = c$	$\bar{\sigma}_{11} / \bar{\varepsilon}_{33}$
$C_{33}$		$u_x^{A^+} = u_x^{A^-} = 0; u_y^{B^+} = u_y^{B^-} = 0$	$\bar{\sigma}_{33} / \bar{\varepsilon}_{33}$
$C_{44}$	$\bar{\varepsilon}_{23}$	$u_z(x; y; z^{C^+}) - u_z(x; y; z^{C^-}) = 0$ $u_y(x; y; z^{C^+}) - u_y(x; y; z^{C^-}) = c$ $u_z(x; y^{B^+}; z) - u_z(x; y^{B^-}; z) = c$ $u_y(x; y^{B^+}; z) - u_y(x; y^{B^-}; z) = 0$ $u_x^{A^+} = u_x^{A^-} = 0$	$\bar{\sigma}_{23} / \bar{\varepsilon}_{23}$
$C_{66}$	$\bar{\varepsilon}_{12}$	$u_x(x^{A^+}; y; z) - u_x(x^{A^-}; y; z) = 0$ $u_y(x^{A^+}; y; z) - u_y(x^{A^-}; y; z) = c$ $u_x(x; y^{B^+}; z) - u_x(x; y^{B^-}; z) = c$ $u_y(x; y^{B^+}; z) - u_y(x; y^{B^-}; z) = 0$ $u_z^{C^+} = u_z^{C^-} = 0$	$\bar{\sigma}_{12} / \bar{\varepsilon}_{12}$

Qin et al. (2014) 2D modellnek nevezik azt, amikor az  $xy$  síkon lévő felületet először behálózzák négyszög elemekkel, majd azokat kihúzzák  $z$  irányban. Így 20 csomópontos, hatoldalú térfogatelemeket kapnak, a hálózott modellből generálják a 3D térfogatot. A  $C+/C-$  felületen



ugyanaz a háló, a két másik felületpáron is egymással szemben vannak a csomópontok. A külső felületekre algoritmusok biztosítják, hogy a csomópontok a felületpárokon az ismétlődési feltétel megadásához szemben legyenek. A 10 csomópontos tetraéder elemekkel behálózott térfogatot nevezik 3D modellnek. A 2.15. ábra mutatja a 2D modellt  $\varphi_f = 0,666$  szál térfogatarányánál, a 3D modell  $\varphi_f = 0,111$  esetén a 2.16. ábrán látható.

Qin et al. (2014) nem adják meg mind a három irányban a periodicitást a 2.14. ábrán látható modell három egymással szemben lévő oldalára, hogy ezzel elkerüljék az éleken a csomópontok túlhatározottságát. A szerzők leírják, hogy nyírásnál így is fellép túlhatározottság. Az  $\bar{\varepsilon}_{12} \neq 0$  esetén 3  $z$  irányú élen. A 2.1. táblázatban az  $u_y(x^{A+}; y; z) - u_y(x^{A-}; y; z) = c$  egyenlet alapján  $u_y(x^{A-}; y; z) = 0$  és  $u_y(x^{A+}; y; z) = c$ . Ez az  $A-$ ,  $A+$  körvonalán, a modellcella  $z$  irányú élein is érvényes. A  $B-$ ,  $B+$  oldallapon, vagyis a  $z$  tengellyel párhuzamos éleken is össze vannak kapcsolva a szemben lévő csomópontok  $y$  irányban:  $u_y(x; y^{B+}; z) = u_y(x; y^{B-}; z)$ . Így az  $A-$ ,  $B+$  oldallap metszésvonalán túlhatározottság lép fel, ugyanis duplán vannak megfogva a csomópontok  $y$  irányban:  $u_y(x^{A-}; y^{B+}; z) = 0$ . Az  $A+$ ,  $B+$  metszésvonalán pedig kétszer van előírva, hogy  $u_y(x^{A+}; y^{B+}; z) = c$ . Ugyanígy az  $(x^{A+}; y^{B-}; z)$  és az  $(x^{A+}; y^{B+}; z)$  helyen  $x$  irányban van kétszeresen lekötve a csomópontok szabadságfoka. Az  $\bar{\varepsilon}_{23} \neq 0$  esetben 3  $x$  tengellyel párhuzamos élen lép fel túlhatározottság. Ezek elkerülése céljából Qin et al. (2014) azt javasolják, hogy a csomópontok összekapcsolásából ki kell hagyni ezeket az éleket.

A 2.1. táblázatban látható, hogy a húzási kísérlet modellezésénél (szimulálásánál) periodicitás csak az oldallapokra merőleges irányban van előírva. Az oldallapok síkjában nincs megadva, hogy együtt mozduljanak el az egymással szemben lévő csomópontok. A piezoelektromos kompozit lemez reprezentatív térfogatelemének geometriája szimmetrikus (2.14. ábra), és a húzás a három anyagi főirányban szimmetrikus terhelés. A 2.15. és a 2.16. ábrán látható, hogy a 2D és a 3D modell hálója sem szimmetrikus. Emiatt szerintem elő kell írni a periodicitást az oldallapok síkjában is.

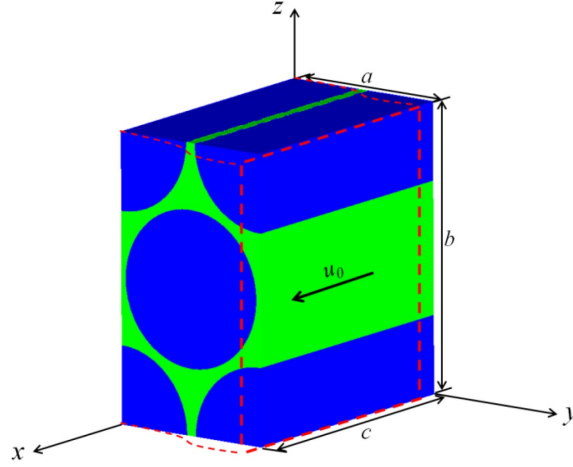
Az  $yz$  síkbeli nyírás ( $\bar{\varepsilon}_{23} \neq 0$ ) az  $yz$  síkban nem szimmetrikus terhelés. Véleményem szerint hiányzik az ismétlődési feltétel, vagyis az egymással szemben lévő csomópontok összekapcsolása a  $B-/B+$  és a  $C-/C+$  oldallapon  $x$  irányban. A szimmetriából adódna a periodicitás  $y$  és  $z$  irányban az  $x$  tengelyre merőleges  $A-/A+$  oldallapon. A nem szimmetrikus háló miatt szükségesnek tartom ezt is definiálni.

Az  $xy$  síkbeli nyírásnál ( $\bar{\varepsilon}_{12} \neq 0$ ) véleményem szerint nem elégséges a periodikus peremfeltétel az  $A-/A+$  és a  $B-/B+$  oldallapon. A terhelés az  $xy$  síkban nem szimmetrikus, ezért  $z$  irányban is elő kell írni az ismétlődést. A nem szimmetrikus végeelem háló miatt szerintem össze kell kapcsolni a  $C-/C+$  oldallapon az egymással szemben lévő csomópontokat  $x$  és  $y$  irányban.

Zhang (2013) disszertációjában a szálakat hatszög elrendezésben vizsgálja a triaxiális szövésű textil szálkötegében és az anyagjellemzőket 86%-os és 69%-os szál térfogatarányra határozza meg. A 2.17. ábrán látható a végeelemes modellezésnél alkalmazott reprezentatív térfogatelem. A piros szaggatott vonal az  $xy$  síkbeli,  $x$  irányú egyszerű nyírásnál kialakult deformált alakot szemlélteti.

Zhang (2013) húzás, nyomás esetén csak normális irányban ad meg periodikus peremfeltételt az egymással szemben lévő oldalakra, miszerint párhuzamosak maradnak az oldalak a nem deformált térfogatelem felületeivel. Nem ír elő periodicitást az oldallapok síkjába eső elmozdulásra, ami egyébként adódik a geometria és a terhelés szimmetriájából. A disszertációban a szálköteg végeelem hálója nem található meg. Hogy pontosabb legyen a modell, szerintem össze kellene kapcsolni az egymással szemben lévő csomópontokat az

oldallapok síkjában. Az  $yz$  síkbeli,  $y$  irányú egyszerű nyíráshoz Zhang (2013) nem írja le külön a megfogásokat. Az  $y$  és  $z$  tengelyre merőleges oldallapokra előírt egyenleteiből véleményem szerint hiányzik az  $x$  irányú periodikus kényszer. Az  $x$  tengelyre merőleges oldallapokra szükségesnek tartom megadni a szimmetriából adódó ismétlődési feltételt is  $y$  és  $z$  irányban.



2.17. ábra A reprezentatív térfogatelem és deformált alakja az  $xy$  síkbeli nyírásnál

Az oldalakra definiált peremfeltételek az oldallapok körvonalaira is érvényesek. Ez szerintem túlhatározottságot okoz a csomópontoknak a modellcella több élén is, melyet az  $xy$  síkbeli,  $x$  irányú egyszerű nyírásnál mutatok be. Zhang (2013) előírja mind a három irányban, hogy a két  $x$  tengelyre merőleges felületen ugyanannyi legyen az elmozdulás a szemben levő pontokban:

$$u(0; y; z) = u(c; y; z), \quad v(0; y; z) = v(c; y; z), \quad w(0; y; z) = w(c; y; z). \quad (2.65)$$

A két szemben lévő,  $z$  tengelyre merőleges felületen is ugyanúgy mozdulnak el a csomópontok a térfogatelem két oldalán:

$$u(x; y; 0) = u(x; y; b), \quad v(x; y; 0) = v(x; y; b), \quad w(x; y; 0) = w(x; y; b). \quad (2.66)$$

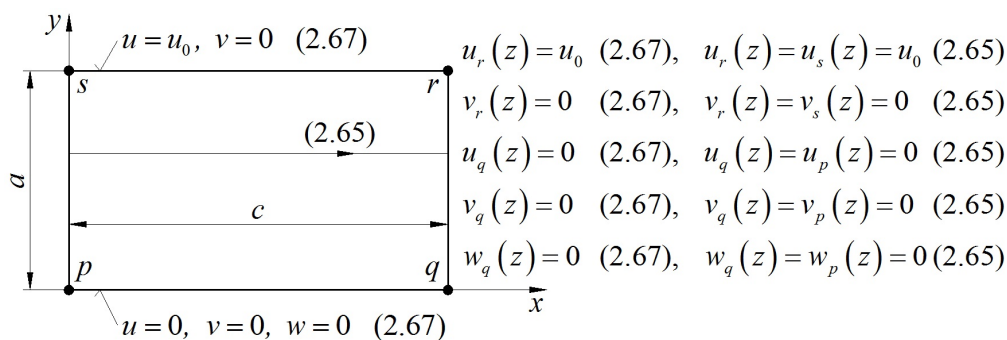
A  $-y$  és az  $+y$  normálisú felület előírt elmozdulásmezője:

$$\begin{aligned} u(x; 0; z) &= 0, & u(x; a; z) &= u_0, \\ v(x; 0; z) &= 0, & v(x; a; z) &= 0. \\ w(x; 0; z) &= 0, \end{aligned} \quad (2.67)$$

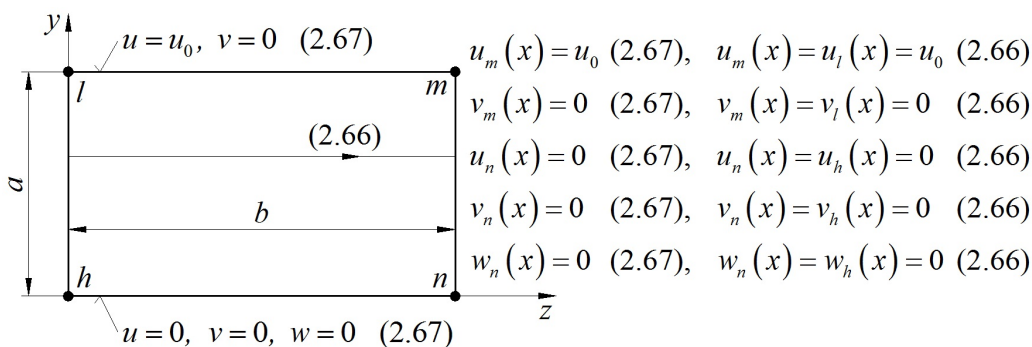
A kritikai észrevételeim megfogalmazásához elneveztem a modellcella  $z$  tengellyel párhuzamos éleit  $p, q, r, s$ -nek (2.18. ábra),  $x$  irányú éleket  $h, l, m, n$ -nek (2.19. ábra) és az  $y$  irányúakat  $d, e, f, g$ -nek (2.20. ábra).

A (2.67)-ben szereplő előírások a 2.18. ábrán látható  $p, q, r, s$  élen lévő csomópontokra is vonatkoznak. A (2.65) összefüggések megadják, hogy a  $-x$  és  $+x$  normálisú felületen, vagyis a  $p$  és  $q$  élen, illetve az  $s$  és  $r$  élen a szemben lévő csomópontok ugyanúgy mozduljanak el, azaz legyenek összekapcsolva a csomópontok  $x, y$  és  $z$  irányban. A 2.18. ábra azt szemlélteti, hogy a  $q$  élen, egy  $z$  koordinátájú csomópont elmozdulása kétszer elő van írva. Egyrészt a (2.67) oldallapra vonatkozó megfogásokkal, másrészt a (2.65) periodikus peremfeltételekkel. Az  $r$  élen csak  $x$  és  $y$  irányban van kétszer lekötve a csomópontok szabadságfoka.

A (2.67) peremfeltételek az  $x$  irányú  $h, l, m, n$  élen található csomópontokra is érvényesek (2.19. ábra). A (2.66) összekapcsolások miatt megegyezik az egymással szemben lévő csomópontok elmozdulása a  $z$  tengelyre merőleges két oldallapon, így az oldallapok körvonalán is. Tehát a  $+z$  normálisú oldallap  $m$  élén  $x$  és  $y$  irányban, az  $n$  élén  $x, y$  és  $z$  irányban kétszer van előírva a csomópontok elmozdulása egy adott  $x$  helyen – ahogy azt a 2.19. ábra is mutatja.

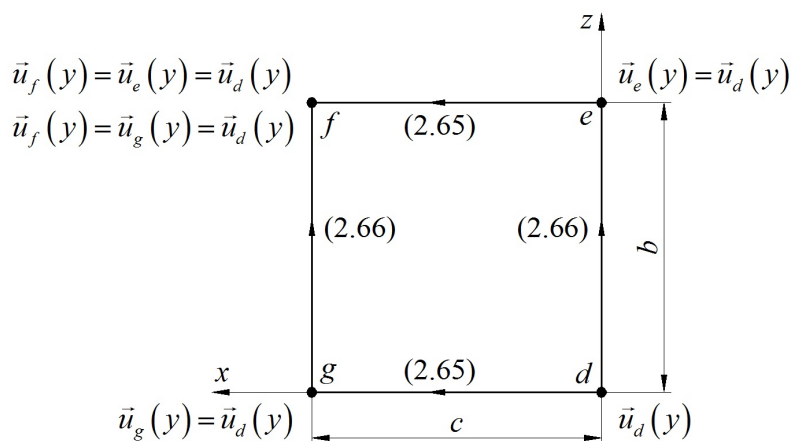


2.18. ábra Túlhatározott csomópontok a  $q$  és az  $r$  élen



2.19. ábra Túlhatározott csomópontok az  $m$  és az  $n$  élen

Az  $x$  tengelyre merőleges két oldalon a (2.65), a  $z$  tengelyre merőleges két oldallapon a (2.66) egyenletek kapcsolják össze az egymással szemben lévő csomópontokat mindhárom irányban. A periodikus peremfeltételek az oldallapok 2.20. ábrán látható közös  $d, e, f, g$  metszsvonalára is igazak. A független csomópontok a  $d$  élen vannak, ahol egy  $y$  koordinátájú csomópont elmozdulása:  $\vec{u}_d(y)$ . Az  $f$  élen található csomópontok a (2.65) szerint a szemben lévő  $e$  élről, a (2.66) összefüggések alapján a  $g$  élről kapják azt az előírást, hogy ugyanannyi legyen a csomópontok elmozdulása adott  $y$  helyen, mint a  $d$  élen:  $\vec{u}_f(y) = \vec{u}_d(y)$ . Az  $f$  élen duplán van előírva az  $x, y$  és  $z$  irányú elmozdulás, ami túlhatározottságot jelent a csomópontoknak.



2.20. ábra Túlhatározott csomópontok az  $f$  élen

A (2.65)–(2.67) egyenletekben nincs biztosítva a periodicitás  $z$  irányban az  $y$  tengelyre merőleges két oldalon. Ezt szükségesnek tartom megadni. Az  $y$  irányú megfogásokat a (2.67) egyenletben az  $y$  tengelyre merőleges két oldalra definiálja. Véleményem szerint azokat az  $x$  tengelyre merőleges oldallapokra kell előírni. A  $z$  irányú kinematikai peremfeltételt szerintem nem a  $-y$  normálisú, hanem a  $-z$  normálisú oldallapra kell megadni:

$$v(0; y; z) = 0, \quad v(c; y; z) = 0, \quad w(x; y; 0) = 0. \quad (2.68)$$

Zhang (2013) nem számol nyírást az  $xz$  síkban, mert a nyírási modulus megegyezik az  $xy$  és az  $xz$  síkban.

Zhang, Li et al. (2015) triaxiális szövésű textillel erősített kompozit réteg tönkremenetelét modellezzik. Zhang, Li et al. (2015) a mátrixba ágyazott textil szálkötegeinek homogenizált anyagjellemzőit Zhang (2013) mikromechanikai modellje szerint határozzák meg.

2.5.2. A textil kompozit réteg anyagjellemzőinek numerikus meghatározása

A kompozit modellekben a sodratlan, lapos szálköteg keresztmetszete általában félkör alakban végződő téglalap, ellipszis vagy lencse alakú (2.21. ábra) (Huang, 2013). Sevenois et al. (2016), Ansar et al. (2011) szerint a keresztmetszet téglalap alakú is lehet. Textil kompozit vége-selemes modellezésénél először mindig a mátrixszal átítatott szálköteg ortotrop anyagjellemzőit kell meghatározni. Ezután kell a kompozit lemez anyagjellemzőit a homogenizált szálkötegből szőtt textilt és a mátrixot is tartalmazó modell alkalmazásával vizsgálni.



a) Félkörrel végződő téglalap alak      b) Ellipszis alak      c) Lencse alak

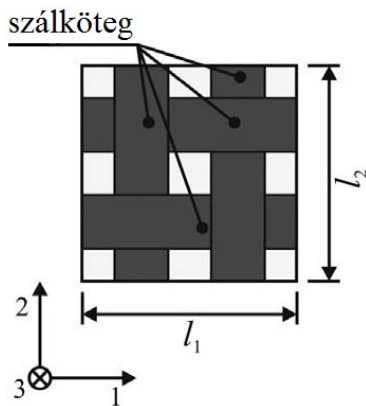
2.21. ábra A sodratlan szálkötegek szokásos keresztmetszetének modellezése

Kroupa et al. (2012) vászonkötésű textillel erősített epoxi gyanta (MGS 285) vége-selemes modellezését mutatják be. Az anyagjellemzőket szén (Toray T600) és aramid (Twaron K1055) szálakat tartalmazó szálkötegből szőtt textillel is meghatározzák. A szál térfogataránya a szálkötegekben  $\varphi_{fr} = 0,6$  és  $\varphi_{fr} = 0,7$  mindkét erősítő szövetnél.

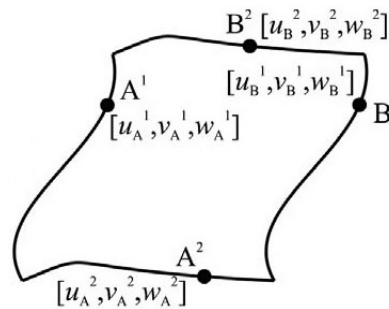
A szerzők a szálköteget hatszög elrendezésű reprezentatív térfogatelemmel modellezzik, melynek peremfeltételeit nem írják le. A textil kompozit réteg is felépíthető ismétlődő tartományokból, modellcellákból. A 2.22. ábrán látható a textil kompozit réteg modellcellája, mely nem szimmetrikus. A réteg modellcella szemben lévő felületein a megfelelő csomópontpároknak az alábbi feltételeket kell teljesíteni a 2.23. ábra jelöléseivel:

$$u_B^i - u_A^i = d_u^i, \quad v_B^i - v_A^i = d_v^i, \quad w_B^i - w_A^i = d_w^i. \quad (2.69)$$

A (2.69) összefüggésekben az  $i$  index az adott felülepárra merőleges tengelyt ( $i = 1, 2$ ), az  $u, v, w$  az 1, 2, 3 irányú elmozdulást jelenti (2.22. ábra). A  $d_u^i, d_v^i, d_w^i$  a szemben lévő csomópontok távolságának megváltozásai. A réteg modellcella kinematikai és dinamikai terheléseit a 2.24. ábra szemlélteti (Kroupa et al., 2012).



2.22. ábra A textil kompozit réteg modellcellája



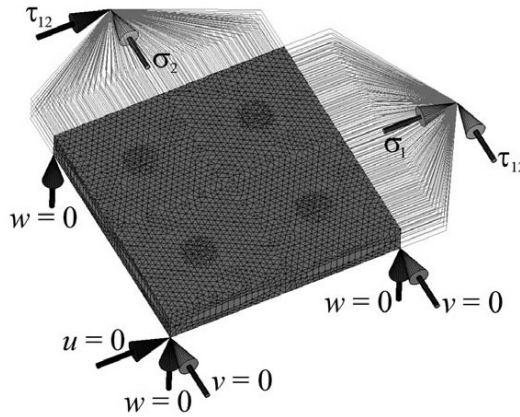
2.23. ábra A réteg modellcella deformált alakja egyszerű nyírásnál

A textil kompozit réteg  $E_1$  Young-modulusának és a  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőjének a meghatározásához 1-es irányú tiszta húzást kell végelem módszerrel modellezni (Kroupa et al., 2012). Ekkor  $\sigma_1 \neq 0$ , a többi feszültség koordináta viszont zérus a (2.10) Hooke-törvényben. Az 1 és 2 irányú fajlagos nyúlás:

$$\varepsilon_1 = \frac{d_1^1}{l_1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{d_2^2}{l_2}. \quad (2.70)$$

A rugalmassági modulus és a Poisson-tényező:

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1}, \quad \nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (2.71)$$



2.24. ábra Kinematikai és dinamikai terhelések a réteg modellcellán

A  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus meghatározásához Kroupa et al. (2012) egyszerű nyírási modellt használnak. Ebben az esetben  $\tau_{12} \neq 0$ . A deformált alakot a 2.23. ábra szemlélteti. A szögtorzulás:

$$\gamma_{12} = \frac{d_2^1}{l_1} + \frac{d_1^2}{l_2}, \quad (2.72)$$

aminek felhasználásával a nyírási rugalmassági modulus:

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}}. \quad (2.73)$$

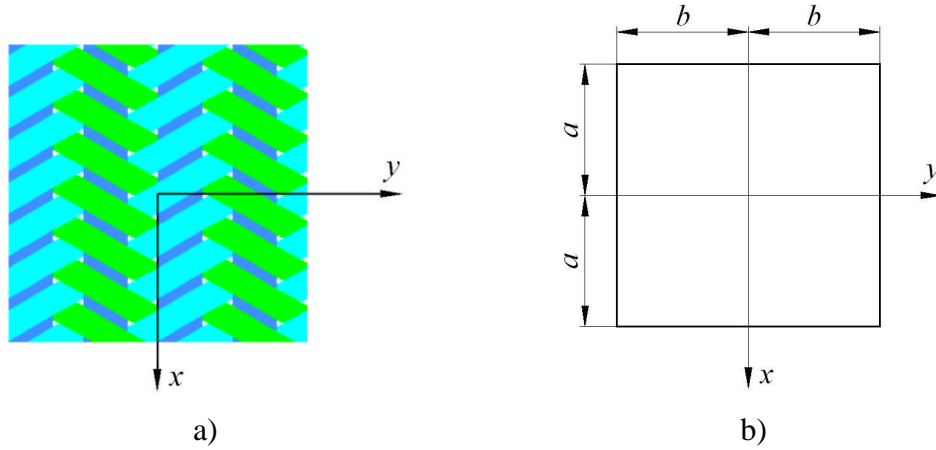
A (2.69) egyenletek csak az  $i = 1, 2$  tengelyre merőleges oldallapokra adnak meg periodikus feltételt. Véleményem szerint szükséges lenne a réteg alsó és felső oldala közé 1 és 2 tengelyirányban ismétlődési kényszert előírni, ha többrétegű kompozit lemez egy rétegét modellezzük.

A (2.69) összefüggések általános periodikus kényszerek a (2.63) egyenlet alapján. Kroupa et al. (2012) nem írják le külön, hogy az adott terhelési esetekben melyik  $d_u^i$ ,  $d_v^i$ ,  $d_w^i$  elmozdulást alkalmazzák, melyiket határozzák meg végelem analízissel. Szerintem külön meg kell adni az alábbiak szerint, hogy az egymással szemben lévő csomópontok elmozdulása egyezzen meg adott irányokban.

Húzás 1 és 2 tengelyirányban:

$$v_B^1 - v_A^1 = d_2^1 = 0, \quad w_B^1 - w_A^1 = d_3^1 = 0, \quad u_B^2 - u_A^2 = d_1^2 = 0, \quad w_B^2 - w_A^2 = d_3^2 = 0. \quad (2.74)$$





2.26. ábra A textil kompozit réteg, illetve rétegelt lemez modellcellája

A modellcellán a  $z$  tengelyre merőleges alsó és felső felület mindegyik terhelési esetben szabad marad. Mivel külön modellezi az egy- és hatrétegű kompozit lemezt, szerintem nem hiányzik periodikus peremfeltétel a modellcella alsó és felső felülete között egyik terhelési esetben sem. Az  $x$  irányú húzás esetén az  $x$  tengelyre merőleges két felületre ad meg periodikus peremfeltételeket, az  $y$ -ra merőleges felületek szabadon maradnak:

$$u(a; y; z) = u(-a; y; z) + \delta_1, \quad v(a; y; z) = v(-a; y; z), \quad w(a; y; z) = w(-a; y; z). \quad (2.76)$$

A  $\delta_1$  az előírt  $x$  irányú elmozdulást / kinematikai terhelést jelöli. Az  $y$  irányú húzási kísérletnél  $\delta_2$  kinematikai terhelést alkalmaz, a  $+x$  és a  $-x$  normálisú felület marad szabadon. Ebben az esetben az ismétlődési feltételek:

$$u(x; b; z) = u(x; -b; z), \quad v(x; b; z) = v(x; -b; z) + \delta_2, \quad w(x; b; z) = w(x; -b; z). \quad (2.77)$$

A merevtestszerű mozgás megakadályozására a megfogásokat a húzási kísérleteknél egyik irányban sem írja le Zhang (2013).

A tiszta nyírást a modellcella négy oldalsó felületén  $\delta_3$  előírt elmozdulással modellezi:

$$u(x; b; z) = \delta_3, \quad u(x; -b; z) = -\delta_3, \quad v(a; y; z) = -\delta_3, \quad v(-a; y; z) = \delta_3. \quad (2.78)$$

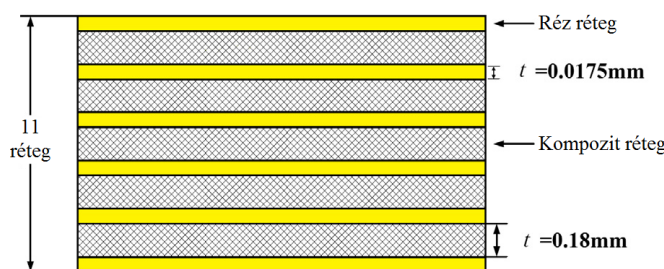
Zhang (2013) tiszta nyírás esetén a  $z$  irányú kinematikai peremfeltételt nem mutatja be.

Véleményem szerint jól modellezi a szabad peremhatást a húzásra merőleges normálisú oldallapokon úgy, hogy periodikus peremfeltételt csak a húzás irányára merőleges oldalpárra ad meg a (2.76), illetve a (2.77) összefüggésekkel a három irányban. Nyírásnál mind a négy oldalsó felületén tudja vizsgálni a szabad peremhatást, mivel csak az oldallap síkjában, a nyírás irányában van előírt elmozdulás a (2.78) egyenletekkel. Szerintem a (2.78) 3. és 4. egyenletében a  $\delta_3$  rossz előjellel szerepel, ha  $\frac{1}{2}\gamma_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{yx} > 0$ .

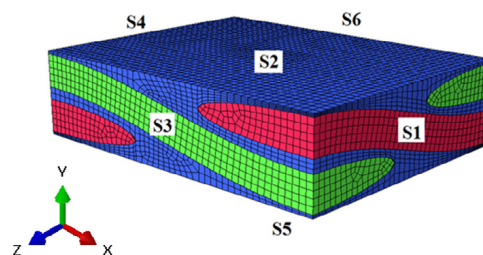
Chen et al. (2014) az ortotrop Hooke-törvényben szereplő  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandók mátrixát 11 rétegű, réz és kompozit rétegeket tartalmazó lemezszerkezetre határozzák meg. A rétegfelépítés a 2.27. ábrán látható. Külön felírják a réz és a kompozit rétegre az anyagállandók mátrixát, majd rétegezési elmélettel a 11 rétegű lemez  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandó mátrixát határozzák meg.



## 2. Szakirodalmi áttekintés



2.27. ábra A többrétegű réz-kompozit szerkezet



2.28. ábra Az egységcella szimmetrikus negyedrésze

A réz réteg izotrop, a kompozit réteg ortotrop, ami epoxi gyantába ágyazott vászonkötésű üvegszál textil. A szerzők mindhárom irányban meghatározzák az anyagállandók mátrixának elemeit. A kompozit réteg  $\underline{C}$  mátrixának meghatározását hat terhelés alkalmazásával végzik el úgy, hogy a (2.59) Hooke-törvény alakváltozási vektorában mindig csak egy nem zérus tag van:  $\bar{\varepsilon}_{ij} \neq 0$ .

A vászonkötésű textil kompozit réteg végeleselemes modellcellája a periodikus egységcellának a szimmetrikus negyedrésze – látható a 2.28. ábrán (Chen et al., 2014). Az ábra megadja a hat oldallap azonosítójelét. Az S4 a periodikus egységcella yz, az S6 pedig az xy szimmetriasíkja.

Chen et al. (2014) a kompozit rétegben az üvegszálakat izotropnak tekintik. Ezt nem tartom jónak, mert az üvegszál köztudottan ortotrop tulajdonságú. A szálköteg homogenizált anyagjellemzőit keverési szabállyal határozzák meg, melyet nem részleteznek. Véleményem szerint az általam kidolgozott szálköteg végeleselemes modellcellával pontosabb makroszkopikus anyagjellemzőket lehet előállítani.

A szerzők a három normál irányú terheléshez az alábbi két szimmetria feltételt írják elő az  $x_{S4} = 0$  helyen lévő S4 és a  $z_{S6} = 0$  helyen lévő S6 felületre:

$$S4: u(0; y; z) = 0, \quad S6: w(x; y; 0) = 0. \quad (2.79)$$

A modellcella normál irányú terheléseihez Chen et al. (2014) a 2.2. táblázatban összefoglalt kinematikai peremfeltételeket és terheléseket alkalmazták. A szerzők nem mutatják be az y irányú megfogást a merevtestszerű mozgás megakadályozására. A táblázatban csak periodikus peremfeltételt írnak elő y irányban az S2 és S5 oldallap között. A képleteket én úgy értem, hogy az S5 oldal y irányban mindig meg van fogva:  $v(x; 0; z) = 0$ , és a felső lap párhuzamos marad az xz síkkal. Két réz réteg között a kompozit réteg S2 és S5 oldala mindig síkban marad.

Chen et al. (2014) többrétegű réz-kompozit lemezszerkezet (2.27. ábra) egy kompozit rétegét modellezik. A kompozit rétegnek nincs szimmetriasíkja az y tengelyre merőlegesen. Szerintem elő kell írni periodicitást a három normálirányú terhelésnél a modellcella alsó és felső lapja között a felület síkjában, vagyis össze kell kapcsolni a csomópontok szabadságfokát x és z irányban.



2.2. táblázat Kinematikai peremfeltételek és terhelések normálirányú terheléseknél

Terhelési eset, $\bar{\varepsilon}_{ij} \neq 0$ , nem zérus tag	Oldallap	Peremfeltételek a felületen
$\bar{\varepsilon}_{11} \neq 0$	S1	$u(x_{S1}; y; z) = \bar{\varepsilon}_{11} x_{S1}$
	S3	$w(x; y; z_{S3}) = 0$
	S2 és S5	$v(x; y_{S2}; z) - v(x; 0; z) = 0$
$\bar{\varepsilon}_{22} \neq 0$	S1	$u(x_{S1}; y; z) = 0$
	S3	$w(x; y; z_{S3}) = 0$
	S2 és S5	$v(x; y_{S2}; z) - v(x; 0; z) = \bar{\varepsilon}_{22} y_{S2}$
$\bar{\varepsilon}_{33} \neq 0$	S1	$u(x_{S1}; y; z) = 0$
	S3	$w(x; y; z_{S3}) = \bar{\varepsilon}_{33} z_{S3}$
	S2 és S5	$v(x; y_{S2}; z) - v(x; 0; z) = 0$

Chen et al. (2014) az  $yz$ ,  $xz$ ,  $xy$  síkbeli nyírást is a 2.28. ábrán látható egységcella szimmetrikus negyedrésszével modellezik. A nyírás nem szimmetrikus terhelés a nyírás síkjában. Emiatt szerintem egyik síkban sem lehet a nyírást az egységcella negyedrésszével modellezni.

Cao et al. (2016) olyan textil kompozit réteg merevségét és szilárdságát vizsgálják, mely erősítésében 4 szálköteg irány van  $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]$ , és nincs szövésből adódó hullámosság. Ez úgynevezett NCF (non crimp fabric) kompozit. A számítást egyirányú rétegekre vezetik vissza. A szálköteg és a réteg egységcelláján is ugyanazokat a peremfeltételeket alkalmazzák. Meglátásom szerint ez nem helyes, mert a réteg egységcellájának speciális periodikus alakváltozási tulajdonságai vannak a réteg síkjára merőlegesen. Cao et al. (2016) az  $x$  irányú húzást és az  $x$  irányú egyszerű nyírást mutatják be részletesen. A húzás peremfeltételeiből véleményem szerint hiányzik, hogy az egymással szemben lévő csomópontok ugyanúgy mozduljanak el az oldallapok síkjában. Szerintem nyírásnál sincs megadva mindegyik irányban periodicitás az egymással szemben lévő csomópontokra.

Koumpias (2015) két reprezentatív térfogatelemmel modellezi a kétirányú fektetett kelmével (2.3. ábra) erősített kompozit réteget. Mindkettő két egyirányú réteget tartalmaz. Az egyikben a szálírány  $[0^\circ/90^\circ]$ , a másikban  $[45^\circ/-45^\circ]$ . A szerző az  $xy$  koordináta-rendszerben határozza meg a hullám nélküli textillel erősített kompozit merevségét és szilárdságát. Az epoxi gyantával átítatott, szénszálakból álló szálköteg ortotrop anyagjellemzőit adottnak veszi. A végeselemes modellek peremfeltételei megegyezik a két esetben. Az egymással szemben elhelyezkedő csomópontok elmozdulás-különbségét írja elő  $x$ ,  $y$ ,  $z$  irányban az oldalpárokra. A periodikus peremfeltételeket az oldallapokon definiálja. Úgy gondolom, ez túlhatározottságot okoz több élen is. A modell alsó és felső lapján, az egymás felett elhelyezkedő csomópontokat összekapcsolja mindhárom irányban. Ezt nem tartom jónak, mert a kompozit lemez a rétegre merőlegesen nem periodikus felépítésű. Azzal, hogy a rétegre merőleges irányban összekapcsoljuk a szemben lévő csomópontokat, a réteg síkjába eső húzásnál megakadályozzuk a rétegre merőleges irányú hosszváltozást (keresztkontrakciót). Így a rétegre merőleges normálfeszültség átlaga nem lesz nulla.

Jacques et al. (2014) 5-ös szatén kötésű textillel erősített kompozit réteg homogenizációját mutatják be, melyben az erősítés szénszálakból áll, a mátrix PPS műanyag. A szálköteg homogenizált ortotrop anyagjellemzőit keverési szabállyal, Chamis-moddal (Hopkins, Chamis, 1988) állítják elő. Szerintem ezt végeselemes modellcellával pontosabban lehet meghatározni. Jacques et al. (2014) nem részletezik a réteg modellcella terheléseit, kinematikai peremfeltételeit az egyes terhelési esetekben, csak általánosan írják le, hogy az egymással szemben lévő

csomópontok  $x$ ,  $y$ ,  $z$  irányú elmozdulás-különbsége egyezzen meg az oldalpárokon. Szerintem a réteg síkjában való terhelésnél az alsó és felső lap közé csak a réteg síkjában, az  $xy$  síkban definiálhatunk periodicitást úgy, hogy összekapcsoljuk az egymás felett lévő csomópontokat  $x$  és  $y$  irányban. Nem írhatjuk elő, hogy ugyanannyi legyen a csomópontpárok távolságának megváltozása a rétegre merőleges  $z$  irányban. Jacques et al. (2014) az ismétlődési feltételeket csak a modellcella oldallapjain definiálják, ami véleményem szerint több élen is a csomópontok túlhatározottságát eredményezi.

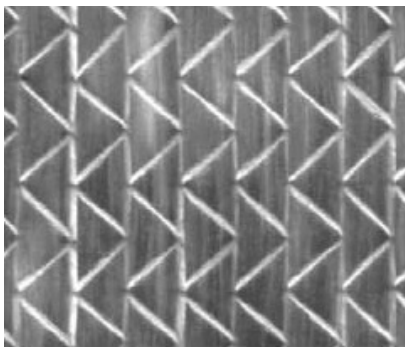
Jacques et al. (2015) egy irányban erősített és textil kompozit lemez delaminációját vizsgálják. A textil kompozit elasztikus tulajdonságait Jacques et al. (2014) végelesemes modellcellájával határozzák meg.

Az eddig bemutatott modelleknél is láttuk, hogy a textil kompozit réteg, illetve kompozit lemez alsó és felső lapjának kinematikai peremfeltételeit és terheléseit, valamint a periodikus peremfeltételeit többféleképpen modellezik.

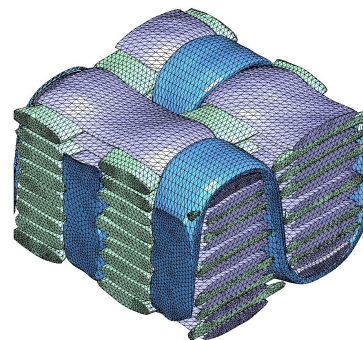
Zhao et al. (2019) többrétegű kompozit lemez egy rétegét modellezik. A végelesemes modell alsó és felső lapján az egymás felett lévő csomópontokat mindhárom irányban összekapcsolják. Woo (2017) az egymás felett lévő csomópontokat a réteg síkjában mereven összekapcsolja, a rétegre merőlegesen periodicitást ír elő. Sevenois et al. (2016), Geleta et al. (2017) mindhárom irányban előírja a periodikus peremfeltételeket.

Zhang, Binienda et al. (2015), Dinh et al. (2017) esetén nincs ismétlődési feltétel az egymás felett lévő csomópontok között, mert csak egy réteget modelleznek. Jiang et al. (2018) egy-, két- és háromrétegű kompozit lemezt vizsgálnak. Két és három réteg esetén mindegyik réteget beleveszik a modellcellába, emiatt az alsó és a felső lap között egyik esetben sem írnak elő periodicitást. Ezt ugyanígy teszi Zhang (2013) a disszertációjában az egy- és hatrétegű kompozit lemeznél.

Ernst et al. (2010) olyan kompozit lemezt vizsgálnak, melyben az erősítés tűzött, hullám nélküli textil (NCF) (2.29. ábra). A réteg modelljében nem írnak elő periodicitást a réteg síkjában az egymás felett lévő csomópontokra. Az alsó lap mindegyik terhelési esetben, a felső csak nyírásnál marad a saját síkjában. Húzásnál a felső lap párhuzamosan mozdul el a keresztkontrakció hatására. A korábban bemutatott Cao et al. (2016), Koumpias (2015) modelljében is hullám nélküli textil van. Nekik is párhuzamos marad alakváltozás után az alsó és a felső lap a középfelülettel. Véleményem szerint, ha több rétegű kompozit lemez egy rétegét modellezzük, akkor hullám nélküli textillel erősítés esetén is össze kell kapcsolni a csomópontokat a réteg alsó és felső lapja között az egymás felett lévő csomópontokat a réteg síkjában. A rétegre merőlegesen viszont szabadon kell hagyni, így nem marad síkban az alsó és a felső lap.



2.29. ábra Tűzött, hullám nélküli textil



2.30. ábra 3D-s szövással készült textília hálózott modellje

Az olyan kompozit szerkezetben, melyben 3D-s szövással készült textília az erősítés, egy réteget alkalmaznak. Emiatt Dhiman et al. (2015), Patel et al. (2018), Drach et al. (2018) nem írnak elő periodicitást a modellcella alsó és felső lapja között. A 2.30. ábrán Drach et al. (2018) hálózott, 3D-s textilje látható.

### 2.6. A szakirodalmi áttekintés összefoglaló értékelése

A szakirodalmi áttekintés bemutatta az ortotrop anyag törvényt és azt, hogy az anyag törvény hogyan alkalmazható rétegezt kompozit lemezek viselkedésének leírására. A rétegezt lemez anyag törvényéhez és a végelelemes modellezéshez az egyes rétegek makroszkopikus anyagjellemzőire van szükség.

Az irodalomban az ortotrop anyagjellemzők meghatározására szolgáló módszerek három csoportba sorolhatók:

- a nagyon leegyszerűsített geometriai modellekre támaszkodó keverési szabályok,
- a szilárdságtan alapkísérletein alapuló mérések,
- a végelelem módszert felhasználó modellcellák.

A keverési szabályok a durva kiinduló geometriai egyszerűsítések következtében az anyagállandókra általában eléggé pontatlan, közelítő értékeket szolgáltatnak. A keverési szabályok mérési eredményeken alapuló pontosítása bonyolult összefüggéseket eredményez.

A kompozit rétegek anyagjellemzőit mérésrel is meg lehet határozni, az viszont költséges és időigényes feladat. A méréshez szükséges próbatestek kialakítását és a mérések elvégzését szabványok egységesítik.

Az anyagjellemzők numerikus meghatározására a végelelem módszert használják. A kísérleti vizsgálatokat a kompozit réteg egy vagy több ismétlődő egységcelláján modellezik.

Textil kompozit esetén a réteg végelelemes modellezése előtt meg kell határozni a szálköteg ortotrop anyagjellemzőit is. A szálköteg és a textil kompozit réteg anyagjellemzőinek végelelemes becsléséhez reprezentatív térfogatelemet építenek fel. A reprezentatív térfogatelem az anyagban ismétlődik, ezért olyan feltételeket kell előírni, amelyek az ismétlődést modellezik. Meg kell akadályozni a merevtestszerű mozgásokat, továbbá periodikus peremfeltételeket / ismétlődési feltételeket is elő kell írni. A reprezentatív térfogatelemere több kutató kinematikai peremfeltételekkel adja meg a terhelést, míg mások dinamikai peremfeltételekkel működtetik a terhelést. Az egymással szemben lévő felületeken a csomópontpárok összekapcsolásánál figyelni kell, hogy ne legyen túlhatározott a modell. A csomóponti elmozdulás ne duplikálva legyen előírva.

A dolgozat célkitűzése végelelemes modellcellák felépítése és alkalmazása szálköteg és textil kompozit réteg ortotrop anyagállandóinak meghatározására, valamint a modellcellák alkalmazhatóságának validásása mérésrel. Lényeges célkitűzés még a kidolgozott modellcellák alkalmazása paraméter vizsgálatokra.

A dolgozatban a terheléseket előírt elmozdulásmezővel adom meg. Kiegészítem, pontosítom a modellcella szakirodalomban ismerttetett kinematikai feltételeit és a periodikus peremfeltételeit, illetve bizonyos előírásokat másképp adok meg, mint ahogy a szakirodalomban van. Nem hagyok ki ismétlődési feltételt annak érdekében, hogy elkerüljem a csomópontok túlhatározottságát. Külön adom meg az egymással szemben lévő csomópontok adott irányú összekapcsolását az oldallapokon, éleken és csúcspontokban. Az átlagos feszültségeket a reprezentatív térfogatelem / a modellcella külső felületein kialakuló reakcióerőkből határozom meg, és nem a térfogatra vonatkoztatott átlagos feszültségeket veszem figyelembe, mint a szakirodalmi források.

### 3. ANYAG ÉS MÓDSZER

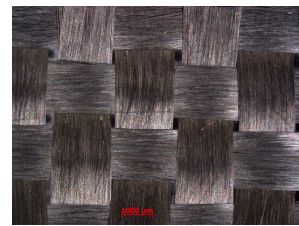
Ebben a fejezetben bemutatom a kísérletnél és a modellezésnél felhasznált textil kompozit réteget. Kísérleti vizsgálatokkal meghatározom a nyolcrétegű lemez, illetve egy réteg makroszkopikus anyagi jellemzőit. Szálköteg vége-selemes modellcellát dolgozok ki. Az adott kompozit réteg mátrixszál átítatott szálkötegével bemutatom a homogenizált, ortotrop anyagi jellemzők számításának menetét. Textil kompozit réteg vége-selemes modellcellát dolgozok ki, melyet a kísérleti vizsgálatnál használt nyolcrétegű textil kompozit lemez egy rétegére építtek fel. Leírom a réteg makroszkopikus anyagi jellemzőinek meghatározásának módszerét.

#### 3.1. A kísérletnél és a modellezésnél felhasznált textil kompozit réteg adatai

A disszertációban a kidolgozott réteg modellcellával a 3.1. ábrán látható nyolcrétegű, 2 mm vastagságú textil kompozit lemez egy rétegét modelleztem. A réteg modellcellával kapott eredményeket a kompozit lemezen végzett kísérletekkel ellenőriztem.

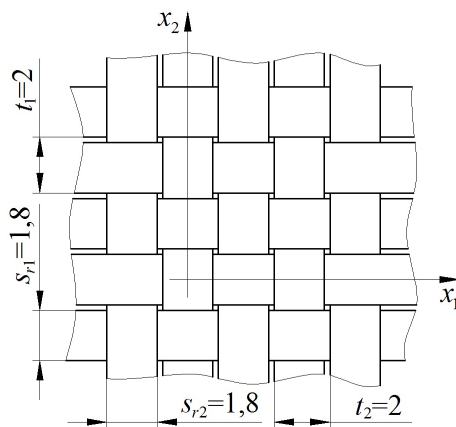


3.1. ábra Nyolcrétegű textil kompozit lemez

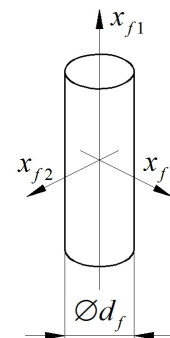


3.2. ábra Vászonszövésű textil

A kompozit lemezt rétegenként SIGRATEX KDL 8003 típusú vászonszövésű szénszövet erősíti. A 3.2. ábra impregnálás előtt mutatja be a felhasznált szénszövetet. A  $d_f = 7 \mu\text{m}$  átmérőjű elemi szénszálak lapos, sodratlan szálkötegekbe rendezettek. A szálköteg (roving) típusa lánc- és vetülékirányban is Torayca T300-3K. Egy rovingban  $n_f = 3\,000$  db szénszál található. A vászonszövésű textil főbb méreteit a 3.3. ábra mutatja. A szálkötegek sűrűsége mindkét irányban:  $n_1 = n_2 = 5 \text{ db/cm}$ .



3.3. ábra A textil geometriai méretei



3.4. ábra  
A szénszál anyagi főirányok  
koordináta-rendszere

Mivel a textilben az erősítés megegyezik hossz- és keresztirányban, az ezzel merevített kompozit réteg – illetve azonos rétegfelépítés esetén a kompozit lemez – rugalmassági modulusa és Poisson-tényezője megegyezik  $x_1$  és  $x_2$  irányban:

$$E_1 = E_2, \quad \nu_{12} = \nu_{21}. \quad (3.1)$$

### 3. Anyag és módszer

A szálköteget felépítő szénzálak ortotrop anyagjellemzőit a 3.1. táblázat tartalmazza a 3.4. ábrán látható  $x_{f1}x_{f2}x_{f3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében. A szénzál keresztirányban, az  $x_{f2}x_{f3}$  síkban izotrop, ezért érvényesek az anyagjellemzők közötti (2.6) összefüggések, valamint a  $G_{f23}$  nyírási modulust a (2.7) képlettel lehet meghatározni:

$$G_{f23} = \frac{E_{f2}}{2(1+\nu_{f23})} = 5\,357 \text{ MPa}.$$

A textil kompozit lemezben a mátrix anyag AROPOL M105TB típusú poliészter gyanta, amely homogén, lineárisan rugalmas, izotrop anyag. A gyanta mechanikai tulajdonságai a 3.1. táblázatban láthatók. Ezeket a 3.2.5. pontban ismertetett kísérlettel határoztam meg.

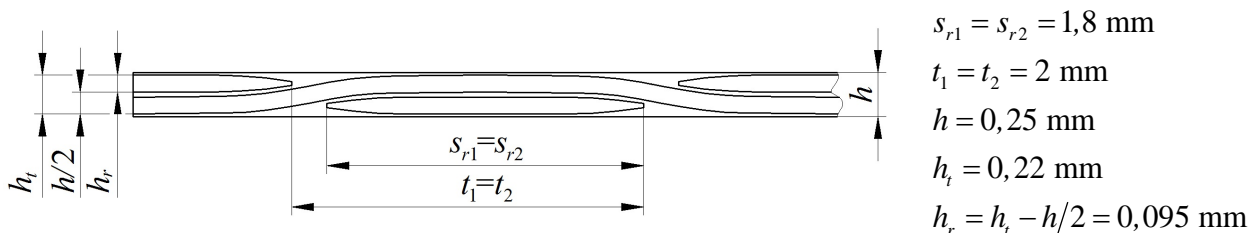
3.1. táblázat A szénzál és a poliészter gyanta anyagjellemzői

Szénzál (Goda, 2002; Torayca, 2012)		Poliészter gyanta
$E_{f1} = 230\,000 \text{ MPa}$	$E_{f2} = E_{f3} = 15\,000 \text{ MPa}$	$E_m = 3\,677 \text{ MPa}$
$\nu_{f12} = \nu_{f13} = 0,166$	$\nu_{f23} = 0,400$	$\nu_m = 0,346$
$G_{f12} = G_{f13} = 6\,432 \text{ MPa}$	$G_{f23} = 5\,357 \text{ MPa}$	$G_m = 1\,365,9 \text{ MPa}$

A kísérletekhez kétféle,  $300 \times 250 \times 2$  [mm] méretű textil kompozit lemezt gyártottam kézi laminálással, amelyből 6-6 darab próbatest készült. Ezek az M3./8.1. és a 8.2. ábrán láthatók. Az egyikben a textil  $x_1$  és  $x_2$  anyagi főiránya párhuzamos a lemez külső élével. Ebből készültek a húzó próbatestek (M3./8.1. ábra). A nyíró próbatestekhez  $45^\circ$ -ban kellett elhelyezni a textil erősítést (M3./8.2. ábra). A rendelkezésre álló 120 cm széles textilből a gyártáshoz előre kivágtam a  $300 \times 250 \text{ mm}^2$ -es darabokat. A nyíró próbatestekhez ezt  $45^\circ$ -ban kellett megtenni.

A textilt külön-külön rétegenként hengerléssel itattam át a mátrix anyaggal, hogy a szálkötegekben az elemi szálak közé is kerüljön töltőanyag (M3./8.3. ábra). Így helyeztem a kivágott darabokat egymásra. Mielőtt összeszorítottam a gyártóforma alsó és felső lapját hat csavarral, távtartó alátéteket helyeztem közéjük. Így állítottam be, hogy a nyolcrétegű kompozit lemez 2 mm, vagyis egy réteg 0,25 mm vastag legyen. Hogy a gyártástól ne függjenek az anyagjellemzők, illetve hogy azonosak legyenek a körülmények, mindkét lemezt azonos technológiai paraméterekkel –  $T = 65\text{--}68 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p = 6 \text{ bar}$ ,  $t = 2 \text{ h}$  – keményítettem ki az M3./8.4. ábrán látható autoklávban.

Egy textil kompozit réteg méreteit a 3.5. ábra mutatja be. A textil átlagos vastagsági mérete laminálás után, mikroszkópon mérve  $h_t = 0,22 \text{ mm}$  a  $h = 0,25 \text{ mm}$ -es rétegben. Feltételeztem, hogy az egymás felett elhelyezkedő szálkötegek a többrétegű kompozit lemezen belül egyenlő  $h/2$  távolságra vannak egymástól. A 3.5. ábra szerint így egy mátrixszal átítatott szálköteg vastagsága:  $h_r = 0,095 \text{ mm}$ .



3.5. ábra A textil kompozit méretei

A mátrix anyagból, a poliészter gyantából is én állítottam elő egy 5 mm névleges vastagságú lapot, melyből azt a hat próbatestet vágtam ki, amelyeken a mátrix anyagi jellemzőit mértem. A mátrix anyagból készült próbatestek gyártási paraméterei megegyeztek a textil kompozit lemezek előállításánál alkalmazottakkal ( $T = 65-68 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p = 6 \text{ bar}$ ,  $t = 2 \text{ h}$ ), ezért az ezeken mért anyagi jellemzők megegyeznek a kompozit lemezben lévő mátrix anyagi jellemzőivel.

### 3.2. A kompozit lemez és a mátrix anyag kísérleti vizsgálata, a kiértékelés módszere

Ez a pont az értekezéshez elvégzett kísérleteket ismerteti. A mérési módszerek leírását és paramétereit, valamint azt tartalmazza, hogy mit minek a függvényében kell vizsgálni.

A 3.1. ábrán látható nyolc rétegű textil kompozit lemeznek három független, ortotrop anyagállandója van, amelyek a (2.9), (2.10) egyenletben a (3.1) összefüggéseket felhasználva:  $E_1 = E_2$ ,  $\nu_{12} = \nu_{21}$ ,  $G_{12}$ . Ezeket kísérletekkel is meghatároztam. A modellezéshez, a végeeselemes réteg modellcellával végzett szimulációhoz szükség volt a textil kompozitot felépítő erősítő szálak és a mátrix anyag anyagi jellemzőire is. Az izotrop mátrix anyag  $E_m$  rugalmassági modulusát és  $\nu_m$  Poisson-tényezőjét mérésrel határoztam meg, a  $G_m$  csúsztató rugalmassági modulusát pedig az  $E_m$  és a  $\nu_m$  anyagi jellemzőkből számoltam ki.

Három próbatest típus volt:

- textil kompozit húzó próbatest,
- textil kompozit nyíró próbatest,
- mátrix anyag próbatest.

Mindegyik típusú próbatestből  $n = 6$  db -ot gyártottam le.

A kísérleti vizsgálatokat egy Zwick 1454 anyagvizsgáló gépből és egy Spider 8 adatrögzítőből álló anyagvizsgáló rendszerrel (M4./8.5. ábra) végeztem el. A nyúlást mindegyik próbatesten 11 mm átmérőjű, KFG-5-120-D16-11L1M2S típusú,  $0^\circ/90^\circ$ -os rozettával mértem.

#### 3.2.1. A mérés kiértékelésének lépései

Egy  $n$  db próbatestből álló minta kiértékelését M. Csizmadia (2016) gondolatmenetét követve a textil kompozit lemez  $E_1$  rugalmassági modulusának meghatározására mutatom be. Az  $n_{E1} = 6$  db mérésrel kapott anyagi jellemzőt átlagoltam, a minta középértéke:

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{n_{E1}} \sum_{j=1}^{n_{E1}} E_{1j} . \quad (3.2)$$

Megnéztem, hogy a próbatestek modulusai mennyire tértek el az átlagtól:

$$\Delta E_{1j} = E_{1j} - \bar{E}_1 . \quad (3.3)$$

Egy próbatest relatív eltérése %-ban:

$$\delta_{E1j} = \frac{\Delta E_{1j}}{\bar{E}_1} 100 \% . \quad (3.4)$$

Egy  $n_{E1}$  db próbatestből álló minta szabadságfoka:

$$f_{E1} = n_{E1} - 1 . \quad (3.5)$$

A minta tapasztalati szórásnégyzete:

$$s_{E1}^2 = \frac{1}{f_{E1}} \sum_{j=1}^{n_{E1}} \Delta E_{1j}^2 , \quad (3.6)$$

tapasztalati szórása:

$$s_{E1} = \sqrt{\frac{1}{f_{E1}} \sum_{j=1}^{n_{E1}} \Delta E_{1j}^2}. \quad (3.7)$$

Ha egy próbatestnél nagy volt az eltérés az átlaghoz képest, akkor azt megvizsgáltam, hogy a mérésnek nincs-e durva hibája. A durva hiba kizárását matematikai, statisztikai módszerrel végeztem. Kiszámítottam egy  $v_{E1}$  értéket:

$$v_{E1} = \frac{|E_{1gy} - \bar{E}_{1(gy-)}|}{s_{E1(gy-)}}. \quad (3.8)$$

A (3.8) képletben a jelölések az alábbiak:

$E_{1gy}$  durva hibára gyanús próbatest rugalmassági modulusa,

$\bar{E}_{1(gy-)}$  a minta középértéke a gyanús próbatest nélkül,

$s_{E1(gy-)}$  a minta szórása a gyanús próbatest nélkül.

A durva hiba megállapításához kikerestem táblázatból (M. Csizmadia, 2016) egy  $v_{tábl}$  értéket a teljes mérési sorozat  $f_{E1}$  szabadságfokának függvényében. Ha fennállt a (3.9) összefüggés, akkor a próbatestet (mérést) kizártam a mintából, és az  $n_{E1}$  értékét csökkentettem 1-gyel a (3.2), (3.5)-(3.7) összefüggésekben.

$$v_{E1} > v_{tábl}. \quad (3.9)$$

A műszaki gyakorlatban az a szokásos, ha 95%-os valószínűséggel határozzuk meg a hibahatárt, vagyis 5%-os szignifikanciahatárra vonatkoztatjuk a méréseinket. Az 5%-os szignifikanciahatár 5%-os bizonytalanságot jelent (M. Csizmadia, 2016). A hibahatárt Student-féle  $t$ -próbával számoltam. Kikerestem táblázatból (M. Csizmadia, 2016) a minta  $f_{E1}$  szabadságfokának függvényében az 5%-os szignifikancia szinthez tartozó kritikus  $t_{E1}$  értéket. A hibahatár a  $t_{E1}$ -ből és a  $s_{E1}$  szórásból a következő képlet alapján számolható:

$$\Delta E_1 = t_{E1} s_{E1}. \quad (3.10)$$

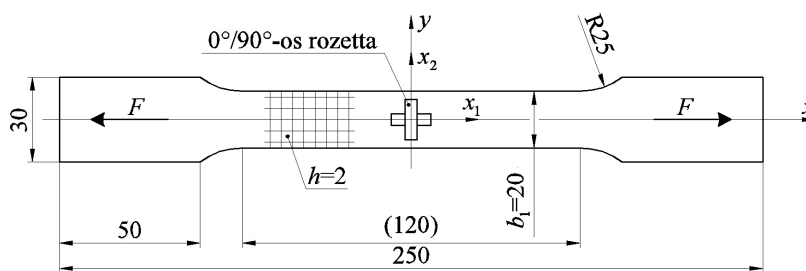
A mintából meghatározott,  $x_1$  anyagi főirányhoz tartozó rugalmassági modulus 95%-os valószínűséggel:

$$E_1 = \bar{E}_1 \pm \Delta E_1. \quad (3.11)$$

### 3.2.2. A textil kompozit lemez húzása

A textil kompozit lemez  $E_1$  rugalmassági modulusát és  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőjét az MSZ EN ISO 527-4 szabvány (2.4.1. pont) előírásai alapján határoztam meg méréssel. A próbatestek alakja szabvány szerinti, névleges méretei a 3.6. ábrán látható. A szabványban szereplő  $b_1 = 10$  mm szélességi méretet, és azzal arányosan a többi méretet is nagyobbra vettem, hogy a  $b_1 = 20$  mm szélességű részre ráférjen a 11 mm-es mérőbéllyeg. A textil szövésének sűrűsége mindkét irányban 5 szál/cm. Azért nem használtam kisebb mérőbéllyeget, hogy a béllyeg több szálköteget lefedjen és így valóban „makroszkopikus” anyagjellemzőket határozzak meg. A kompozit lemezből kivágott húzó próbatestet mindkét oldalán felbélyegeztem (3.7. ábra). A hat darab húzó próbatest jelölése: 1.2.a, b, c, d, e, f.





3.6. ábra Textil kompozit húzó próbatest alakja és méretei



3.7. ábra Textil kompozit húzó próbatest

A húzás az  $x_1$  anyagi főirányban történik,  $\vec{e}_1 = \vec{e}_x$  és  $\vec{e}_2 = \vec{e}_y$  (3.6. ábra). A feszültségi és az alakváltozási vektor a húzás során az alábbi alakú:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{\sigma}} \\ (x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \underline{\underline{\varepsilon}} \\ (x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

A húzópofa sebessége a vizsgálatoknál  $v = 6,27$  mm/min volt. A húzókéísérleteknél a következő fizikai mennyiségeket mértem  $t = 0,02$  s-os mintavétellel:

az  $F$  [N] húzóerőt,

a  $\Delta L$  [mm] próbatest hosszváltozását,

az  $\varepsilon_{x(1)}$ ,  $\varepsilon_{y(1)}$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] nyúlásokat a próbatest egyik oldalán és

az  $\varepsilon_{x(2)}$ ,  $\varepsilon_{y(2)}$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] nyúlásokat a próbatest másik oldalán.

A próbatest  $\Delta L$  hosszváltozása megegyezik szakítógéppel húzópofájának elmozdulásával, melyet elmozdulásmérő cellával mértem. A mérési adatsort Microsoft Excel programmal dolgoztam fel. Az M4./8.6. ábrán az idő függvényében láthatók az egyik próbatesten mért mennyiségek. A mérési pontsört a program kis vonalszakaszokkal kötötte össze, ezért látjuk folytonosnak a mennyiségeket. Az  $\varepsilon_{x(1)}$  és az  $\varepsilon_{y(1)}$  nyúlást  $(-1)$ -szeres szorzóval ábrázoltam.

A  $\sigma_1$  normálfeszültség a húzóerő és a próbatest kiinduló keresztmetszetének hányadosa:

$$\sigma_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{b_1 h}. \quad (3.13)$$

A mért nyúlás értékeket átszámoltam fajlagos nyúlásokra:

$$\varepsilon_i [-] = \varepsilon_i \left[ \frac{\text{mm}}{\text{mm}} \right] = 10^{-6} \cdot \varepsilon_i \left[ \frac{\mu\text{m}}{\text{m}} \right]. \quad (3.14)$$

A próbatestek mindkét oldalára tettem mérőbélyeget, a két oldalon mért nyúlások átlagát vettem. Így ha a húzás nem volt teljesen központos, a kétoldali méréssel a hajlításból adódó különbséget kompenzáltam. A nyúlások  $x_1$  és  $x_2$  irányban:



$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x = \frac{\varepsilon_{x(1)} + \varepsilon_{x(2)}}{2}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_y = \frac{\varepsilon_{y(1)} + \varepsilon_{y(2)}}{2}. \quad (3.15)$$

A mérésből számolt

$\sigma_1$  [MPa] húzófeszültségre,

$\varepsilon_1$  [-] fajlagos hosszirányú nyúlásra és

$\varepsilon_2$  [-] fajlagos keresztirányú nyúlásra

két pontsort kaptam  $t = 0,02$  s gyakorisággal.

A textil kompozit lemez húzásnál tönkremenetelig lineárisan viselkedett. Az egyik próbatest szakítódigramját mutatja az M4./8.7. ábra a próbatest  $\Delta L$  hosszváltozásának függvényében. Az  $x_1$  irányú húzásnál a  $\sigma_1$  feszültség az  $\varepsilon_1$  függvényében a (2.9) egyenlet szerint:

$$\sigma_1(\varepsilon_1) = E_1 \varepsilon_1. \quad (3.16)$$

Az  $E_1$  rugalmassági modulus meghatározásához az  $(\varepsilon_1; \sigma_1)$  pontsorra legkisebb négyzetek módszerével meghatároztam az origóból induló  $\sigma_1(\varepsilon_1)$  szakítógörbe lineáris egyenletét, amelynek iránytangense a keresett  $E_1$ . Az M4./8.8-8.13. ábrán látható a  $\sigma_1$  normálfeszültség az  $\varepsilon_1$  nyúlás függvényében a hat próbatest esetén. Az  $(\varepsilon_1; \sigma_1)$  pontsort a szaggatott vonal köti össze, a (3.16) egyenlet diagramját a vastag vonal jelöli. Az M4./8.1. táblázat foglalja össze az 1.2.a, b, c, d, e, f jelű próbatestekkel meghatározott  $E_1$  rugalmassági modulusokat és a méréssorozat kiértékelését. Nincs durva hibára gyanús próbatest, ezért a hibahatárt  $n_{E_1} = 6$  db próbatesttel számoltam a Student-féle  $t$ -próbával (M4./8.2. táblázat). Így a textil kompozit lemez  $x_1$  irányú rugalmassági modulusa:

$$E_1 = 50\,094 \pm 1\,480 \text{ MPa}.$$

A (2.4) egyenlet szerint az  $x_2$  irányú fajlagos nyúlás az  $\varepsilon_1$  hosszirányú fajlagos nyúlás lineáris függvénye:

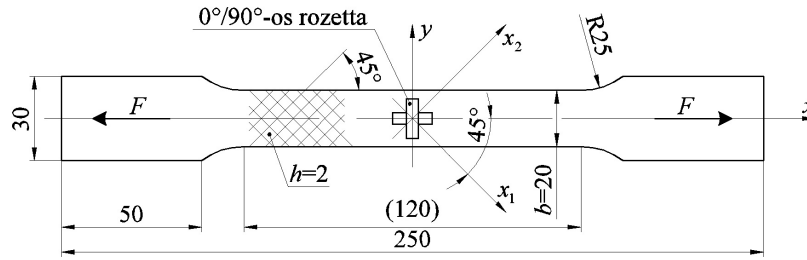
$$\varepsilon_2(\varepsilon_1) = -\nu_{12} \varepsilon_1. \quad (3.17)$$

A  $\nu_{12}$  Poisson-tényező meghatározásához az  $(\varepsilon_1; \varepsilon_2)$  pontsorra legkisebb négyzetek módszerével írtam fel az origóból induló  $\varepsilon_2(\varepsilon_1)$  lineáris függvényt. A  $\nu_{12}$  az így kapott egyenes meredekségének a  $(-1)$ -szerese. Az M4./8.14-8.18. ábra mutatja be az  $(\varepsilon_1; \varepsilon_2)$  pontsort szaggatott vonallal összekötve a vizsgált hat próbatestnél. A vastag vonal a (3.17) diagramja. Az 1.2.b próbatestnél hamar tönkrementek a keresztirányú mérőbéllyegek, ezért ott nem tudtam Poisson-tényezőt meghatározni. A kísérletekkel meghatározott Poisson-tényezők az M4./8.3. táblázatban található az 1.2.b próbatest eredményeinek figyelmen kívül hagyásával. A minta darabszáma így  $n_{\nu_{12}} = 5$  db. Abszolút értékben a legnagyobb eltérése az átlaghoz képest az 1.2.e próbatestnek volt: 7,8%. Az M4./8.4. táblázatban megvizsgáltam, hogy a méréseknek nincs-e durva hibája. (A táblázatokban a durva hiba jelölésére a d.h. rövidítést alkalmaztam.) A (3.8) összefüggéssel meghatároztam egy  $\nu_{\nu_{12}}$  értéket, táblázatból (M. Csizmadia, 2016) kikerestem az  $f_{\nu_{12}} = 4$  szabadságfokhoz tartozó  $\nu_{\text{tábl}}$  szignifikanciahatárt. Mivel a táblázati  $\nu$  érték a nagyobb, a (3.9) egyenlőtlenség szerint nincs durva hiba, ezért az 1.2.e próbatest mérési eredményei a mintában maradnak. Az M4./8.5. táblázatban található a hibahatár. Így a textil kompozit lemez  $\nu_{12}$  Poisson-tényezője:

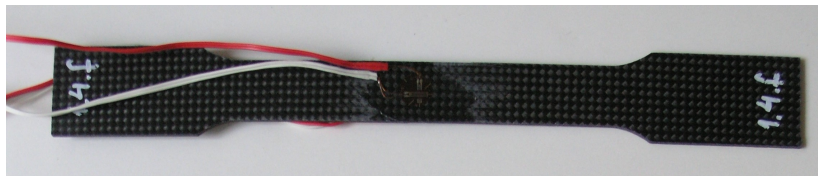
$$\nu_{12} = 0,102 \pm 0,016.$$

3.2.3. A textil kompozit lemez nyírása

A nyolcrétegű textil kompozit lemez  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusát az ASTM D3518 / D3518M – 13 szabványból kiindulva (2.4.2. pont) határoztam meg. A kísérletnél használt próbatestek alakja és mérete nem szabvány szerinti. A nyíró próbatesteket olyanra gyártottam, mint a húzó próbatestek (3.6., 3.7. ábra), csak itt az erősítő textil a próbatest hossz tengelyéhez képest  $45^\circ$ -ban áll minden rétegben. A próbatest névleges méretei a 3.8. ábrán láthatók. Az  $x_1$  anyagi főirány  $-45^\circ$ -os szöget zár be a húzás  $x$  tengelyével. A próbatest alakját azért választottam olyannak, mint a húzóé – vagyis hogy a befogásnál szélesebb –, hogy a próbatest ne a befogásnál, hanem a  $b$  szélességű részen menjen tönk्रे. Az egyik nyíró próbatestet mutatja a 3.9. ábra. A kompozit nyíró próbatestek jelölése: 1.4.a, b, c, d, e, f.



3.8. ábra Textil kompozit nyíróvizsgálata



3.9. ábra Textil kompozit nyíró próbatest

A nyíró kísérletet az  $xy$  koordináta-rendszerben  $x$  irányú húzással végeztem el (3.8. ábra). Ekkor a feszültségi és alakváltozási vektor az  $xy$  koordináta-rendszerben az alábbi alakú (a feszültségi állapot egytengelyű):

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{\sigma}} \\ \text{(xy)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \underline{\underline{\varepsilon}} \\ \text{(xy)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Az  $x_1x_2$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében a próbatest feszültségi állapota nem egytengelyű. A feszültségi és az alakváltozási jellemzők vektorát a (2.11), (2.12) transzformációs mátrixokkal az  $x_1x_2$  anyagi koordináta-rendszerbe kell transzformálni. A transzformáció szöge  $\Theta = -45^\circ$  (3.8. ábra), a transzformáció eredménye:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x_1x_2)} = \underline{\underline{T}}_{\sigma} \underline{\underline{\sigma}}_{(xy)}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sigma_x \\ \frac{1}{2}\sigma_x \\ \frac{1}{2}\sigma_x \end{bmatrix}, \quad (3.19.a)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(x_1 x_2)} = \underline{\underline{T}}_{\varepsilon} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(xy)}, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \varepsilon_x + \frac{1}{2} \varepsilon_y \\ \frac{1}{2} \varepsilon_x - \frac{1}{2} \varepsilon_y \\ \varepsilon_x - \varepsilon_y \end{bmatrix}. \quad (3.19.b)$$

A nyírókísérleteknél alábbi jellemzőket mértem  $t = 0,02$  s-os mintavétellel:

az  $F$  [N] húzóerőt,

a  $\Delta L$  [mm] próbatest hosszváltozását,

az  $\varepsilon_{x(1)}, \varepsilon_{y(1)}$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] nyúlásokat a próbatest egyik oldalán és

az  $\varepsilon_{x(2)}, \varepsilon_{y(2)}$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] nyúlásokat a próbatest másik oldalán.

A nyíró vizsgálatnál az egyik próbatesten mért értékeket az M5./8.19. ábra szemlélteti az idő függvényében. Az  $\varepsilon_{x(1)}$  nyúláshoz tartozó mérőbéllyeg már a próbatest szakadása előtt tönkrement. Az  $x$  irányú húzás sebessége  $v = 6,27$  mm/min volt. Az M5./8.20. ábrán látható egy nyíró próbatest a szakítógépre befogva a kísérleti vizsgálat előtt, az M5./8.21. ábrán pedig ugyanaz a próbatest a tönkremenetel után.

A  $\tau_{12}$  nyírófeszültség a nyíróvizsgálatnál mért húzóerőből és a próbatest kiinduló keresztmetszetéből határozható meg a (3.19.a) feszültségi transzformációs mátrixegyenlet harmadik skaláris egyenlőségének felhasználásával:

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} \sigma_x = \frac{1}{2} \frac{F}{A} = \frac{F}{2bh}. \quad (3.20)$$

A mért  $x$  és  $y$  irányú nyúlás értékeket itt is átszámoltam fajlagos nyúlásokra a (3.14) összefüggéssel. A  $\gamma_{12}$  szögtorzulást az alábbiak szerint kapjuk meg a (3.19.b) alakváltozási transzformációs mátrixegyenlet harmadik skaláris egyenlőségét felhasználva:

$$\gamma_{12} = \varepsilon_x - \varepsilon_y = \frac{\varepsilon_{x(1)} + \varepsilon_{x(2)}}{2} - \frac{\varepsilon_{y(1)} + \varepsilon_{y(2)}}{2}. \quad (3.21)$$

A (3.20) és a (3.21) egyenlettel is egy pontsört kaptunk  $t = 0,02$  s gyakorisággal, amelynek koordinátái a  $\tau_{12}$  [MPa] nyírófeszültség és a  $\gamma_{12}$  [-] szögtorzulás.

Az M5./8.22. ábra mutatja az egyik nyíró próbatest szakítódiagramját. A  $\tau_{12}$  nyírófeszültség és az  $F$  húzóerő látható a próbatest  $\Delta L$  hosszváltozásának függvényében. A hat nyíró próbatest kísérleti vizsgálatához tartozó nyíródiagram az M5. melléklet 8.23-8.28. ábráján látható. A  $\gamma_{12} \tau_{12}$  koordináta-rendszerben a  $(\gamma_{12}; \tau_{12})$  adatsort a szaggatott vonal köti össze. Kis alakváltozásokat vizsgáltam ( $\gamma_{12} < 0,01$ ), ezért csak az első lineáris részt néztem. A (2.9) harmadik skaláregyenletéből a  $\tau_{12}$  feszültség a  $\gamma_{12}$  szögtorzulás lineáris függvénye:

$$\tau_{12}(\gamma_{12}) = G_{12} \gamma_{12}. \quad (3.22)$$

A  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus meghatározásához felvettem a lineáris részhez tartozó  $(\gamma_{12}; \tau_{12})$  pontsorra legkisebb négyzetek módszerével az origóból induló (3.22) függvényt, melyet a vastag vonal jelöl az ábrákon. A függvény meredeksége a  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus. A meghatározott  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusokat és a mérés kiértékelését az

M5./8.6. táblázat tartalmazza. Az átlaghoz képesti eltéréseket nézve nincs durva hiba a méréssorozatban. A hibahatárt az  $n_{G_{12}} = 6$  db próbatest méréséből számoltam az M5./8.7. táblázatban. A textil kompozit lemez síkbeli nyírási modulusa:  
 $G_{12} = 3\,018 \pm 254$  MPa .

### 3.2.4. A textil kompozit réteg anyagjellemzői

A nyolcrétegű textil kompozit lemez kísérleti vizsgálatával meghatározott anyagjellemzők megegyeznek a lemez egy rétegének anyagjellemzőivel. Így ezeket használom a réteg modellcellával kapott eredmények validálására. A réteg anyagjellemzők a  $x_1, x_2$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében:

$$E_1 = E_2 = 50\,094 \pm 1\,480 \text{ MPa} ,$$

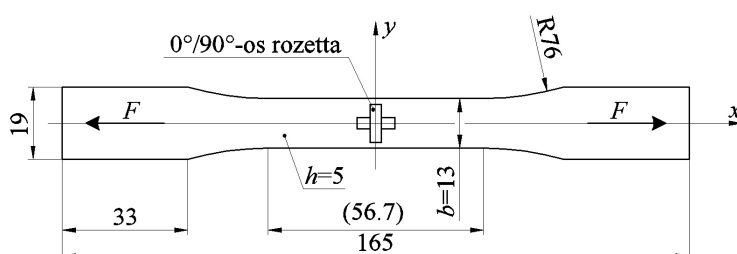
$$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,102 \pm 0,016 ,$$

$$G_{12} = 3\,018 \pm 254 \text{ MPa} .$$

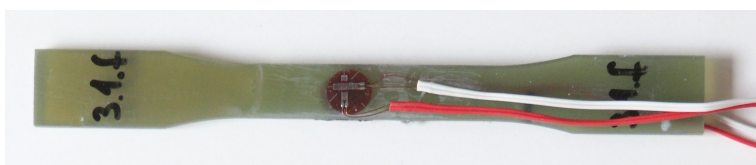
### 3.2.5. A mátrix anyagjellemzőinek meghatározása

A poliészter gyanta  $E_m$  rugalmassági modulusát és  $\nu_m$  Poisson-tényezőjét méréssel határoztam meg az ASTM D638 – 10 szabvány szerint. A  $G_m$  csúsztató rugalmassági modulus pedig a (2.27) összefüggésből adódik. A 3.10. ábra mutatja a próbatest névleges méreteit, amely a szabvány szerinti I. típus. A 3.11. ábrán látható a mátrix anyagból gyártott egyik próbatest. A hat darab mátrix anyagból készült próbatest jelölése: 3.1.a, b, c, d, e, f.

A szálköteg és a réteg modellcellához bemenő adatnak csak a mátrix anyag átlagos anyagjellemzőire volt szükségem. A kísérleti vizsgálatokkal az átlagos anyagjellemzőket határoztam meg. Nem számoltam a méréssorozathoz hibahatárt, csak a durva hibára gyanús próbatestek mérési eredményeit vizsgáltam meg.



3.10. ábra Húzó próbatest a műgyanta mátrix anyag vizsgálatához



3.11. ábra Mátrix anyagból gyártott próbatest

A feszültségi és az alakváltozási tenzor az  $x$  tengely irányú húzás során (3.10. ábra) (3.18) alakú. A kísérleti vizsgálatok során a húzópofa sebessége  $v = 6,27$  mm/min volt. Itt is azokat a fizikai mennyiségeket mértem  $t = 0,02$  s-os mintavétellel, mint a kompozit lemez húzó- és nyíróvizsgálatánál:

az  $F$  [N] húzóerőt,

a  $\Delta L$  [mm] próbatest hosszváltozását,

az  $\varepsilon_{x(1)}, \varepsilon_{y(1)}$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] nyúlásokat a próbatest egyik oldalán és

az  $\varepsilon_{x(2)}, \varepsilon_{y(2)}$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] nyúlásokat a próbatest másik oldalán.

Az M6./8.29. ábrán az egyik poliészter gyanta próbatesten mért értékek láthatók az idő függvényében. Az M6./8.30. ábra az egyik poliészter gyanta próbatestet mutatja a szakítógépbefogva.

Az  $x$  irányú normálfeszültség a húzóerőnek és a próbatest kiinduló keresztmetszetnek a hányadosa:

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{F}{bh}. \quad (3.23)$$

Az nyúlási értékeket a (3.14) összefüggéssel átszámoltam fajlagos nyúlásokra. Az  $x, y$  irányú nyúlások a két oldalon mért értékek átlaga:

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_{x(1)} + \varepsilon_{x(2)}}{2}, \quad \varepsilon_y = \frac{\varepsilon_{y(1)} + \varepsilon_{y(2)}}{2}. \quad (3.24)$$

A mechanikai jellemző mennyiségekre a mérésekből két pontsort kaptam  $t = 0,02$  s gyakorisággal, amelyekben

$\sigma_x$  [MPa] a húzófeszültség,

$\varepsilon_x$  [-] a fajlagos nyúlás húzás irányában és

$\varepsilon_y$  [-] a fajlagos nyúlás húzásra merőleges irányában.

A mért poliészter gyanták tönkremenetelig lineárisan viselkedtek. Az egyik próbatest szakítódiagramját mutatja az M6./8.31. ábra. Az  $(\varepsilon_x; \sigma_x)$  pontsorra felírtam az  $\varepsilon_x \sigma_x$  koordináta-rendszerben legkisebb négyzetek módszerével az origóból induló egyszerű Hooke-törvényt (3.25), melynek a meredeksége az  $E_m$  rugalmassági modulus:

$$\sigma_x(\varepsilon_x) = E_m \varepsilon_x. \quad (3.25)$$

Az M6. melléklet 8.32-8.37. ábráján látható a hat próbatestnél a  $\sigma_x$  húzófeszültség az  $\varepsilon_x$  nyúlás függvényében. Az  $(\varepsilon_x; \sigma_x)$  pontsora a szaggatott vonal köti össze, a (3.25) egyenlet diagramját a vastag vonal jelöli. A mátrix anyagú próbatestekre kapott rugalmassági modulusokat az M6./8.8. táblázat tartalmazza. A minta középértékéhez képest abszolút értékben a legnagyobb eltérése a 3.1.d próbatestnek volt. Az M6./8.9. táblázatban megvizsgáltam a 3.2.1. pontban leírtak szerint, hogy nincs-e durva hiba. Mivel a  $\nu$  értékekre nem áll fenn a (3.9) egyenlőtlenség, nincs durva hiba, ezért a 3.1.d próbatest a mintában marad. A mátrix anyag kísérleti vizsgálattal meghatározott rugalmassági modulusa:

$$E_m = 3\,677 \text{ MPa}.$$

A  $\nu_m$  Poisson-tényező az  $x$  tengelyirányú terhelésnél fellépő kereszt- és hosszirányú fajlagos nyúlások hányadosának a  $(-1)$ -szerese. Az  $\varepsilon_y$  az  $\varepsilon_x$  függvényében:

$$\varepsilon_y(\varepsilon_x) = -\nu_m \varepsilon_x. \quad (3.26)$$

Az  $\varepsilon_x \varepsilon_y$  koordináta-rendszerben felírtam az  $(\varepsilon_x; \varepsilon_y)$  pontsorra legkisebb négyzetek módszerével az origóból induló (3.26) egyenletet, amelynek a meredeksége a keresett  $\nu_m$  Poisson-tényező  $(-1)$ -szerese. Az M6./8.38-8.43. ábrán látható a hat próbatestnél az  $\varepsilon_y$  változása az  $\varepsilon_x$  függvényében. Mint az előbbieken, a pontsora a szaggatott vonal köti össze, az illesztett függvényt a vastag vonal ábrázolja.

A hat próbatesttel kísérleti úton meghatározott Poisson-tényező az M6./8.10. táblázatban látható. Nincs durva hibára gyanús próbatest, így a mátrix anyag Poisson-tényezője:

$$\nu_m = 0,346.$$

A  $G_m$  csúszató rugalmassági modulus az  $E_m$  rugalmassági modulusból és a  $\nu_m$  Poisson-tényezőtől számítható az izotrop anyagokra érvényes (2.27) összefüggés szerint:

$$G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} = \frac{3\,677}{2(1+0,346)} = 1\,365,9 \text{ MPa}.$$

A csúszató rugalmassági modulus egy tizedesre kerekítettem, úgy adtam meg az I-deas vége-selemes programban.

A poliészter gyanta mátrix anyag kísérleti vizsgálattal meghatározott anyagjellemzői:

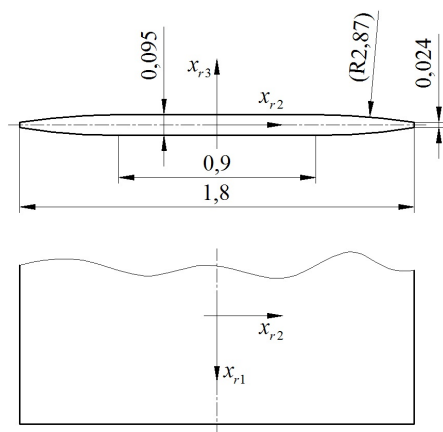
$$E_m = 3\,677 \text{ MPa}, \quad \nu_m = 0,346, \quad G_m = 1\,365,9 \text{ MPa}.$$

Ezeket az anyagállandókat használtam fel a mátrix anyag megadásánál a szálköteg és a réteg modellcellával végzett numerikus vizsgálatoknál.

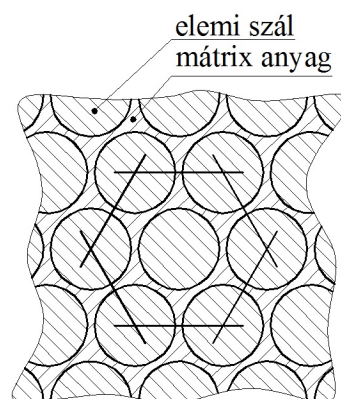
### 3.3. Textil kompozit réteg modellcella szerkezeti felépítése

A kompozit réteg szálkötegekből szőtt textilt tartalmaz, amely mátrix anyagba ágyazott. A réteg modellcella ezért ortotrop anyagi tulajdonságú szálkötegekből (3.12. ábra) és izotrop anyagi tulajdonságú ágyazó, ún. mátrix anyagból épül fel.

A szálkötegek (rovingok) több ezer darab,  $\mu\text{m}$  átmérőjű erősítő szálal tartalmaznak (3.13. ábra), amelyek szintén át vannak itatva mátrix anyaggal. Tehát a szálkötegen belül, az elemi szálak között is van mátrix. Ezeket az elemi szálakat nem külön-külön kezeljük, hanem a szálköteget egy ortotrop tulajdonságú homogén anyaggal modellezzük.



3.12. ábra A szálköteg/roving keresztmetszeti méretei és anyagi főirányok koordináta-rendszere



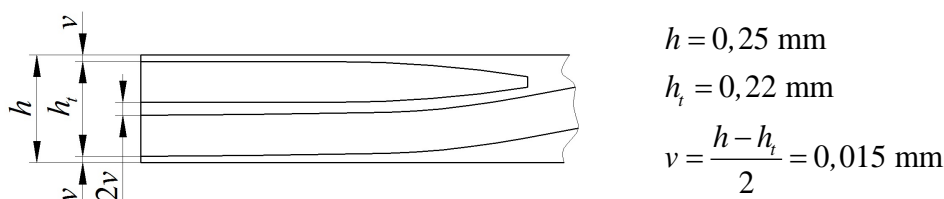
3.13. ábra A szálak hatszög elrendezése

A réteg modellcella bemenő anyagállandóit ezért két lépésben kell megadni. Az első lépésben a mátrix anyagjellemzőit, amelyeket méréssel határoztam meg. A második lépésben a mátrixszal átitatott szálköteg (roving) makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit adjuk meg, amelyeket a 3.4. pontban ismertetett szálköteg modellcellával határoztam meg. Ezek ismeretében a réteg modellcella modellezi a szálkötegekből szőtt textillel erősített kompozit réteget. A textil kompozit réteg modellcellában a szálkötegeket tehát homogenizált „szuperszálnak” tekintettem (3.16. ábra).

Az elemi szénszálak ortotrop, keresztirányban izotrop tulajdonságúak, a poliészter gyanta mátrix izotrop. Az erősítő elemi szálakat a teljes szálkötegen belül hatszög elrendezésűnek tételeztem

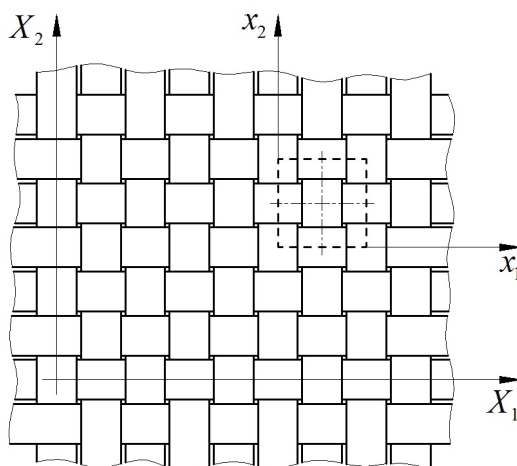
fel (3.13. ábra), ezért a mátrix anyaggal átítatott szálköteg is makroszkopikusan ortotrop, transzverzálisan izotrop tulajdonságú. A réteg modellcellában a szálköteget a 3.12. ábrán látható keresztmetszettel modelleztem. Az  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  a homogenizált szálköteg anyagi főirányok koordináta-rendszere. Az erősítő szálakkal párhuzamos hosszirány az  $x_{r1}$ , az izotrop sík az erősítő szálakra merőleges  $x_{r2}x_{r3}$  sík.

A modellezésnél feltételeztem, hogy a  $h_i = 0,22$  mm vastagságú textil a  $h = 0,25$  mm -es réteg közepén helyezkedik el, vagyis a 3.14. ábra alapján  $v = 0,015$  mm. Két egymás felett elhelyezkedő szálköteg  $h/2$  távolságra van egymástól (3.5. ábra). Köztük  $2v$  vastag mátrix anyag van.



3.14. ábra A textil (szálkötegek) elhelyezkedése a kompozit rétegben

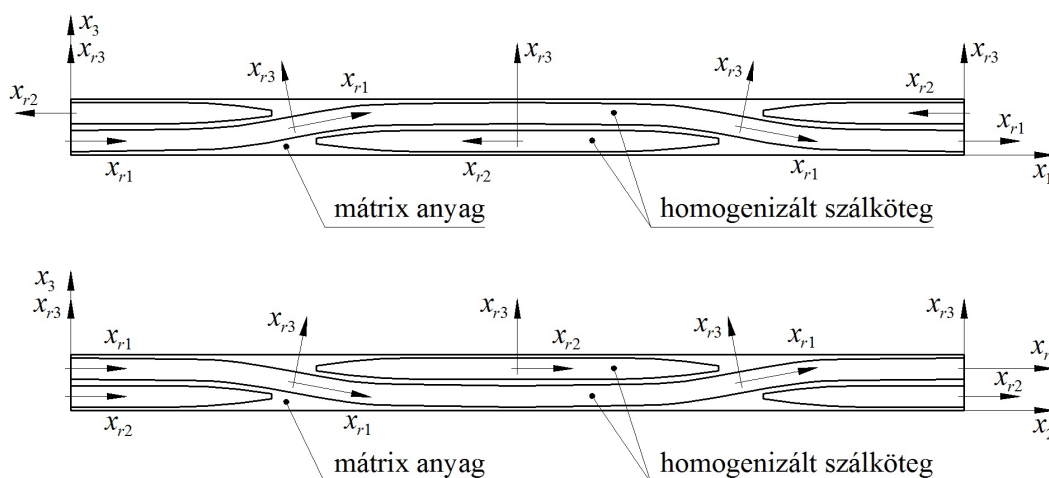
A textil kompozit réteget lehet úgy is tekinteni, mint térfogatelemek ismétlődését. A kompozit réteg tehát felépíthető ismétlődő tartományokból, úgynevezett modellcellákból. A 3.15. ábrán vászonkötésű textil látható. Az  $X_1X_2X_3$  a textil réteg globális koordináta-rendszere. A réteg modellcella  $X_1$  és  $X_2$  irányú méretét úgy határoztam meg, hogy az a textilből az  $X_1$  láncc- és az  $X_2$  vetülékirányban is 1-1 egységet tartalmazzon, illetve hogy az oldallapok essenek egybe a szálkötegek  $x_{r1}x_{r3}$  és  $x_{r2}x_{r3}$  anyagi főirányok síkjaival (3.16. ábra). Ez vászonkötésű textilnél 2-2 db egész szálköteg:  $(1 + 2 \cdot 0,5 = 2$  db). A 3.15. ábra szaggatott vonallal jelölve egy lehetséges réteg modellcellát szemléltet. Az  $x_1x_2x_3$  a modellcella lokális, anyagi főirányok koordináta-rendszere. A vászonkötésű textil szimmetrikus felépítésű. A modellcella  $x_1$  és  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapjait úgy célszerű felvenni, hogy a modellcella szimmetrikus legyen.



3.15. ábra A réteg modellcella határai szaggatottal jelölve

A 3.16. ábrán látható a 3.15. ábrán kijelölt réteg modellcella két oldalfelülete, a modellcella  $x_1x_2x_3$  koordináta-rendszere és a homogenizált szálkötegek  $x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}$  anyagi főiránya. A modellcellának, illetve az egész textil szerkezetnek a szimmetriasíkja az  $x_1$  és  $x_2$  irányú középső szálköteg  $x_{r1}x_{r3}$  anyagi főirányok síkja. Mivel a modellcella a kompozit anyag ismétlődő,

periodikus része – itt egy periodikus egység –, a négy oldallap a textilnek szimmetriasíkja (3.15. ábra). A szimmetriából adódó tulajdonságokat a 3.4.1. pontban részletezem a három irányban szimmetrikus szálköteg modellcellával.



3.16. ábra A réteg modellcella  $x_1, x_2, x_3$  koordináta-rendszere és a szálkötegek  $x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}$  anyagi főiránya

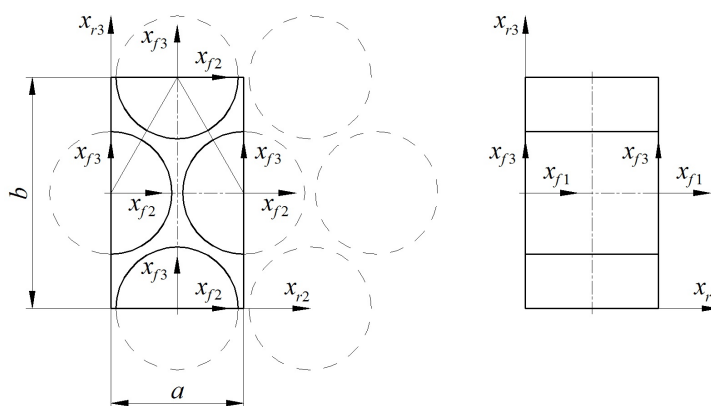
### 3.4. Szálköteg végeleselemes modellcellája

A szálköteg modellcella alkalmazása eredményeként a homogenizált szálköteg olyan homogén anyagtulajdonságokkal rendelkező tartománya a kompozit anyagnak, amely ugyanolyan mechanikai tulajdonságokkal rendelkezik, mint a szálköteg.

A szálköteg modellcella felépítésénél azt tételeztem fel, hogy az erősítő szálak szabályos hatszög elrendezésben helyezkednek el a rovingban (3.13. ábra), mely egy szimmetrikus szerkezet.

A szálköteg modellcella  $x_{r2}$  és  $x_{r3}$  tengelyre merőleges oldallapjait úgy célszerű felvenni, hogy a modellcella szimmetrikus legyen. A disszertációban a 3.17. ábrán látható geometriát választottam. Az elemi szálak  $x_{f1}x_{f2}$  és  $x_{f1}x_{f3}$  szimmetriasíkja a modellcellának és az egész szálköteg szerkezetnek is a szimmetriasíkja. A modellcella az  $x_{r1}x_{r3}$  síkban is szimmetrikus. Az oldallapoknak a szimmetriából adódó deformációs és periodikus tulajdonságait a 3.4.1. pont ismerteti. A szálköteg modellcella  $x_{r1}$  tengelyre merőleges két oldalának aránya:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (3.27)$$



3.17. ábra A szálköteg modellcella geometriai kialakítása



A 3.12. ábrán látható mátrixszal átítatott szálköteg keresztmetszete  $A_r$ , amelyben  $n_f$  darab,  $d_f$  átmérőjű elemi szál található. Az elemi szálak keresztmetszete a szálkötegben:

$$A_{fr} = \frac{d_f^2 \pi}{4} n_f. \quad (3.28)$$

A szálak térfogataránya a szálkötegben:

$$\varphi_{fr} = \frac{A_{fr}}{A_r}. \quad (3.29)$$

Ennek meghatározása azért szükséges, mert a szálköteg modellcellánál is ugyanezt az arányt kell kialakítani.

Az elemi szálak  $d_f$  átmérője  $\mu\text{m}$ -es nagyságrendű, így a 3.17. ábrán látható  $a$ ,  $b$  méret is az. A szálköteg modellcella hosszúság egységének a  $\mu\text{m}$ -t választottam, és a (kg,  $\mu\text{m}$ , s) mértékegység-rendszerben dolgoztam. Az ehhez tartozó egységeket a 3.2. táblázat foglalja össze.

3.2. táblázat Mértékegységek a szálköteg végelesemes modellezésénél

Fizikai mennyiség	Egység	SI egységekkel
Tömeg: $m$	kg	–
Hosszúság: $l$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
Felület: $A$	$\mu\text{m}^2$	$\mu\text{m}^2 = 10^{-12} \text{ m}^2$
Idő: $t$	s	–
Erő: $F$	$\mu\text{N}$	$\mu\text{N} = \text{kg} \frac{\mu\text{m}}{\text{s}^2} = 10^{-6} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Feszültség: $\sigma_i, \tau_{ij}$	MPa	$\text{MPa} = \frac{\mu\text{N}}{\mu\text{m}^2} = \frac{10^{-6} \text{ N}}{10^{-12} \text{ m}^2} = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

A szálköteg modellcella (3.17. ábra) összesen két elemi szálat tartalmaz. A (3.29) térfogatarány és a (3.27) oldalarány figyelembevételével a szálköteg modellcella  $a$  és  $b$  oldalhossza egy adott szálköteg modelljének kialakításához:

$$a = \sqrt{\frac{d_f^2 \pi}{2\sqrt{3}\varphi_{fr}}}, \quad b = \sqrt{3}a. \quad (3.30)$$

A 3.18. ábrán láthatóak a modellezéshez használt szálköteg modellcella parametrikus méretei. A modellcella  $x_{r1}$  irányú méretét is  $a$  hosszúságúra vettem. A  $\Delta x_{rj}$  ( $j=1, 2, 3$ ) a (2.62)-(2.64) képletekben szereplő  $\Delta x_j$  oldalhosszt jelöli. Az ábra a cella hat oldallapjának azonosító jelét is bemutatja.

A vizsgált textil kompozit valóságos szálkötegeinek jellemző geometriai adatai:

$$A_r = 0,150 \text{ mm}^2, \quad d_f = 7 \mu\text{m} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ mm}, \quad n_f = 3\,000 \text{ db}, \quad A_{fr} = 0,115 \text{ mm}^2, \quad \varphi_{fr} = 0,7667.$$

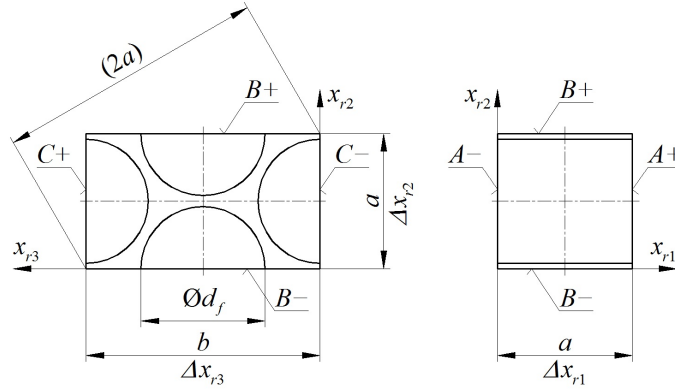
A szálköteg modellcella geometriai jellemzői az előző gondolatmenettel összhangban:

$$d_f = 7 \mu\text{m}, \quad a = 7,613 \mu\text{m}, \quad b = 13,186 \mu\text{m}, \quad \varphi_{fr} = 0,7667,$$

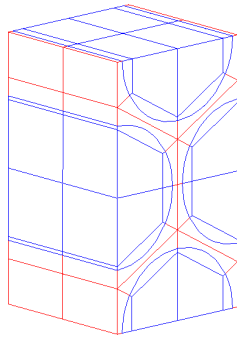
$$A_{A+} = A_{A-} = A_{B+} = A_{B-} = 100,385 \mu\text{m}^2, \quad A_{C+} = A_{C-} = 57,958 \mu\text{m}^2.$$

### 3. Anyag és módszer

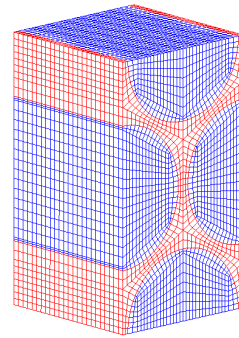
A szálköteg modellcellán az ismétlődés biztosítása céljából ún. periodikus peremfeltételeket kell alkalmazni. Ezért a végeelem hálót úgy kellett generálni, hogy a szemben lévő felületeken a csomópontok azonos koordinátáknál legyenek, és ezzel a modellcellában csomópontpárok jöjjenek létre. A vizsgált modellcella geometriájára másodfokú hexaéder elemekből álló hálót illesztettem. Az öt térfogatrészből álló geometriai modellt nyolcvan részre osztottam fel azért, hogy szabályos hálót tudjak előállítani, valamint hogy legyen csomópont az oldallapok középpontjában (3.19. ábra). A 3.20. ábrán látható a szálköteg modellcella végeelem hálója, amely 34 944 elemet és 149 521 csomópontot tartalmaz.



3.18. ábra A numerikus analízishez használt szálköteg modellcella méretei



3.19. ábra A szálköteg modellcella részartományai



3.20. ábra A szálköteg modellcella végeelem hálója

A szálkötegre (rovingra) a (2.3) ortotrop Hooke-törvény az átlagos alakváltozási és feszültségi vektorral felírva az alábbi alakú:

$$\begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{r1} \\ \bar{\varepsilon}_{r2} \\ \bar{\varepsilon}_{r3} \\ \bar{\gamma}_{r12} \\ \bar{\gamma}_{r23} \\ \bar{\gamma}_{r13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{r1}} & -\frac{\nu_{r21}}{E_{r2}} & -\frac{\nu_{r31}}{E_{r3}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{r12}}{E_{r1}} & \frac{1}{E_{r2}} & -\frac{\nu_{r32}}{E_{r3}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{r13}}{E_{r1}} & -\frac{\nu_{r23}}{E_{r2}} & \frac{1}{E_{r3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{r12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{r23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{r13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{r1} \\ \bar{\sigma}_{r2} \\ \bar{\sigma}_{r3} \\ \bar{\tau}_{r12} \\ \bar{\tau}_{r23} \\ \bar{\tau}_{r13} \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

### 3. Anyag és módszer

Az inverz anyagállandó mátrix szimmetrikus. A (2.5) képletet felhasználva a (3.31) egyenletnek kilenc független anyagjellemzője van:

$$E_{r1}, E_{r2}, E_{r3}, \nu_{r12}, \nu_{r23}, \nu_{r13}, G_{r12}, G_{r23}, G_{r13}.$$

Az erősítő szálak hatszög elrendezése miatt az anyagjellemzők az  $x_{r2}$ ,  $x_{r3}$  irányban és az  $x_{r1}x_{r2}$ ,  $x_{r1}x_{r3}$  síkban megegyeznek:

$$E_{r2} = E_{r3}, \nu_{r12} = \nu_{r13}, G_{r12} = G_{r13}. \quad (3.32)$$

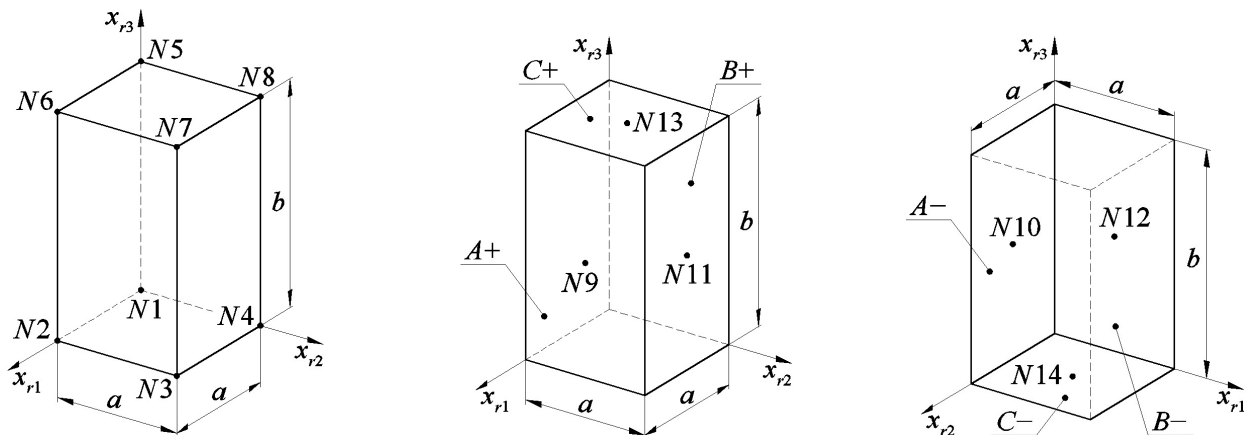
Ha az elemi szálak ortotrop, de keresztirányban izotrop, azaz transzverzálisan izotrop tulajdonságúak, a szálak hatszög elrendezése következtében a mátrixszal átítatott szálköteg is transzverzálisan izotrop tulajdonságú lesz. Izotrop esetben a  $G_{r23}$  meghatározható a (2.7) összefüggéssel, így a homogenizált szálköteg viselkedésének jellemzésére csak öt független anyagállandóra van szükség:  $E_{r1}, E_{r2}, \nu_{r12}, \nu_{r23}, G_{r12}$ .

A homogenizált, ortotrop anyagállandók meghatározására – a (3.32) összefüggéseket figyelembe véve – a szálköteg modellcellával elég két egytengelyű húzást és két síkbeli nyírást modellezni. Ha a szálköteg keresztirányban izotrop, akkor elég két egytengelyű húzással és egy síkbeli nyírással számolni. A 3.4.2. pontban ettől függetlenül bemutatom mind a három egytengelyű húzást, és a 3.4.3. pontban pedig mind a három síkbeli nyírást. Ez egyben egy ellenőrzési lehetőség is arra, hogy kijönnek-e a (2.5)-ben és a (3.32)-ben található egyenlőségek, illetve ha a szálkötegnek keresztirányban izotrop tulajdonságúnak kell lenni, meghatározható-e a  $G_{r23}$  az izotrop esetre érvényes összefüggéssel.

A szálköteg modellcellára – az ismétlődés biztosítása érdekében – *kinematikai terhelést*, csomóponti elmozdulásmezőt írtam elő. A modellcella csúcspontjaiban és az oldallapok középpontjában lévő csomópontokra a 3.21. ábrán látható csomópont sorszámokkal hivatkozom.

A modellcellában egy csomópont elmozdulásvektora az  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében:

$$\vec{u} = u\vec{e}_{r1} + v\vec{e}_{r2} + w\vec{e}_{r3}. \quad (3.33)$$

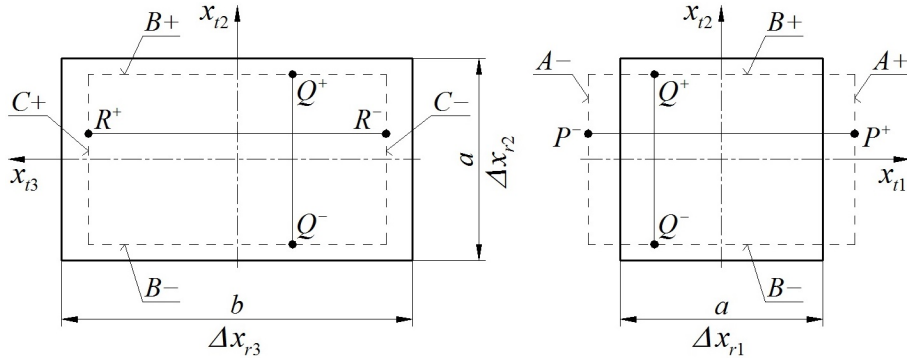


3.21. ábra Csomópontok jelölése a szálköteg modellcella nyolc csúcspontjában és az oldallapok középpontjában

A szálköteg modellcellával a szilárdságtan alapkísérleteit (húzás és nyírást) szimulálva, a kialakult feszültségi és alakváltozási állapotból numerikusan meghatározhatók a homogén anyagjellemzők.

3.4.1. Szimmetrikus tulajdonságok

A szálköteg modellcella geometriai modelljének (3.18. ábra) három egymásra merőleges szimmetriasíkja van, amelyek párhuzamosak az oldallapokkal. A modellcella geometriája és terhelése az  $x_{r1}$ ,  $x_{r2}$  és  $x_{r3}$  anyagi főirányban is periodikus, azaz ismétlésével az anyag nagyobb tartománya előállítható. Ezért a térfogatelem (azaz a modellcella) mindegyik oldalfelülete szimmetriasík. Az oldallapoknak speciális alakváltozási és periodikus tulajdonságaik vannak, amit megfelelő feltételek előírásával lehet biztosítani. Az  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerével párhuzamosan felveszek egy  $x_{i1}x_{i2}x_{i3}$  koordináta-rendszert, melynek origóját a térfogatelem geometriai középpontjához rögzítem. Ez látható a 3.22. és a 3.23. ábrán. Az alakváltozások szimmetriáját ebben a koordináta-rendszerben mutatom be.



3.22. ábra A modellcella deformált alakja  $x_{i1}$  tengelyirányú húzásnál

Az  $x_{i1}$ ,  $x_{i2}$  és  $x_{i3}$  tengelyirányú húzás szimmetrikus terhelés, vagyis a deformáció után a modellcella szimmetrikus marad, és az oldallapok szimmetriasíkjai maradnak a periodikusan egymás mellé helyezett modellcelláknak. A 3.22. ábra szaggatott vonallal szemlélteti a modellcella deformált alakját  $x_{i1}$  irányú húzásnál. A szemben lévő  $P^- / P^+$ ,  $Q^- / Q^+$ ,  $R^- / R^+$  pontok deformáció után is egymással szemben, szimmetrikusan helyezkednek el. A húzások során az oldallapok síkai maradnak, és párhuzamosan mozdulnak el az anyagi főirányok síkjaival. Egy  $x_{ii}$  tengelyre merőleges oldallapra a szemben lévő pontok ugyanolyan mértékben mozdulnak el. A szimmetriasíkra merőleges  $u_{ii}$  elmozdulások iránya ellentétes, a szimmetriasíkba eső  $u_{ij}$  és  $u_{ik}$  elmozdulások iránya viszont azonos ( $i, j, k \neq 1, 2, 3$ ):

$$u_{ii} \left( -\frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right) = c_{ii}^-, \quad u_{ii} \left( \frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right) = c_{ii}^+, \quad c_{ii}^- = -c_{ii}^+, \quad (3.34)$$

$$u_{ij} \left( -\frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right) = u_{ij} \left( \frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right), \quad (3.35)$$

$$u_{ik} \left( -\frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right) = u_{ik} \left( \frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right), \quad (i, j, k \neq 1, 2, 3). \quad (3.36)$$

A továbbiakban ezt tekintjük szimmetrikus elmozdulásnak, szimmetrikus alakváltozásnak. Az egymással szemben lévő oldallapok pontjainak elmozdulása kielégíti a periodikus peremfeltételeket a szimmetriasíkba eső irányokban. A szemben lévő pontok szimmetriasíkba, vagyis az oldallap síkjába eső elmozdulása azonos irányú és nagyságú.

Az  $x_{ii}x_{ij}$  síkbeli nyírás az  $x_{ii}x_{ij}$  síkban ( $i \neq j \neq k = 1, 2, 3$ ) nem szimmetrikus terhelés. Mivel a geometria szimmetrikus, és a nyírás az anyagi főirányok síkjában van, nincs deformáció az  $x_{ii}$

tengelyre merőleges oldallapokon  $x_j$  irányban és az  $x_j$  tengelyre merőleges oldallapokon  $x_{ik}$  irányban:

$$u_{ij} \left( -\frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right) = c_{ii}^-, \quad u_{ij} \left( \frac{\Delta x_{ri}}{2}; x_{ij}; x_{ik} \right) = c_{ii}^+, \quad (3.37)$$

$$u_{ii} \left( x_{ii}; -\frac{\Delta x_{rj}}{2}; x_{ik} \right) = c_{ij}^-, \quad u_{ii} \left( x_{ii}; \frac{\Delta x_{rj}}{2}; x_{ik} \right) = c_{ij}^+, \quad (i, j, k \neq 1, 2, 3). \quad (3.38)$$

Tiszta nyírás esetén:

$$c_{ii}^- = -c_{ii}^+, \quad c_{ij}^- = -c_{ij}^+. \quad (3.39)$$

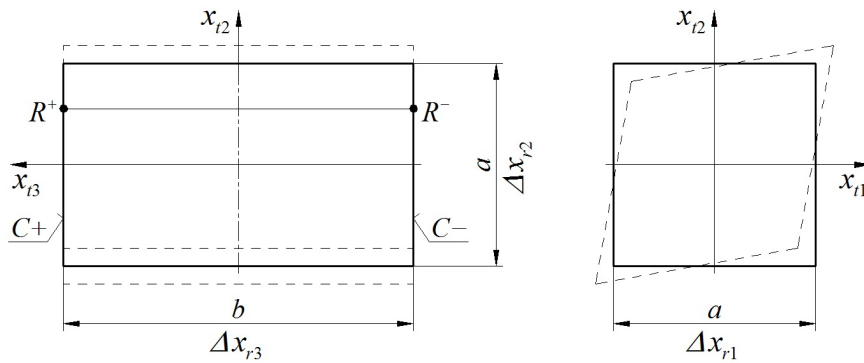
Az  $x_{ik}$  tengelyre merőleges két oldallapon szimmetrikus az elmozdulás. A nyírási kísérlet során az  $x_{ik}$  tengelyre merőleges két oldal sík marad, nem mozdul el  $x_{ik}$  irányba. A szemben lévő pontok szimmetriasíkba eső elmozdulása megegyezik  $x_{ii}$  és  $x_{ij}$  irányban:

$$u_{ik} \left( x_{ii}; x_{ij}; -\frac{\Delta x_{rk}}{2} \right) = c_{ik}^- = 0, \quad u_{ik} \left( x_{ii}; x_{ij}; \frac{\Delta x_{rk}}{2} \right) = c_{ik}^+ = 0, \quad (3.40)$$

$$u_{ii} \left( x_{ii}; x_{ij}; -\frac{\Delta x_{rk}}{2} \right) = u_{ii} \left( x_{ii}; x_{ij}; \frac{\Delta x_{rk}}{2} \right), \quad (3.41)$$

$$u_{ij} \left( x_{ii}; x_{ij}; -\frac{\Delta x_{rk}}{2} \right) = u_{ij} \left( x_{ii}; x_{ij}; \frac{\Delta x_{rk}}{2} \right), \quad (i, j, k \neq 1, 2, 3). \quad (3.42)$$

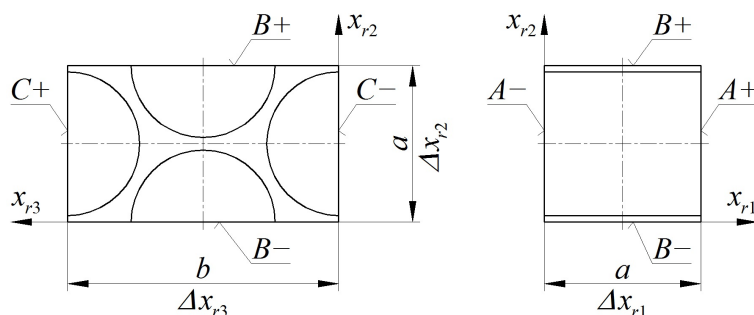
A 3.23. ábrán látható a modellcella deformált alakja szaggatott vonallal jelölve  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli tiszta nyírásnál. Itt a  $C^-$  és a  $C^+$  oldallapon szimmetrikus az elmozdulás. A szemben lévő  $R^+$  és az  $R^-$  pont egymás tükörképe a deformáció előtt és után is.



3.23. ábra A modellcella deformált alakja  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli tiszta nyírásnál

A 3.3. táblázatba gyűjtöttem össze az egymással szemben lévő oldallapokon azokat a szimmetrikus elmozdulásokat, melyek kielégítik a periodikus peremfeltételeket. Az összefüggéseket a 3.24. ábrán látható  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében írtam fel az  $x_{ri}$  ( $i=1, 2, 3$ ) tengelyirányú tiszta húzásra és a három síkbeli nyírásra. A mechanikai modell azonban tovább finomítható, javítható azzal, hogy a modellcellára a szimmetriából adódó periodikus peremfeltételeket is előírjuk. Ez a finomítás arra az esetre is biztosítja a periodicitást, ha a végelemek háló nem szimmetrikus.

### 3. Anyag és módszer

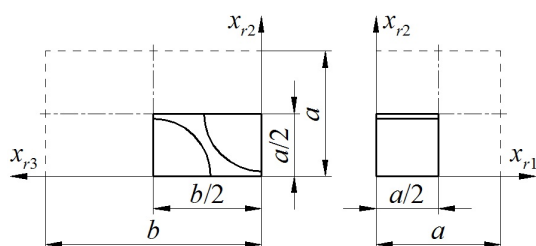


3.24. ábra Szálköteg modellcella az  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  koordináta-rendszerben

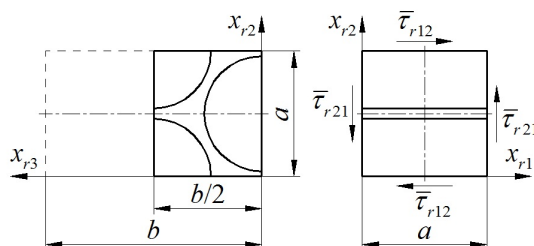
#### 3.3. táblázat Szimmetriából adódó periodikus tulajdonságok

Terhelés	Oldallapok	Szemben lévő pontok oldallap síkjába eső elmozdulása azonos	
$x_{ri}$ irányú húzás ( $i = 1, 2, 3$ )	A- / A+	$v(0; x_{r2}; x_{r3}) = v(a; x_{r2}; x_{r3})$	$w(0; x_{r2}; x_{r3}) = w(a; x_{r2}; x_{r3})$
	B- / B+	$u(x_{r1}; 0; x_{r3}) = u(x_{r1}; a; x_{r3})$	$w(x_{r1}; 0; x_{r3}) = w(x_{r1}; a; x_{r3})$
	C- / C+	$u(x_{r1}; x_{r2}; 0) = u(x_{r1}; x_{r2}; b)$	$v(x_{r1}; x_{r2}; 0) = v(x_{r1}; x_{r2}; b)$
$x_{r1}x_{r2}$ síkbeli nyírás	A- / A+	–	–
	B- / B+	–	–
	C- / C+	$u(x_{r1}; x_{r2}; 0) = u(x_{r1}; x_{r2}; b)$	$v(x_{r1}; x_{r2}; 0) = v(x_{r1}; x_{r2}; b)$
$x_{r2}x_{r3}$ síkbeli nyírás	A- / A+	$v(0; x_{r2}; x_{r3}) = v(a; x_{r2}; x_{r3})$	$w(0; x_{r2}; x_{r3}) = w(a; x_{r2}; x_{r3})$
	B- / B+	–	–
	C- / C+	–	–
$x_{r1}x_{r3}$ síkbeli nyírás	A- / A+	–	–
	B- / B+	$u(x_{r1}; 0; x_{r3}) = u(x_{r1}; a; x_{r3})$	$w(x_{r1}; 0; x_{r3}) = w(x_{r1}; a; x_{r3})$
	C- / C+	–	–

Ha a geometria és a terhelés is szimmetrikus, akkor a modell azzal egyszerűsíthető, hogy a szimmetriasíknál elvágva csak az egyik részt modellezzük. A húzási kísérleteknél a modellt a periodikus rész 1/8 részével is lehet egyszerűsíteni, mert a húzások három irányban szimmetrikusak. Ez látható a 3.25. ábrán. Az  $x_{ri}x_{rj}$  síkbeli nyírásnál csak  $x_{rk}$  irányban lehet a felére venni a periodikus részt. A 3.26. ábra az  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírásnál mutatja az egyszerűsített modellt. Az értekezésben a szálköteg modellcellát nem egyszerűsítettem, mivel a három síkbeli nyíráshoz három különböző modellcellát kellett volna felépíteni. Egyébként mindegyik jó lett volna a húzási kísérletekre.



3.25. ábra Egyszerűsített modellcella  $x_{ri}$  irányú húzásnál ( $i = 1, 2, 3$ )



3.26. ábra Egyszerűsített modellcella  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírásnál

A kinematikai terhelés megadásánál nem az egyes csomópontok, hanem az egész oldallapok elmozdulását írtam elő, illetve korlátoztam egy adott irányban. Ezekből a kinematikai terhelésekből az oldallapokon reakcióerők keletkeznek. Az oldallapon fellépő reakcióerőt a középső csomópontokra redukáltam úgy, hogy a középső csomópontokra írtam elő az elmozdulást, és a felületen található összes csomópontot mereven összekapcsoltam az adott irányban. Ez az előírás biztosítja azt, hogy az oldallap a megadott irányban előírt módon merevtestszerűen mozduljon el. Mivel a szálköteg modellcella oldalfelületei egybeesnek a szálak anyagi főirányainak síkjaival, ezért az oldallapokon a modellcella átlagfeszültsége jelenik meg. Az átlagos feszültség az oldallapon fellépő reakcióerőnek és az oldallap területének hányadosával számítható ki:

$$\bar{\sigma}_{rij} = \frac{1}{A_j} \int_{(A_j)} \sigma_{rij} dA = \frac{F_{ri}}{A_j}. \quad (3.43)$$

Az összefüggésben az  $F_{ri}$  az  $x_{rj}$  tengelyre merőleges,  $A_j$  területű oldallapon fellépő  $x_{ri}$  irányú reakcióerő.

### 3.4.2. A szálköteg modellcella húzása

A szálköteg  $E_{r1}$  rugalmassági modulusának és  $\nu_{r12}$ ,  $\nu_{r13}$  Poisson-tényezőjének számításához  $x_{r1}$  irányú, az  $E_{r2}$ ,  $\nu_{r21}$ ,  $\nu_{r23}$  számításához  $x_{r2}$  irányú és az  $E_{r3}$ ,  $\nu_{r31}$ ,  $\nu_{r32}$  meghatározásához  $x_{r3}$  irányú, egytengelyű húzást kell szimulálni a szálköteg modellcellán.

A három egytengelyű húzásnál az átlagos fajlagos nyúlások különböznek zérustól a (3.31) Hooke-törvény átlagos alakváltozási vektorában ( $\bar{\varepsilon}_{r1}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{r2}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{r3} \neq 0$ ). A (2.63) egyenletben az átlagos fajlagos nyúlás  $x_{rj}$  irányban:

$$\bar{\varepsilon}_{rj} = \frac{c_i^j}{\Delta x_{rj}}, \quad c_i^j = \Delta x_{rj} \bar{\varepsilon}_{rj}, \quad (i = j = 1, 2, 3). \quad (3.44)$$

A húzási kísérleteknél az átlagos fajlagos szögtorzulás az  $x_{ri}x_{rj}$  síkban nulla:

$$\bar{\gamma}_{rij} = 0 = \frac{c_i^j}{\Delta x_{rj}}, \quad c_i^j = 0, \quad (i \neq j = 1, 2, 3). \quad (3.45)$$

Húzás során a modellcella oldalai síkok maradnak, és párhuzamosan mozdulnak el az anyagi főirányok síkjaival a praktikus felvett cellageometria eredményeképp. Ezt a feltételt azzal biztosítottam, hogy az oldalfelületeken az összes csomópontot a felületre merőleges irányban mereven összekötöttem. A csomópontok szabadságfokainak az összekapcsolását az I-deas végeleemes programban a Coupled DOF (kapcsolt csomóponti elmozdulás) paranccsal végeztem. Ezeket az előírásokat a (3.46)-(3.48) összefüggések foglalják össze, és a 3.27. ábra szemlélteti az A+, B+, C+ felületen. A (3.46) egyenlet szerint az A+ felületen lévő összes csomópontot összekapcsoltam  $x_{r1}$  irányban. A független csomópont az N2, azaz az A+ felületen lévő összes csomópont elmozdulása azonos az N2 csomópontéval  $x_{r1}$  irányban.

$$u_{A-} = u(0; x_{r2}; x_{r3}) = u_{N1}, \quad u_{A+} = u(a; x_{r2}; x_{r3}) = u_{N2}, \quad (3.46)$$

$$v_{B-} = v(x_{r1}; 0; x_{r3}) = v_{N5}, \quad v_{B+} = v(x_{r1}; a; x_{r3}) = v_{N8}, \quad (3.47)$$

$$w_{C-} = w(x_{r1}; x_{r2}; 0) = w_{N3}, \quad w_{C+} = w(x_{r1}; x_{r2}; b) = w_{N7}. \quad (3.48)$$

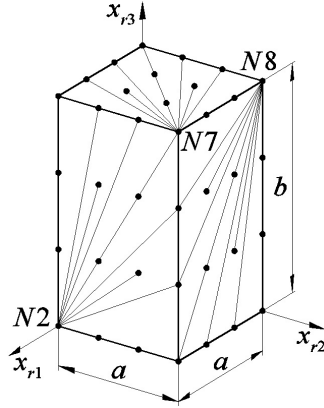
A (3.46)-(3.48) összefüggésben:

$$0 \leq x_{r1} \leq a, \quad 0 \leq x_{r2} \leq a, \quad 0 \leq x_{r3} \leq b. \quad (3.49)$$

### 3. Anyag és módszer

A szálköteg modellcella merevtestszerű haladó és forgó mozgásának megakadályozása érdekében mindhárom egytengelyű húzásnál megfogtam az  $A-$ ,  $B-$  és  $C-$  oldallapot a középső csomópontban a felületre merőleges irányban:

$$u_{A-} = u_{N10} = 0, \quad v_{B-} = v_{N12} = 0, \quad w_{C-} = w_{N14} = 0. \quad (3.50)$$



3.27. ábra Csomópontok összekapcsolása az oldallapokon

A húzási kísérletek modellezésénél az alábbi kinematikai terheléseket adtam meg. Az  $x_{rj}$  irányú ( $j=1, 2, 3$ ), egytengelyű húzásnál a modellcella átlagos  $\bar{\varepsilon}_{rj}$  fajlagos nyúlását írtam elő, amelyből az  $x_{rj}$  normálisú oldallapnak a normál irányú elmozdulását számoltam a (3.51) összefüggéssel. A keresztkontrakciót numerikusan határoztam meg, a húzásra merőleges oldallapokon a reakcióerő zérus. Az  $A+$ ,  $B+$ ,  $C+$  oldallap elmozdulása a 3.18. ábra alapján:

$$u_{A+} = a\bar{\varepsilon}_{r1}, \quad v_{B+} = a\bar{\varepsilon}_{r2}, \quad w_{C+} = b\bar{\varepsilon}_{r3}. \quad (3.51)$$

A modellcella pontosítása érdekében megadtam a 3.3. táblázatba összegyűjtött szimmetriából adódó periodikus peremfeltételeket, vagyis hogy a szemben lévő csomópontok az oldallap síkjában ugyanúgy mozduljanak el. A csomópontpárokat az alábbiak szerint kell összekapcsolni az egymással szemben lévő oldallapokon, a modellcella éleit kivéve:

$$A- / A+: \quad v(0; x_{r2}; x_{r3}) = v(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad w(0; x_{r2}; x_{r3}) = w(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad (3.52)$$

$$B- / B+: \quad u(x_{r1}; 0; x_{r3}) = u(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad w(x_{r1}; 0; x_{r3}) = w(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad (3.53)$$

$$C- / C+: \quad u(x_{r1}; x_{r2}; 0) = u(x_{r1}; x_{r2}; b), \quad v(x_{r1}; x_{r2}; 0) = v(x_{r1}; x_{r2}; b). \quad (3.54)$$

A (3.52)-(3.54) és a (3.56)-(3.58) összefüggésekben:

$$0 < x_{r1} < a, \quad 0 < x_{r2} < a, \quad 0 < x_{r3} < b. \quad (3.55)$$

Az egymással szemben lévő éleken található csomópontpárokat, a modellcella csúcspontjait kivéve a (3.56)-(3.58) összefüggések alapján kell összekötni.

$$x_{r1} \text{ irányú élek: } u(x_{r1}; 0; 0) = u(x_{r1}; a; 0) = u(x_{r1}; a; b) = u(x_{r1}; 0; b), \quad (3.56)$$

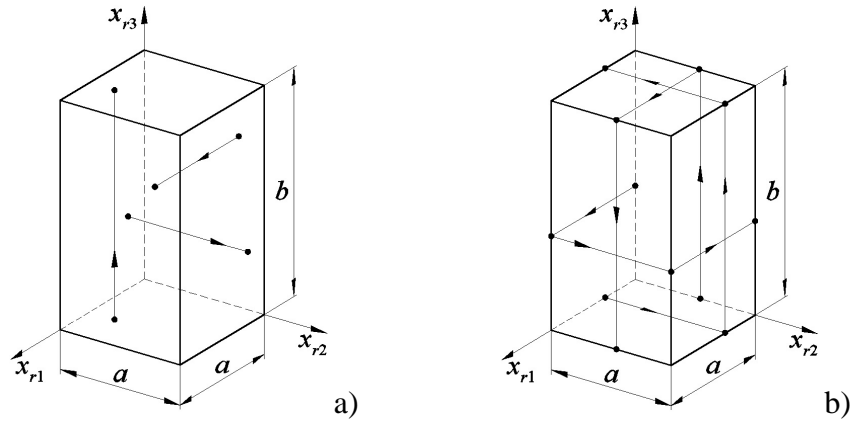
$$x_{r2} \text{ irányú élek: } v(0; x_{r2}; 0) = v(0; x_{r2}; b) = v(a; x_{r2}; b) = v(a; x_{r2}; 0), \quad (3.57)$$

$$x_{r3} \text{ irányú élek: } w(0; 0; x_{r3}) = w(a; 0; x_{r3}) = w(a; a; x_{r3}) = w(0; a; x_{r3}). \quad (3.58)$$

A szemben lévő oldalaknál azért kell kihagyni az éleket, a szemben lévő éleknél pedig a csúcspontokat, hogy a modellcella ne legyen túlhatározott.

A 3.28. ábra az egymással szemben lévő oldallapokon és éleken a csomópontok összekapcsolását szemlélteti.





3.28. ábra Csomópontok összekapcsolása

### 3.4.2.1. Csomópontok túlhatározottságának elkerülése

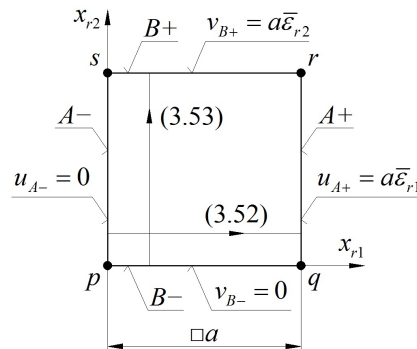
A végeelemes programok túlhatározottság miatt hibát jeleznek, ha egy csomópont szabadságfokát többszörösen kötjük le, vagyis egynél több másik csomópont felől kapja az előírást, hogy adott irányban ugyanúgy mozduljon el. Ez még akkor is fennáll, ha mindegyik csomópont ugyanazt a kinematikai utasítást adja.

Húzásnál az oldallapok csomópontjai a (3.46)-(3.48) összefüggések szerint vannak összekapcsolva az oldallapokra merőleges irányban. Ezért a modellcella oldalai párhuzamosak maradnak az anyagi főirányok síkjaival. A (3.50) kinematikai peremfeltétel szerint  $u_{A-} = 0$ ,  $v_{B-} = 0$ ,  $w_{C-} = 0$ , a (3.51) egyenlet alapján  $u_{A+} = a\bar{\varepsilon}_{r1}$ ,  $v_{B+} = a\bar{\varepsilon}_{r2}$ ,  $w_{C+} = b\bar{\varepsilon}_{r3}$ . Egy csúcspontban három egymásra merőleges oldal kapcsolódik. A sarokpontok  $x_{r1}$ ,  $x_{r2}$  és  $x_{r3}$  irányú elmozdulása megegyezik a három csatlakozó oldal normálirányú elmozdulásával. A periodicitás biztosítva van a modellcella sarokpontjaiban, ezt nem kell külön előírni. Ezért kell a kihagyni csúcspontokat a (3.56)-(3.58) periodikus peremfeltételekből.

Az alábbiakban bemutatom az  $x_{r3}$  irányú éllel, hogy miért kell kizárni az éleken lévő csomópontokat a (3.52)-(3.54) összefüggésekből. A 3.29. ábrán az  $x_{r3}$  irányú éleket a  $p, q, r, s$  jelöli. Egy élen két egymásra merőleges oldal csatlakozik. Egy oldallapra vonatkozó peremfeltétel az éleken lévő csomópontokra is érvényesek a (3.46) és (3.47) szerint. Egy  $x_{r3}$  helyen lévő csomópont  $x_{r1}$  és  $x_{r2}$  irányú elmozdulása a  $p, q, r, s$  élen:

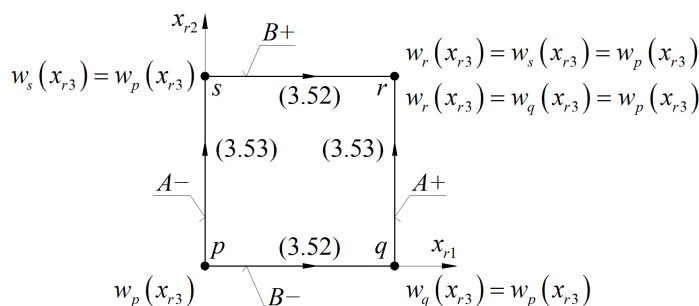
$$u_s(x_{r3}) = u_p(x_{r3}) = u_{N1} = u_{A-} = 0, \quad u_r(x_{r3}) = u_q(x_{r3}) = u_{N2} = u_{A+} = a\bar{\varepsilon}_{r1}, \quad (3.59)$$

$$v_q(x_{r3}) = v_p(x_{r3}) = v_{N5} = v_{B-} = 0, \quad v_r(x_{r3}) = v_s(x_{r3}) = v_{N8} = v_{B+} = a\bar{\varepsilon}_{r2}. \quad (3.60)$$

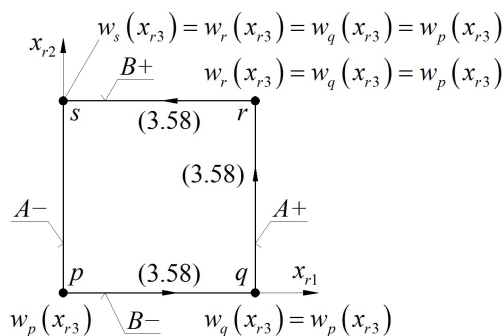


3.29. ábra A csomópontok összekapcsolása a szemben lévő oldallapokon

A (3.59), (3.60) összefüggésből és a 3.29. ábráról látható, hogy a csúcspontokat nem belevéve a modellcella élein biztosított az ismétlődés  $x_{r1}$  és  $x_{r2}$  irányban. Az  $r, s$  élen nem kell többszörösen lekötni a csomópontok szabadságfokait  $x_{r1}$  irányban a (3.52) összefüggéssel, a  $q, r$  élen pedig  $x_{r2}$  irányban a (3.53) peremfeltétellel. Az egymással szemben lévő éleken csak az él irányában kell összekapcsolni a csomópontokat az élek végpontjait kivéve. A  $p, q, r, s$  élen  $x_{r3}$  irányban. Ha a szemben lévő élek összekapcsolása a (3.52), (3.53) szerint történik, az az  $r$  élen  $x_{r3}$  irányban túlhatározottságot okoz (3.30. ábra). A független csomópontok a  $p$  élen vannak. Egy  $x_{r3}$  helyen található csomópont él irányú elmozdulása  $w_p(x_{r3})$ . Az  $r$  élen a csomópontok a (3.52) összefüggés szerint a szemben lévő  $s$  élről, a (3.53) képlet szerint a  $q$  élről kapják azt az előírást, hogy ugyanennyi legyen a  $w$  elmozdulás az adott  $x_{r3}$  helyen:  $w_r(x_{r3}) = w_p(x_{r3})$ . Így kétszer kötjük le a csomópontok  $x_{r3}$  irányú szabadságfokát, ami túlhatározottságot jelent. A periodikus peremfeltételeket külön kell megadni az élekre, az oldallapoktól függetlenül. A négy  $x_{ri}$  irányú élen három összekapcsolással kell biztosítani a periodicitást ( $i = 1, 2, 3$ ). A dolgozatban a (3.56)-(3.58) összefüggésekkel, a 3.28b ábrán megadott irányban kötöttem össze az egymással szemben lévő csomópontokat az éleken, a csúcspontok kivételével. A  $p, q, r, s$  élen a 3.31. ábrán látható módon, a (3.58) képlet szerint kapcsoltam össze a csomópontokat  $x_{r3}$  irányban.



3.30. ábra Túlhatározott csomópontok az  $r$  élen



3.31. ábra A csomópontok összekapcsolása az  $x_{r3}$  irányú éleken

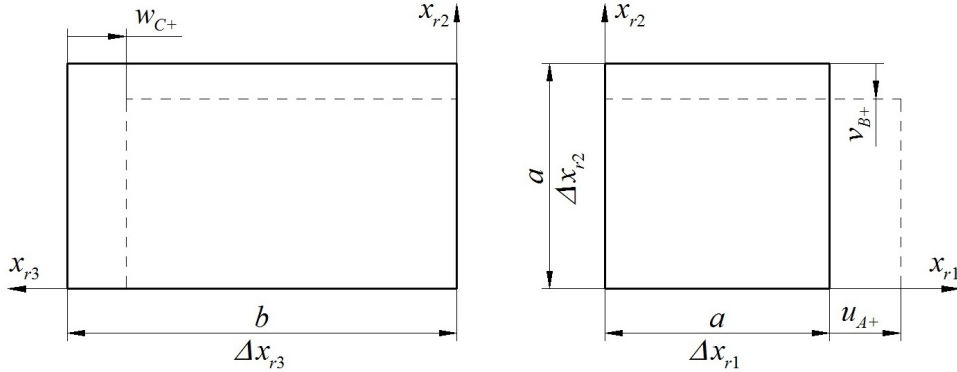
A nyírási kísérletek modellezésénél hasonló gondolatmenet szerint kell kizárni az éleket az egymással szemben lévő oldallapok periodicitásának megadásánál és a csúcspontokat az egymással szemben lévő élek periodikus peremfeltételeiből.

### 3.4.2.2. Húzás $x_{r1}$ irányban

Az  $x_{r1}$  irányú, egytengelyű húzásnál az  $\bar{\varepsilon}_{r1}$ -et vettem fel, melyből az  $A+$  oldallap  $u_{A+}$  elmozdulását írtam elő kinematikai terhelésnek. A keresztkontrakciót, vagyis a  $B+$  oldallap  $v_{B+}$

és a  $C+$  oldallap  $w_{C+}$  elmozdulását numerikusan határoztam meg a  $v_{12}$  és a  $v_{13}$  számítása érdekében (3.32. ábra). Az  $A+$  oldallap elmozdulását a középső csomópontra adtam meg a (3.51) egyenlet alapján:

$$u_{A+} = u_{N9} = a \bar{\varepsilon}_{r1}. \quad (3.61)$$



3.32. ábra A szálköteg modellellcella alakváltozása az  $x_{r1}$  irányú húzásnál

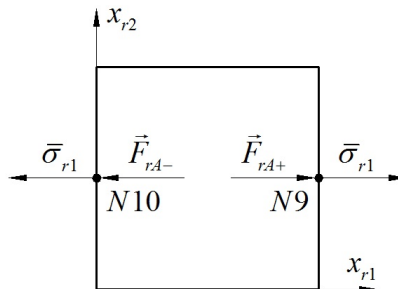
A szálköteg végeelemes modellellcellával numerikusan meghatározott keresztkontrakciók és reakcióerők az  $x_{r1}$  irányú húzásnál:

$$\begin{aligned} v_{B+}, w_{C+}, \\ \vec{F}_{rA+} = F_{r1A+} \vec{e}_{r1}, \quad \vec{F}_{rA-} = F_{r1A-} \vec{e}_{r1}, \quad (\vec{F}_{rA+} = -\vec{F}_{rA-}), \\ \vec{F}_{rB-} = \vec{F}_{rC-} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

A  $B-$  és  $C-$  oldallapon nincs reakcióerő ( $\vec{F}_{rB-} = \vec{F}_{rC-} = \vec{0}$ ), mert nincs  $x_{r2}$  és  $x_{r3}$  irányú terhelés. A (3.50) egyenlet szerint a  $B-$  oldallapot  $x_{r2}$  irányban és a  $C-$  oldallapot  $x_{r3}$  irányban azért kellett megfogni, hogy a modellnek ne legyen merevtestszerű mozgása. Az  $x_{r1}$  irányú húzás esetén a valóságban mindegyik feszültségkoordináta jelen van a modellellcellában a szálköteg inhomogén anyagszerkezete miatt. Viszont a (3.31) egyenletben szereplő átlagos feszültségi vektorban csak a  $\bar{\sigma}_{r1}$  különbözik nullától. A 3.33. ábrán látható átlagos  $\bar{\sigma}_{r1}$  normál feszültséget az  $A+$  oldallapon fellépő reakcióerőből és az oldallap területéből számoljuk a (3.43) szerint, amiből a szálköteg  $x_{r1}$  irányú rugalmassági modulusa a szokásos módon határozható meg:

$$\bar{\sigma}_{r1} = \frac{F_{r1A+}}{A_{A+}}, \quad (3.63)$$

$$E_{r1} = \frac{\bar{\sigma}_{r1}}{\varepsilon_{r1}}. \quad (3.64)$$



3.33. ábra A homogenizált  $\bar{\sigma}_{r1}$  normál feszültség

A homogenizált anyag Poisson-tényezői a kiszámított elmozdulásmező megfelelő adataiból állíthatók elő:

$$v_{r12} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{r2}}{\bar{\varepsilon}_{r1}} = -\frac{v_{B+}}{a} \frac{a}{u_{A+}} = -\frac{v_{B+}}{u_{A+}}, \quad (3.65)$$

$$v_{r13} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{r3}}{\bar{\varepsilon}_{r1}} = -\frac{w_{C+}}{b} \frac{a}{u_{A+}} = -\frac{w_{C+}}{u_{A+}} \frac{a}{b}. \quad (3.66)$$

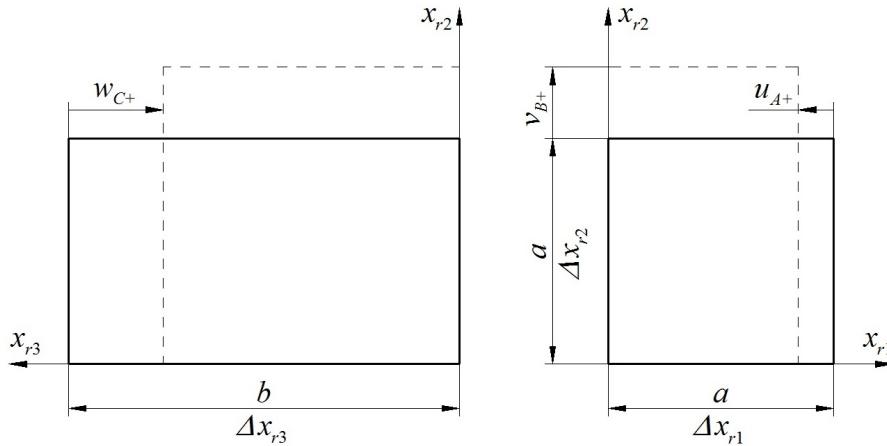
### 3.4.2.3. Húzás $x_{r2}$ irányban

Az  $x_{r2}$  irányú, egytengelyű húzásnál az  $\bar{\varepsilon}_{r2}$  az adott, melyből a  $B+$  oldallap előírt  $x_{r2}$  irányú deformációja:

$$v_{B+} = v_{N11} = a \bar{\varepsilon}_{r2}. \quad (3.67)$$

A 3.34. ábrán láthatók  $x_{r2}$  irányú húzásnál a szálköteg modellcella oldallapjainak elmozdulása többszörös nagyításban. A modellcellával numerikusan meghatározott jellemzők  $x_{r2}$  irányú húzásnál az alábbiak:

$$\begin{aligned} & u_{A+}, w_{C+}, \\ & \vec{F}_{rB+} = F_{r2B+} \vec{e}_{r2}, \quad \vec{F}_{rB-} = F_{r2B-} \vec{e}_{r2}, \quad (\vec{F}_{rB+} = -\vec{F}_{rB-}), \\ & \vec{F}_{rA-} = \vec{F}_{rC-} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.68)$$



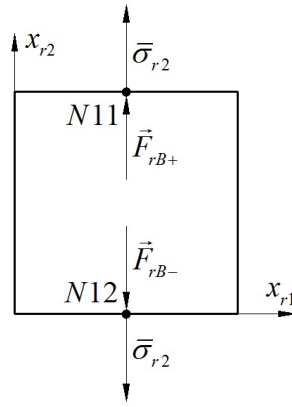
3.34. ábra A szálköteg modellcella alakváltozása az  $x_{r2}$  irányú húzásnál

Az  $x_{r2}$  irányú húzásnál az átlagos feszültségi vektorban  $\bar{\sigma}_{r2}$  nem nulla. A homogenizált  $\bar{\sigma}_{r2}$ -t (3.35. ábra) a  $B+$  oldallapon kialakult reakcióerőből és a  $B+$  oldallap kiinduló keresztmetszetéből számoltam:

$$\bar{\sigma}_{r2} = \frac{F_{r2B+}}{A_{B+}}. \quad (3.69)$$

A (3.31) egyenletből az  $x_{r2}$  irányú rugalmassági modulus:

$$E_{r2} = \frac{\bar{\sigma}_{r2}}{\bar{\varepsilon}_{r2}}. \quad (3.70)$$



3.35. ábra A homogenizált  $\bar{\sigma}_{r_2}$  normálfeszültség

A Poisson-tényezőket a keresztkontrakciókból számoljuk:

$$v_{r21} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{r1}}{\bar{\varepsilon}_{r2}} = -\frac{u_{A+}}{a} \frac{a}{v_{B+}} = -\frac{u_{A+}}{v_{B+}}, \quad (3.71)$$

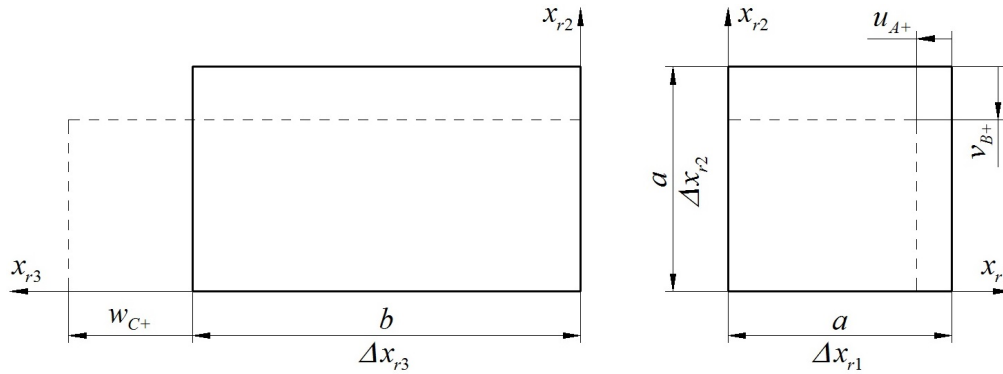
$$v_{r23} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{r3}}{\bar{\varepsilon}_{r2}} = -\frac{w_{C+}}{b} \frac{a}{v_{B+}} = -\frac{w_{C+}}{v_{B+}} \frac{a}{b}. \quad (3.72)$$

#### 3.4.2.4. Húzás $x_{r_3}$ irányban

A szálköteg anyagjellemzői megegyeznek  $x_{r_2}$  és  $x_{r_3}$  irányban. Ellenőrzésként végigszámoltam az  $x_{r_3}$  irányú húzást is az előzőekhez hasonlóan. Az  $\bar{\varepsilon}_{r_3}$ -t írtam elő, melyből a kinematikai terhelés a C+ oldallapra:

$$w_{C+} = w_{N13} = b \bar{\varepsilon}_{r_3}. \quad (3.73)$$

Az elemi szálaknak keresztirányú húzásnál is van merevítő hatása, azaz a keresztkontrakció szálirányban kisebb lesz. A 3.36. ábrán látható, hogy  $|u_{A+}| < |v_{B+}|$ , vagyis  $|\bar{\varepsilon}_{r1}| < |\bar{\varepsilon}_{r2}|$ .



3.36. ábra A szálköteg modellcella alakváltozása az  $x_{r_3}$  irányú húzásnál

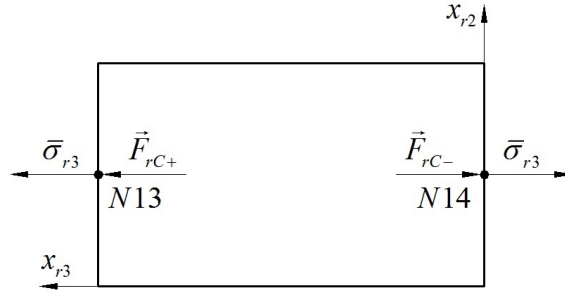
A szálköteg modellcellával  $x_{r_3}$  irányú húzásnál a következő mennyiségeket határoztam meg numerikusan:

$$\begin{aligned} & u_{A+}, v_{B+}, \\ & \vec{F}_{rC+} = F_{r3C+} \bar{e}_{r3}, \quad \vec{F}_{rC-} = F_{r3C-} \bar{e}_{r3}, \quad (\vec{F}_{rC+} = -\vec{F}_{rC-}), \\ & \vec{F}_{rA-} = \vec{F}_{rB-} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.74)$$

### 3. Anyag és módszer

Az  $x_{r3}$  tengelyirányú húzásnál a (3.31) egyenletben található átlagos feszültségi vektorban a  $\bar{\sigma}_{r3}$  nem nulla (3.37. ábra), melyet az alábbiak szerint számoltam:

$$\bar{\sigma}_{r3} = \frac{F_{r3C+}}{A_{C+}}. \quad (3.75)$$



3.37. ábra A homogenizált  $\bar{\sigma}_{r3}$  normálfeszültség

A szálköteg modellcella  $x_{r3}$  irányú rugalmassági modulusa a homogenizált  $\bar{\sigma}_{r3}$  feszültségből és az előírt  $\bar{\varepsilon}_{r3}$ -ből számolható:

$$E_{r3} = \frac{\bar{\sigma}_{r3}}{\bar{\varepsilon}_{r3}}. \quad (3.76)$$

Az  $x_{r3}$  irányú húzásnál a  $\nu_{r31}$  és a  $\nu_{r32}$  Poisson-tényezőt tudjuk számolni:

$$\nu_{r31} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{r1}}{\bar{\varepsilon}_{r3}} = -\frac{u_{A+}}{a} \frac{b}{w_{C+}} = -\frac{u_{A+}}{w_{C+}} \frac{b}{a}, \quad (3.77)$$

$$\nu_{r32} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{r2}}{\bar{\varepsilon}_{r3}} = -\frac{v_{B+}}{a} \frac{b}{w_{C+}} = -\frac{v_{B+}}{w_{C+}} \frac{b}{a}. \quad (3.78)$$

#### 3.4.3. A szálköteg modellcella nyírása

Az  $x_{ri}x_{rj}$  síkban lévő nyírásnál  $\bar{\gamma}_{rij} \neq 0$ , a többi alakváltozási jellemző zérus a (3.31)-ben szereplő átlagos alakváltozási vektorban. A nyírási kísérlet modellezésénél is kinematikai terhelést adtam meg, melyből az oldallapokon kialakult reakcióerőket határoztam meg numerikusan. A szálköteg modellcellán tiszta nyírást úgy modelleztem, hogy a  $\bar{\gamma}_{rij}$  átlagos fajlagos szögtorzulást írtam elő. Nyírásnál az  $x_{rj}$  irányú átlagos fajlagos nyúlás zérus (2.63):

$$\bar{\varepsilon}_{rj} = 0 = \frac{c_i^j}{\Delta x_{rj}}, \quad c_i^j = 0, \quad (i = j = 1, 2, 3). \quad (3.79)$$

Az átlagos fajlagos szögtorzulás tiszta nyírás esetén a (2.63) összefüggésből:

$$\bar{\gamma}_{rij} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{rij} + \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{rji} = \frac{c_i^j}{\Delta x_{rj}} + \frac{c_j^i}{\Delta x_{ri}},$$

$$c_i^j = \Delta x_{rj} \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{rij}, \quad c_j^i = \Delta x_{ri} \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{rji}, \quad (i \neq j = 1, 2, 3). \quad (3.80)$$

3.4.3.1. Nyírás az  $x_{r1}x_{r2}$  síkban

A szálköteg  $G_{r12}$  csúszató rugalmassági modulusának meghatározásához az  $x_{r1}x_{r2}$  síkban kell tiszta nyírást modellezni a szálköteg modellellával. Az előírt átlagos fajlagos szögtorzulás két részre bontható:

$$\bar{\gamma}_{r12} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r12} + \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r21}, \quad \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r12} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r21}. \quad (3.81)$$

A tiszta nyírást a szálköteg modellell cella  $x_{r1}$  tengelyre merőleges oldallapjainak  $x_{r2}$  irányú előírt elmozdulásával és az  $x_{r2}$  tengelyre merőleges oldallapjainak  $x_{r1}$  irányú előírt elmozdulásával modelleztem. Ezt szemlélteti a 3.38. ábra. Az  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírásnál a  $C+$  és a  $C-$  oldallap síkban marad, és nem mozdul el az  $x_{r3}$  tengely irányában. A fenti kinematikai előírásokat az oldallapok középpontjában lévő csomópontokra megadott alábbi értékekkel valósítottam meg:

$$v_{A-} = v_{N10} = 0, \quad v_{A+} = v_{N9} = a \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r21}, \quad (3.82)$$

$$u_{B-} = u_{N12} = 0, \quad u_{B+} = u_{N11} = a \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r12}, \quad (3.83)$$

$$w_{C-} = w_{N14} = 0, \quad w_{C+} = w_{N13} = 0. \quad (3.84)$$

Az  $x_{ri}x_{rj}$  síkbeli nyírásnál azt kell megadni, hogy az  $x_{ri}$  tengelyre merőleges oldallapokon  $x_{rj}$  irányban, az  $x_{rj}$  tengelyre merőleges oldallapokon  $x_{ri}$  irányban nincs deformáció. Az  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírás modellezésénél az alábbiak szerint kell összekapcsolni az oldallapokon lévő csomópontokat (3.27. ábra):

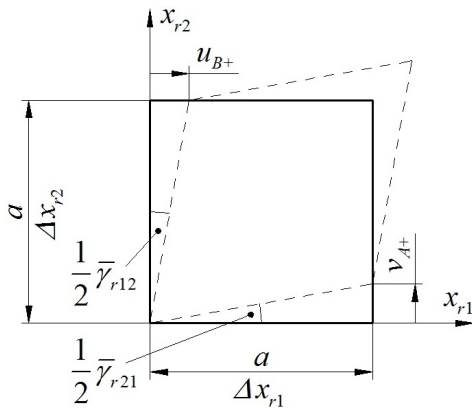
$$v_{A-} = v(0; x_{r2}; x_{r3}) = v_{N1}, \quad v_{A+} = v(a; x_{r2}; x_{r3}) = v_{N2}, \quad (3.85)$$

$$u_{B-} = u(x_{r1}; 0; x_{r3}) = u_{N5}, \quad u_{B+} = u(x_{r1}; a; x_{r3}) = u_{N8}, \quad (3.86)$$

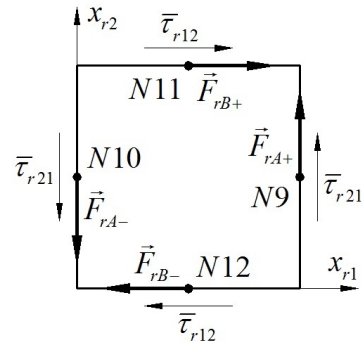
$$w_{C-} = w(x_{r1}; x_{r2}; 0) = w_{N3}, \quad w_{C+} = w(x_{r1}; x_{r2}; b) = w_{N7}. \quad (3.87)$$

A (3.85)-(3.87) összefüggésekben:

$$0 \leq x_{r1} \leq a, \quad 0 \leq x_{r2} \leq a, \quad 0 \leq x_{r3} \leq b. \quad (3.88)$$



3.38. ábra A szálköteg modellell cella alakváltozása  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli tiszta nyírás esetén



3.39. ábra A homogenizált  $\bar{\tau}_{r12}$  és  $\bar{\tau}_{r21}$  csúszató feszültség

### 3. Anyag és módszer

A periodicitás biztosítása érdekében az egymással szemben lévő oldallapokon össze kell kötni a csomópontpárokat a (3.89)-(3.91) szerint, a modellcella éleit kivéve:

$$A- / A+: \quad u(0; x_{r2}; x_{r3}) = u(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad w(0; x_{r2}; x_{r3}) = w(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad (3.89)$$

$$B- / B+: \quad v(x_{r1}; 0; x_{r3}) = v(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad w(x_{r1}; 0; x_{r3}) = w(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad (3.90)$$

$$C- / C+: \quad u(x_{r1}; x_{r2}; 0) = u(x_{r1}; x_{r2}; b), \quad v(x_{r1}; x_{r2}; 0) = v(x_{r1}; x_{r2}; b). \quad (3.91)$$

A (3.89)-(3.91) és a (3.93)-(3.95) összefüggésekben:

$$0 < x_{r1} < a, \quad 0 < x_{r2} < a, \quad 0 < x_{r3} < b. \quad (3.92)$$

Az egymással szemben lévő éleken – a modellcella csúcspontjait kivéve – az alábbi módon kell összekötni a csomópontpárokat:

$$x_{r1} \text{ irányú élek: } v(x_{r1}; 0; 0) = v(x_{r1}; a; 0) = v(x_{r1}; a; b) = v(x_{r1}; 0; b), \quad (3.93)$$

$$x_{r2} \text{ irányú élek: } u(0; x_{r2}; 0) = u(0; x_{r2}; b) = u(a; x_{r2}; b) = u(a; x_{r2}; 0), \quad (3.94)$$

$$x_{r3} \text{ irányú élek: } w(0; 0; x_{r3}) = w(a; 0; x_{r3}) = w(a; a; x_{r3}) = w(0; a; x_{r3}). \quad (3.95)$$

Az  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírásnál a szálköteg modellcellával numerikusan meghatározott reakcióerők:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{rA+} &= F_{r2A+} \vec{e}_{r2}, & \vec{F}_{rA-} &= F_{r2A-} \vec{e}_{r2}, & (\vec{F}_{rA+} &= -\vec{F}_{rA-}), \\ \vec{F}_{rB+} &= F_{r1B+} \vec{e}_{r1}, & \vec{F}_{rB-} &= F_{r1B-} \vec{e}_{r1}, & (\vec{F}_{rB+} &= -\vec{F}_{rB-}), \\ \vec{F}_{rC-} &= \vec{F}_{rC+} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.96)$$

A 3.39. ábrán látható átlagos nyírófeszültségek a reakcióerőkből a (3.43) képlet szerint számíthatók:

$$\bar{\tau}_{r12} = \frac{F_{r1B+}}{A_{B+}}, \quad \bar{\tau}_{r21} = \frac{F_{r2A+}}{A_{A+}}. \quad (3.97)$$

Ellenőrzési lehetőség, hogy az  $x_{r1}$ ,  $x_{r2}$  tengelyre merőleges oldallapokon a  $\tau$  feszültségek dualitása miatt a csúsztató feszültségeknek meg kell egyezniük:

$$\bar{\tau}_{r12} = \bar{\tau}_{r21}. \quad (3.98)$$

A szálköteg modellcella nyírási modulusa az  $x_{r1}x_{r2}$  síkban:

$$G_{r12} = \frac{\bar{\tau}_{r12}}{\bar{\gamma}_{r12}}. \quad (3.99)$$

#### 3.4.3.2. Nyírás az $x_{r2}x_{r3}$ síkban

A szálköteg  $G_{r23}$  csúsztató rugalmassági modulusának számításához az  $x_{r2}x_{r3}$  síkban írtam elő átlagos fajlagos szögtorzulást:

$$\bar{\gamma}_{r23} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r23} + \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r32}, \quad \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r23} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r32}. \quad (3.100)$$

Az  $x_{r2}x_{r3}$  síkbeli nyírásnál az  $A+$  és az  $A-$  oldallap marad síkban, és nem mozdul el  $x_{r1}$  irányban. A tiszta nyírás megvalósításához az alábbi megfogásokat, illetve elmozdulásokat adtam meg az oldallapok középpontjában lévő csomópontokra:



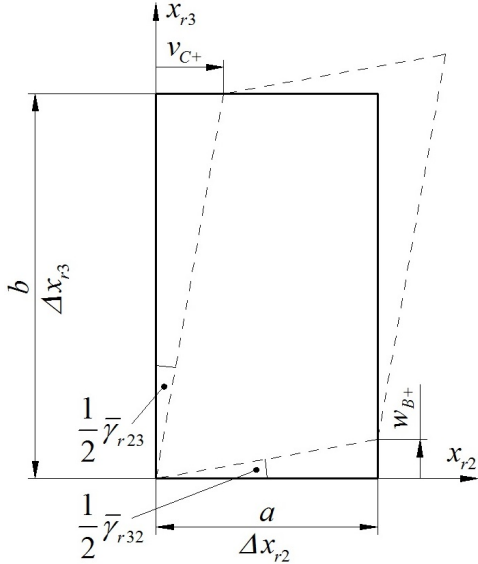
### 3. Anyag és módszer

$$w_{B-} = w_{N12} = 0, \quad w_{B+} = w_{N11} = a \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r32}, \quad (3.101)$$

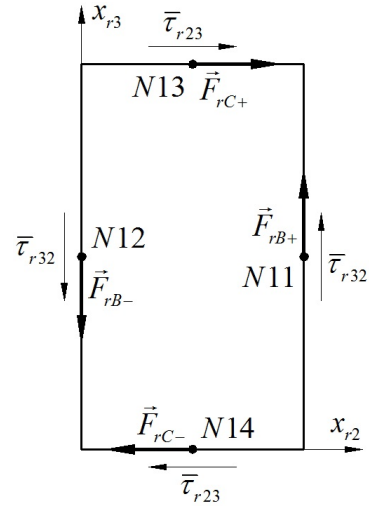
$$v_{C-} = v_{N14} = 0, \quad v_{C+} = v_{N13} = b \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r23}, \quad (3.102)$$

$$u_{A-} = u_{N10} = 0, \quad u_{A+} = u_{N9} = 0. \quad (3.103)$$

A 3.40. ábrán a (3.101) és a (3.102) egyenlettel számolt  $w_{B+}$  és  $v_{C+}$  elmozdulás látható.



3.40. ábra A szálköteg modellcella alakváltozása az  $x_{r2}x_{r3}$  síkbeli tiszta nyírásnál



3.41. ábra A homogenizált  $\bar{\tau}_{r23}$  és  $\bar{\tau}_{r32}$  csúsztató feszültség

Az oldallapokon levő csomópontokat a (3.104)-(3.106) összefüggésekkel kapcsoltam össze (3.27. ábra).

$$w_{B-} = w(x_{r1}; 0; x_{r3}) = w_{N5}, \quad w_{B+} = w(x_{r1}; a; x_{r3}) = w_{N8}, \quad (3.104)$$

$$v_{C-} = v(x_{r1}; x_{r2}; 0) = v_{N3}, \quad v_{C+} = v(x_{r1}; x_{r2}; b) = v_{N7}, \quad (3.105)$$

$$u_{A-} = u(0; x_{r2}; x_{r3}) = u_{N1}, \quad u_{A+} = u(a; x_{r2}; x_{r3}) = u_{N2}. \quad (3.106)$$

A (3.104)-(3.106) előírásokban:

$$0 \leq x_{r1} \leq a, \quad 0 \leq x_{r2} \leq a, \quad 0 \leq x_{r3} \leq b. \quad (3.107)$$

Az egymással szemben lévő oldallapokon a (3.108)-(3.110) előírások szerint mozdulnak el a csomópontpárok azonos mértékben és irányban, a modellcella éleit kivéve:

$$B- / B+: \quad u(x_{r1}; 0; x_{r3}) = u(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad v(x_{r1}; 0; x_{r3}) = v(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad (3.108)$$

$$C- / C+: \quad u(x_{r1}; x_{r2}; 0) = u(x_{r1}; x_{r2}; b), \quad w(x_{r1}; x_{r2}; 0) = w(x_{r1}; x_{r2}; b), \quad (3.109)$$

$$A- / A+: \quad v(0; x_{r2}; x_{r3}) = v(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad w(0; x_{r2}; x_{r3}) = w(a; x_{r2}; x_{r3}). \quad (3.110)$$

A (3.108)-(3.110) és a (3.112)-(3.114) összefüggésekben:

$$0 < x_{r1} < a, \quad 0 < x_{r2} < a, \quad 0 < x_{r3} < b. \quad (3.111)$$

Az egymással szemben lévő éleken található csomópontpárookra az alábbi összefüggéseket kell előírni a modellcella csúcspontjait kivéve:

$$x_{r1} \text{ irányú élek: } u(x_{r1}; 0; 0) = u(x_{r1}; a; 0) = u(x_{r1}; a; b) = u(x_{r1}; 0; b), \quad (3.112)$$

### 3. Anyag és módszer

$$x_{r_2} \text{ irányú élek: } w(0; x_{r_2}; 0) = w(0; x_{r_2}; b) = w(a; x_{r_2}; b) = w(a; x_{r_2}; 0), \quad (3.113)$$

$$x_{r_3} \text{ irányú élek: } v(0; 0; x_{r_3}) = v(a; 0; x_{r_3}) = v(a; a; x_{r_3}) = v(0; a; x_{r_3}). \quad (3.114)$$

Az  $x_{r_2}x_{r_3}$  síkbeli nyírás végeeselemes modellezésénél az alábbi reakcióerőket kaptam meg:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{rB+} &= F_{r3B+} \vec{e}_{r_3}, & \vec{F}_{rB-} &= F_{r3B-} \vec{e}_{r_3}, & (\vec{F}_{rB+} &= -\vec{F}_{rB-}), \\ \vec{F}_{rC+} &= F_{r2C+} \vec{e}_{r_2}, & \vec{F}_{rC-} &= F_{r2C-} \vec{e}_{r_2}, & (\vec{F}_{rC+} &= -\vec{F}_{rC-}), \\ \vec{F}_{rA-} &= \vec{F}_{rA+} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.115)$$

Az átlagos feszültségeket a reakcióerőkből és az oldallapok kiinduló területéből határoztam meg:

$$\bar{\tau}_{r23} = \frac{F_{r2C+}}{A_{C+}}, \quad \bar{\tau}_{r32} = \frac{F_{r3B+}}{A_{B+}}. \quad (3.116)$$

A  $\tau$  feszültségek dualitásának (3.41. ábra) az  $x_{r_2}$ ,  $x_{r_3}$  tengelyre merőleges oldallapokon kell teljesülnie:

$$\bar{\tau}_{r23} = \bar{\tau}_{r32}. \quad (3.117)$$

A nyírási rugalmassági modulus az  $x_{r_2}x_{r_3}$  síkban:

$$G_{r23} = \frac{\bar{\tau}_{r23}}{\bar{\gamma}_{r23}}. \quad (3.118)$$

#### 3.4.3.3. Nyírás az $x_{r_1}x_{r_3}$ síkban

Az  $x_{r_1}x_{r_3}$  síkban is meghatároztam a csúszató rugalmassági modulusot. Ez csak egy ellenőrzés, mert a modellcella geometriájából adódóan  $G_{r13} = G_{r12}$ . Ehhez a modellcellán a  $\bar{\gamma}_{r13}$  átlagos fajlagos szögtorzulást adtam meg:

$$\bar{\gamma}_{r13} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r13} + \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r31}, \quad \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r13} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r31}. \quad (3.119)$$

Az  $x_{r_1}x_{r_3}$  síkbeli nyírásnál az A- oldallapot  $x_{r_3}$ , a C- oldallapot  $x_{r_1}$  irányban fogtam meg. A 3.42. ábrán látható módon az A+ oldalra  $x_{r_3}$ , a C+-ra  $x_{r_1}$  irányú kinematikai terhelést adtam. A B+ és a B- oldallapnak nincs normálirányú elmozdulása, ezeket  $x_{r_2}$  irányban fogtam meg. Az előírásokat az oldallapok középső csomópontjaira adtam meg az alábbiak szerint:

$$w_{A-} = w_{N10} = 0, \quad w_{A+} = w_{N9} = a \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r31}, \quad (3.120)$$

$$u_{C-} = u_{N14} = 0, \quad u_{C+} = u_{N13} = b \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r13}, \quad (3.121)$$

$$v_{B-} = v_{N12} = 0, \quad v_{B+} = v_{N11} = 0. \quad (3.122)$$

Ezután összekapcsoltam az oldallapokon lévő csomópontok elmozdulásait az adott irányban (3.27. ábra):

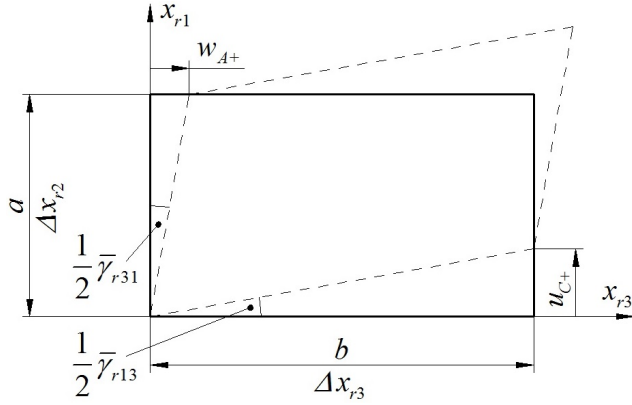
$$w_{A-} = w(0; x_{r_2}; x_{r_3}) = w_{N1}, \quad w_{A+} = w(a; x_{r_2}; x_{r_3}) = w_{N2}, \quad (3.123)$$

$$v_{B-} = v(x_{r_1}; 0; x_{r_3}) = v_{N5}, \quad v_{B+} = v(x_{r_1}; a; x_{r_3}) = v_{N8}, \quad (3.124)$$

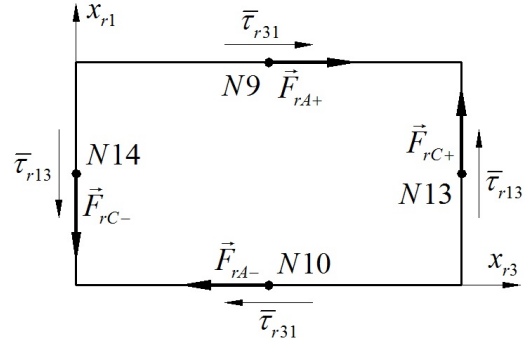
$$u_{C-} = u(x_{r_1}; x_{r_2}; 0) = u_{N3}, \quad u_{C+} = u(x_{r_1}; x_{r_2}; b) = u_{N7}. \quad (3.125)$$

A (3.123)-(3.125) képletekben:

$$0 \leq x_{r1} \leq a, \quad 0 \leq x_{r2} \leq a, \quad 0 \leq x_{r3} \leq b. \quad (3.126)$$



3.42. ábra A szálköteg modellcella alakváltozása  $x_{r1}x_{r3}$  síkbeli tiszta nyírásnál



3.43. ábra  $\bar{\tau}_{r13}$  és  $\bar{\tau}_{r31}$  átlagos feszültség

Az egymással szemben lévő oldallapokon a következők szerint kell összekapcsolni a csomópontokat a modellcella éleit kivéve:

$$A - / A +: \quad u(0; x_{r2}; x_{r3}) = u(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad v(0; x_{r2}; x_{r3}) = v(a; x_{r2}; x_{r3}), \quad (3.127)$$

$$B - / B +: \quad u(x_{r1}; 0; x_{r3}) = u(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad w(x_{r1}; 0; x_{r3}) = w(x_{r1}; a; x_{r3}), \quad (3.128)$$

$$C - / C +: \quad v(x_{r1}; x_{r2}; 0) = v(x_{r1}; x_{r2}; b), \quad w(x_{r1}; x_{r2}; 0) = w(x_{r1}; x_{r2}; b). \quad (3.129)$$

A (3.127)-(3.129) és a (3.131)-(3.133) összefüggésekben:

$$0 < x_{r1} < a, \quad 0 < x_{r2} < a, \quad 0 < x_{r3} < b. \quad (3.130)$$

A modellcella csúcspontjait kivéve az alábbiak szerint kell összekötni a csomópontpárokat az egymással szemben lévő éleken:

$$x_{r1} \text{ irányú élek: } w(x_{r1}; 0; 0) = w(x_{r1}; a; 0) = w(x_{r1}; a; b) = w(x_{r1}; 0; b), \quad (3.131)$$

$$x_{r2} \text{ irányú élek: } v(0; x_{r2}; 0) = v(0; x_{r2}; b) = v(a; x_{r2}; b) = v(a; x_{r2}; 0), \quad (3.132)$$

$$x_{r3} \text{ irányú élek: } u(0; 0; x_{r3}) = u(a; 0; x_{r3}) = u(a; a; x_{r3}) = u(0; a; x_{r3}). \quad (3.133)$$

A végeelemes modellcellával meghatározott reakcióerők az  $x_{r1}x_{r3}$  síkbeli nyírásnál:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{rA+} &= F_{r3A+} \vec{e}_{r3}, & \vec{F}_{rA-} &= F_{r3A-} \vec{e}_{r3}, & (\vec{F}_{rA+} &= -\vec{F}_{rA-}), \\ \vec{F}_{rC+} &= F_{r1C+} \vec{e}_{r1}, & \vec{F}_{rC-} &= F_{r1C-} \vec{e}_{r1}, & (\vec{F}_{rC+} &= -\vec{F}_{rC-}), \\ \vec{F}_{rB-} &= \vec{F}_{rB+} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.134)$$

A  $\bar{\tau}_{r13}$  és  $\bar{\tau}_{r31}$  átlagos nyírófeszültséget (3.43. ábra) az oldallapokon fellépő reakcióerőkből határoztam meg:

$$\bar{\tau}_{r13} = \frac{F_{r1C+}}{A_{C+}}, \quad \bar{\tau}_{r31} = \frac{F_{r3A+}}{A_{A+}}. \quad (3.135)$$

A (3.135) képletben számolt átlagos nyírófeszültségeknek meg kell egyeznie a modellcella egymásra merőleges oldallapjain:

$$\bar{\tau}_{r13} = \bar{\tau}_{r31}. \quad (3.136)$$

A szálköteg modellcella  $G_{r13}$  nyírási modulusa a (3.31) egyenletből:

$$G_{r13} = \frac{\bar{\tau}_{r13}}{\bar{\gamma}_{r13}}. \quad (3.137)$$

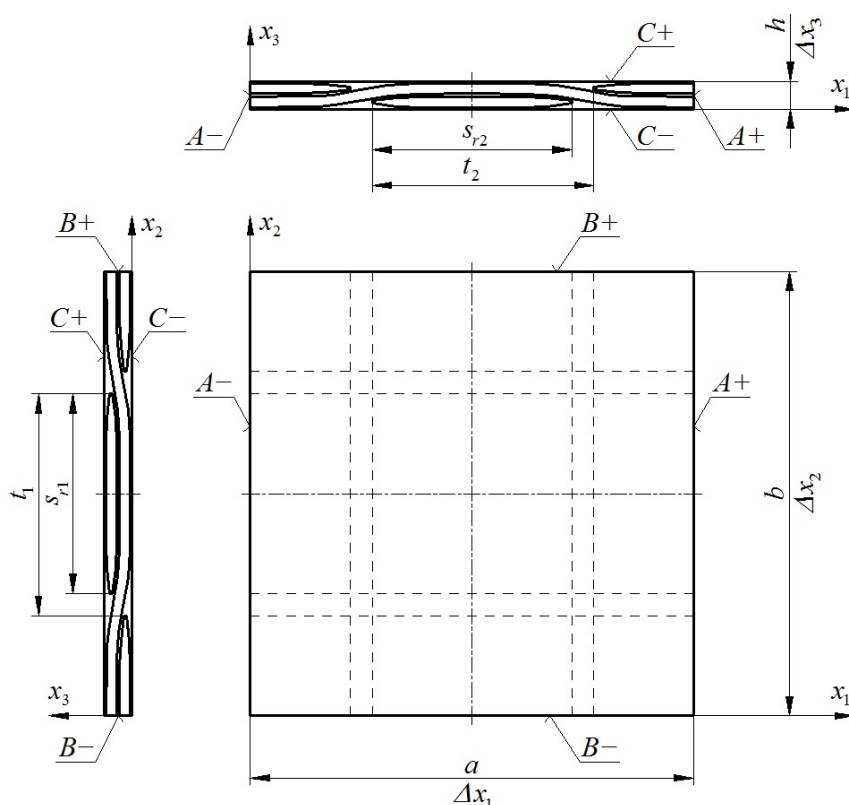
### 3.5. Textil kompozit réteg végeleemes modellcellája

A réteg modellcella kialakításának az a célja, hogy egy kompozit lemez egy kiragadott rétegének makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit a mátrix és a szálköteg anyagjellemzőinek ismeretében numerikus úton határozzuk meg. A 3.44. ábrán egy vászonkötésű textillel erősített kompozit réteg modellcellájának parametrikus méretei láthatók, amely bemutatja a hat oldallap azonosító jelét is. A 3.1. ábrán látható nyolcrétegű, vászonkötésű textil kompozit lemez egy rétegére felépített réteg modellcella konkrét geometriai méretei:

$$a = b = 4 \text{ mm}, \quad h = 0,25 \text{ mm}, \quad t_1 = t_2 = 2 \text{ mm}, \quad s_{r1} = s_{r2} = 1,8 \text{ mm},$$

$$A_{A+} = A_{A-} = 1 \text{ mm}^2, \quad A_{B+} = A_{B-} = 1 \text{ mm}^2, \quad A_{C+} = A_{C-} = 16 \text{ mm}^2.$$

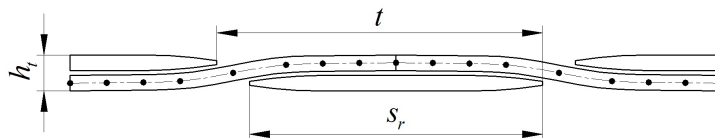
Az oldalhosszakat azért jelöltem általánosan külön  $a$ -val és  $b$ -vel, mert a bemutatott réteg modellcella nemcsak a vizsgált esetre, hanem általánosan, egy textillel erősített kompozit réteg végeleemes modellezésére is alkalmas. Tehát a leírtak érvényesek olyan szövési típusra is, ahol  $a \neq b$ , például a lánc- és a vetülékirányú szálköteg sűrűség nem egyezik meg. A réteg modellcellát nem egyszerűsíthettem azzal, hogy a szimmetriasíkokban elvágom és felezem a geometriát, mert az  $x_1x_2$  síkbeli nyírást is modelleztem, ami nem szimmetrikus terhelés.



3.44. ábra A vizsgált vászonkötésű textil kompozit réteg modellcella méretei

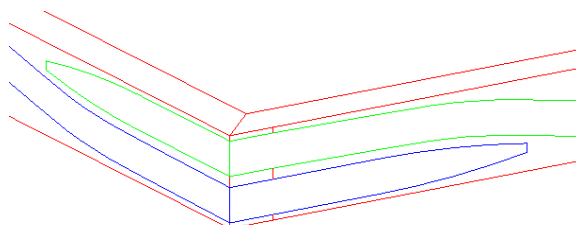
A réteg modellcellában lévő mátrixszal átítatott szálköteg keresztmetszete a 3.12. ábrán látható. A textil vastagsági méreteit és a szálkötegek hullámosságát a gyártás után mikroszkópos méréssel határoztam meg. Azt a két nyolcrétegű kompozit lemezt vizsgáltam, melyből kivágtam a próbatesteket. A textil modelljének keresztmetszete laminálás után a 3.45. ábrán látható. Egy szálköteget úgy modelleztem, hogy a szálköteg egy teljes hullámának középvonalát egy tizenhét

ponton átmenő spline-nal adtam meg, és a spline mentén húztam végig a szálköteg keresztmetszetét. A homogenizált szálköteg végeelem hálójában meg kellett adni a 3.12. és 3.16. ábrán látható  $x_{r1}$ ,  $x_{r2}$ ,  $x_{r3}$  anyagi főirányokat. Ezeket a szálköteg egyik 0,9 mm széles felületének (3.12. ábra) érintő síkjában definiáltam. Hogy egyértelműen kijöjjön a hullámban a lokális maximum, illetve minimum, a szálköteg térfogatát két félhullámra osztottam fel (3.45. ábra). A textil, vagyis a szálkötegek elhelyezkedését a rétegben a 3.14. ábra szemlélteti.



3.45. ábra A textil keresztmetszete laminálás után

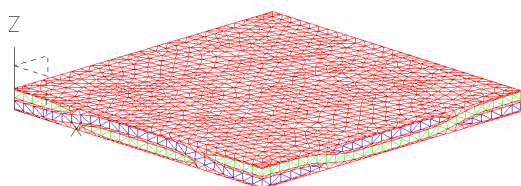
A modellcellára másodfokú tetraéder elemekből álló végelem hálót illesztettem. Az ismétlődés (periodicitás) miatt a réteg modellcellán is periodikus peremfeltételeket kellett alkalmazni, ezért a végelem hálót úgy hoztam létre, hogy a szemben lévő oldalfelületeken a csomópontok egymással szemben legyenek, csomópontpárok jöjjenek létre. A mátrix anyag tíz külső felületrészére írtam elő olyan összefüggéseket, hogy ugyanolyan legyen a háló a párban egymással szemben lévő felületeken. Az I-deas programrendszerben azonosra kell beállítani a körbejárási irányt az egymással szemben lévő felületek kerületén. Egy élen csak egy irány állítható be. Hogy ez ne jelentsen problémát az egymásra merőleges, közös éllel rendelkező felületeknél, a mátrix anyag tíz külső felületrészét felosztottam harminc tartományra. A 3.46. ábra mutatja a réteg modellcella egyik sarokrészén a mátrix anyag külső felületrészeinek felosztását. A réteg modellcella oldallapjainak súlypontja olyan felületrészen van, amelyekre összefüggéseket írtam elő. Emiatt elég volt három oldallap középpontjába kötött csomópontot definiálni, hogy mindegyik oldallap súlypontjába kerüljön csomópont.



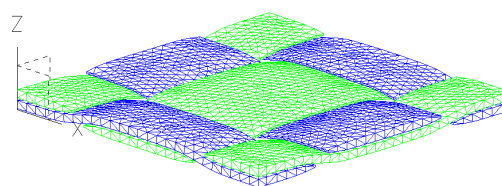
3.46. ábra A mátrix anyag külső felületrészeinek felosztása

A végelem hálót úgy építettem fel, hogy először a külső felületeket felosztottam másodfokú háromszög alakú (2D) felület elemekre, majd azokat felhasználva generáltam a másodfokú tetraéder alakú, térbeli (3D) elemeket a réteg modellcella belsejében. A hálózásnál nem kellett mindegyik felületpárra összefüggést megadni ahhoz, hogy az összes csomópontnak legyen párja az egymással szemben lévő oldallapon.

A 3.47. ábrán látható a réteg modellcella így kialakított végelem hálója, mely 38 974 elemet és 56 587 csomópontot tartalmaz. A 3.48. ábra a textil végelem hálóját mutatja be. Az XYZ koordináta-rendszer a réteg modellcella  $x_1, x_2, x_3$  anyagi főirányok koordináta-rendszerét jelöli.



3.47. ábra A réteg modellcella végelem hálója



3.48. ábra A textil réteg végelem hálója

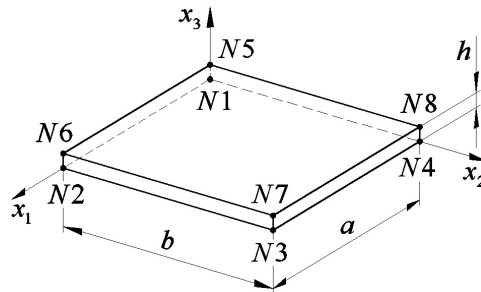
### 3. Anyag és módszer

A textil kompozit rétegre a (2.10) síkbeli ortotrop Hooke-törvény az alábbi alakú az átlagos alakváltozási és feszültségi vektorral felírva:

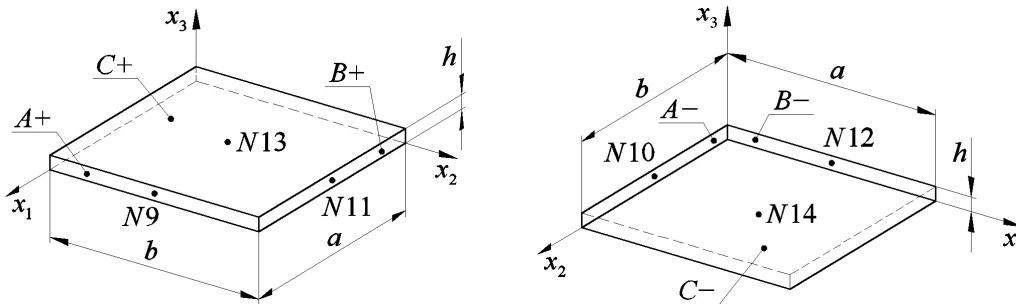
$$\begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_1 \\ \bar{\varepsilon}_2 \\ \bar{\gamma}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\tau}_{12} \end{bmatrix}. \quad (3.138)$$

A textil kompozit réteg makroszkopikus anyagállandói:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$ . A (3.1) összefüggéseket figyelembe véve a vizsgált modellcellának csak három független anyagállandója van:  $E_1$ ,  $\nu_{12}$ ,  $G_{12}$ .

A textil kompozit réteg modellcellára is kinematikai terhelést, csomóponti elmozdulásmezőt írtam elő. A modellcella csúcspontjaiban található csomópontokra a 3.49. ábrán, az oldallapok középpontjában lévőkre a 3.50. ábrán látható csomópont sorszámokkal hivatkozom.



3.49. ábra Csomópontok jelölése a réteg modellcella nyolc csúcspontjában



3.50. ábra Csomópontok jelölése az oldallapok középpontjában

Egy csomópont elmozdulásvektora a modellcella  $x_1, x_2, x_3$  koordináta-rendszerében:

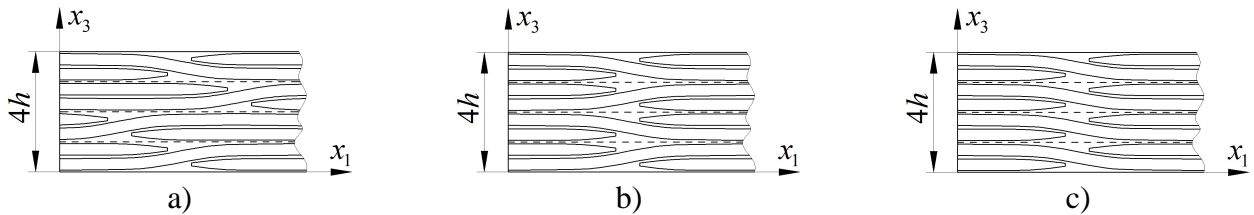
$$\vec{u} = u\vec{e}_1 + v\vec{e}_2 + w\vec{e}_3. \quad (3.139)$$

A kinematikai terhelés megadásánál az  $A+$ ,  $A-$ ,  $B+$ ,  $B-$  oldallapokon nem az egyes csomópontok, hanem az egész oldallapok elmozdulását írtam elő, illetve korlátoztam úgy, hogy a középső csomópontra adtam meg az elmozdulást, és a felületen található összes csomópontot összekapcsoltam az adott irányban. Ezzel a megadási móddal a terhelésekből adódó reakcióerőt a középső csomópontra redukáltam. A réteg modellcella oldalfelületei egybeesnek a szálkötegek anyagi főirányai síkjaival (3.16. ábra), ezért az oldallapokon a modellcella átlagfeszültsége jelenik meg. A homogenizált átlagfeszültség a (3.43)-hoz hasonlóan:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{A_j} \int_{(A_j)} \sigma_{ij} dA = \frac{F_i}{A_j}. \quad (3.140)$$

A képletben az  $F_i$  az  $x_j$  tengelyre merőleges,  $A_j$  területű oldallapon fellépő  $x_i$  irányú eredő reakcióerő.

A réteg modellcellának az  $x_1$  és  $x_2$  tengelyre merőlegesen van szimmetriasíkja (3.44. ábra). Az  $A-$ ,  $A+$ ,  $B-$  és  $B+$  oldallap a periodikusan egymás mellett lévő modellcellák szimmetriasíkja. A 3.4.1. pontban leírtak szerint a húzási kísérleteknél a négy oldallap sík marad, és párhuzamosan mozdul el a főirányok síkjaival. Az  $x_1x_2$  síkbeli nyírásnál az  $x_1$  tengelyre merőleges oldallapokon  $x_2$  irányban, az  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapokon  $x_1$  irányban nincs deformáció. A modellcellának az  $x_3$  tengelyre merőlegesen nincs szimmetriasíkja. Az ismertetett réteg modellcellát többrétegű textil kompozit lemez egy rétege anyagjellemzőinek meghatározására akarjuk használni. Egy többrétegű kompozit lemezben az egymást követő textil rétegek sokféleképpen helyezkedhetnek el egymáshoz viszonyítva. A 3.51. ábrán  $[0^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ]$  réteg összetételű textil kompozit lemezek metszetét látjuk, ahol mindegyik réteg ugyanolyan (textil, rétegvastagság). A réteghatárokat szaggatott vonal jelöli. A 3.51a ábra a textil rétegek egy lehetséges elhelyezkedését mutatja. A 3.51b ábrán a réteghatárok az egymást követő rétegek szimmetriasíkjai, a 3.51c ábrán ugyanúgy helyezkedik el a textil erősítés mindegyik rétegben. A réteg modellcella  $C-$  és  $C+$  oldallapjára nem adhatunk meg olyan peremfeltételt, hogy sík marad olyan esetben sem, ha a rétegek a 3.51b ábra szerint következnek. Akkor is csak a középső réteghatár marad síkban a húzási és nyírési kísérleteknél. Egyébként nagyon kicsi a valószínűsége, hogy a 3.51b ábra szerint helyezkedjenek el a kompozit lemezben a textil erősítések.



3.51. ábra Textil rétegek elhelyezkedése egy négyrétegű kompozit lemezben

### 3.5.1. A textil kompozit réteg modellcella húzása

A textil kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusának és  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőjének meghatározásához  $x_1$  irányú, az  $E_2$ ,  $\nu_{21}$  számításához  $x_2$  irányú húzást kell a réteg modellcellával modellezni. A két egytengelyű (egymásra merőleges irányú) húzásnál csak az átlagos fajlagos nyúlások különböznek nullától ( $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2 \neq 0$ ). A (2.63) egyenletben az  $\bar{\varepsilon}_j$  az alábbi alakú:

$$\bar{\varepsilon}_j = \frac{c_i^j}{\Delta x_j}, \quad c_i^j = \Delta x_j \bar{\varepsilon}_j, \quad (i = j = 1, 2). \quad (3.141)$$

Az átlagos fajlagos szögtorzulás az  $x_i x_j$  síkban zérus:

$$\bar{\gamma}_{ij} = 0 = \frac{c_i^j}{\Delta x_j}, \quad c_i^j = 0, \quad (i \neq j = 1, 2). \quad (3.142)$$

A húzási kísérletek során az  $x_1$  és  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapok síkok maradnak, és párhuzamosan mozdulnak el a főirányok síkjaival. Ezt úgy valósítottam meg, hogy az oldalfelületeken mereven összekötöttem az összes csomópontot a felületre merőleges irányban a (3.143) és (3.144) szerint:

### 3. Anyag és módszer

$$u_{A-} = u(0; x_2; x_3) = u_{N1}, \quad u_{A+} = u(a; x_2; x_3) = u_{N2}, \quad (3.143)$$

$$v_{B-} = v(x_1; 0; x_3) = v_{N5}, \quad v_{B+} = v(x_1; b; x_3) = v_{N8}. \quad (3.144)$$

A (3.143) és (3.144) összefüggésben:

$$0 \leq x_1 \leq a, \quad 0 \leq x_2 \leq b, \quad 0 \leq x_3 \leq h. \quad (3.145)$$

A réteg modellcella merevtestszerű haladó és forgó mozgását meg kell akadályozni. Az  $A-$  és a  $B-$  oldallapot a középső csomópontban fogtam meg a felületre merőlegesen az  $x_1$  és az  $x_2$  irányú húzásnál is:

$$u_{A-} = u_{N10} = 0, \quad v_{B-} = v_{N12} = 0. \quad (3.146)$$

A húzások során a szálkötegekben a húzás irányában a hullámosság csökken, a húzásra merőleges irányban pedig növekszik, emiatt a  $C+$  és a  $C-$  oldallap nem marad sík. A modellcellát  $x_3$  irányban az origóban lévő  $N1$  csomópontban fogtam meg:

$$w_{N1} = 0. \quad (3.147)$$

A réteg modellcella  $x_j$  ( $j=1, 2$ ) irányú, egytengelyű húzásánál a modellcella  $\bar{\varepsilon}_j$  fajlagos nyúlását írtam elő, és az  $x_j$  normálisú oldallap  $x_j$  irányú elmozdulását számoltam a (3.141) egyenletből. A keresztkontrakciót numerikusan, végeleselemes számítással határoztam meg.

Az  $x_1$  és az  $x_2$  irányú húzásnál azt kell megadni periodikus peremfeltételnek, hogy a szemben lévő csomópontok az oldallap síkjában ugyanúgy mozduljanak el. A csomópontpárokat az egymással szemben lévő oldallapokon, a modellcella éleit kivéve az alábbiak szerint kell összekapcsolni:

$$A- / A+: \quad v(0; x_2; x_3) = v(a; x_2; x_3), \quad w(0; x_2; x_3) = w(a; x_2; x_3), \quad (3.148)$$

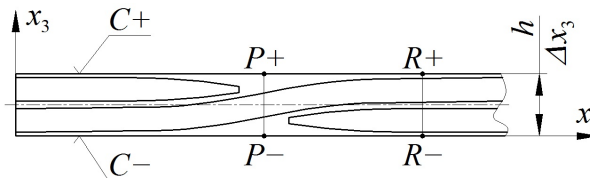
$$B- / B+: \quad u(x_1; 0; x_3) = u(x_1; b; x_3), \quad w(x_1; 0; x_3) = w(x_1; b; x_3), \quad (3.149)$$

$$C- / C+: \quad u(x_1; x_2; 0) = u(x_1; x_2; h), \quad v(x_1; x_2; 0) = v(x_1; x_2; h). \quad (3.150)$$

A (3.148)-(3.150) és a (3.152)-(3.158) összefüggésekben:

$$0 < x_1 < a, \quad 0 < x_2 < b, \quad 0 < x_3 < h. \quad (3.151)$$

A kompozit lemezben a rétegek együtt dolgoznak. A (3.150) összefüggés azt biztosítja, hogy a réteg húzásánál nem lép fel hajlítás a réteg modellcellán a szálköteg hullámosság csökkenéséből, növekedéséből adódóan. A  $C+$  és a  $C-$  oldallapokon levő csomópontpárokat összekötő egyenes merőleges marad az alakváltozás előtti középfelületre. A 3.52. ábrán látható  $P- / P+$  és  $R- / R+$  pontok az alakváltozás után is egymás felett helyezkednek el. Ezt eddig mások nem alkalmazták.



3.52. ábra Pontok a kompozit réteg alsó és felső lapján

A  $C- / C+$  oldallapra periodicitást  $x_3$  irányban nem adhatunk meg olyan kompozit lemez rétegének modellezésénél sem, ahol mindegyik réteg ugyanolyan (textil, rétegvastagság, szádirány). Ugyanis nagyon kicsi a valószínűsége annak, hogy a kompozit lemezben az egymást követő rétegekben ugyanúgy helyezkedik el a textil erősítés a 3.51c ábra szerint.



A periodicitás biztosítása érdekében az egymással szemben lévő éleken található csomópontpárokat, a modellcella csúcspontjait kivéve a (3.152)-(3.158) összefüggések alapján kell összekötni.

$$x_1 \text{ irányú élek: } u(x_1; 0; 0) = u(x_1; b; 0), \quad w(x_1; 0; 0) = w(x_1; b; 0), \quad (3.152)$$

$$u(x_1; 0; h) = u(x_1; b; h), \quad w(x_1; 0; h) = w(x_1; b; h), \quad (3.153)$$

$$u(x_1; b; 0) = u(x_1; b; h). \quad (3.154)$$

$$x_2 \text{ irányú élek: } v(0; x_2; 0) = v(a; x_2; 0), \quad w(0; x_2; 0) = w(a; x_2; 0), \quad (3.155)$$

$$v(0; x_2; h) = v(a; x_2; h), \quad w(0; x_2; h) = w(a; x_2; h), \quad (3.156)$$

$$v(a; x_2; 0) = v(a; x_2; h). \quad (3.157)$$

$$x_3 \text{ irányú élek: } w(0; 0; x_3) = w(a; 0; x_3) = w(a; b; x_3) = w(0; b; x_3). \quad (3.158)$$

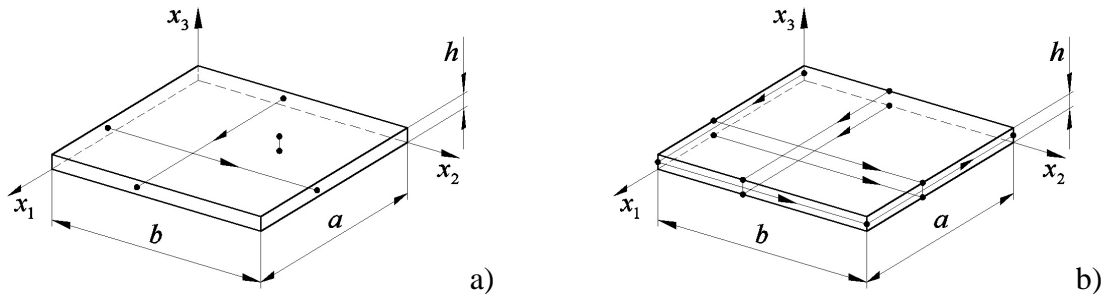
A  $C-$  oldallapon minden sarokpontnak ugyanannyi az elmozdulása  $x_3$  irányban, vagyis 0. Ezért a sarokpontokban lévő csomópontokat  $x_3$  irányban kötöttem össze. Ebben az esetben az  $N3$  volt a független csomópont:

$$w_{N1} = w_{N2} = w_{N4} = w_{N3}. \quad (3.159)$$

A  $C+$  oldallapon is összekapcsoltam a sarokpontokban található csomópontokat  $x_3$  irányban, itt a független csomópont az  $N7$ :

$$w_{N5} = w_{N6} = w_{N8} = w_{N7}. \quad (3.160)$$

A 3.53. ábra az egymással szemben lévő csomópontok összekapcsolását szemlélteti az oldallapokon és az éleken.



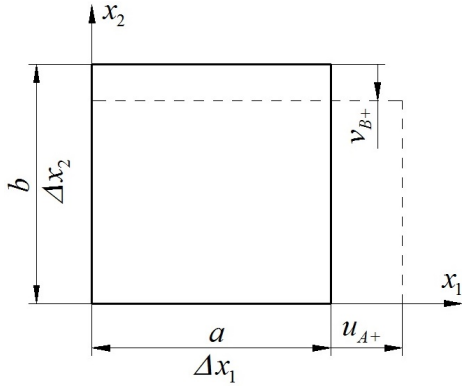
3.53. ábra Csomópontok összekapcsolása a periodicitás biztosításához

### 3.5.1.1. Húzóvizsgálat modellezése az $E_1$ és a $\nu_{12}$ meghatározásához

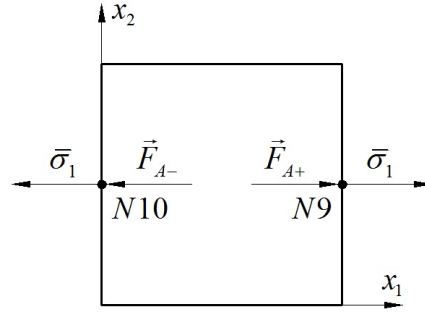
Az  $x_1$  irányú húzásnál az  $\bar{\varepsilon}_1$  átlagos nyúlást írtam elő, melyből a kinematikai terhelés az  $A+$  oldallapon:

$$u_{A+} = u_{N9} = a \bar{\varepsilon}_1. \quad (3.161)$$

A 3.54. ábrán látható  $u_{A+}$  elmozdulást az  $N9$  csomópontra adtam meg. A  $B+$  oldallap  $\nu_{B+}$  keresztkontrakcióját numerikusan, végeleemes számítással határoztam meg.



3.54. ábra A réteg modellcella alakváltozása  $x_1$  irányú húzásnál



3.55. ábra A homogénizált  $\bar{\sigma}_1$  normálfeszültség  $x_1$  irányú húzásnál

A textil kompozit végeelemes réteg modellcellával meghatározott keresztkontrakció és reakcióerők az  $x_1$  irányú húzásnál:

$$\begin{aligned} v_{B+}, \\ \vec{F}_{A+} = F_{1A+} \vec{e}_1, \quad \vec{F}_{A-} = F_{1A-} \vec{e}_1, \quad (\vec{F}_{A+} = -\vec{F}_{A-}), \\ \vec{F}_{B-} = \vec{F}_{N1} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.162)$$

A 3.55. ábra az  $x_1$  irányú húzásnál a modellcellán kialakult  $\bar{\sigma}_1$  homogén átlagos normálfeszültséget szemlélteti, melyet az  $A+$  oldallapon fellépő reakcióerőnek és az oldallap területének hányadosával számítjuk a (3.140) szerint:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{F_{1A+}}{A_{A+}}. \quad (3.163)$$

Az  $x_1$  irányú rugalmassági modulust az egytengelyű feszültségi állapotra vonatkozó Hooke-törvényből az alábbiak szerint kapjuk a (3.138)-ból:

$$E_1 = \frac{\bar{\sigma}_1}{\bar{\varepsilon}_1}. \quad (3.164)$$

A  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőt a numerikusan előállított  $v_{B+}$  és az előírt  $u_{A+}$  elmozdulásból határoztam meg:

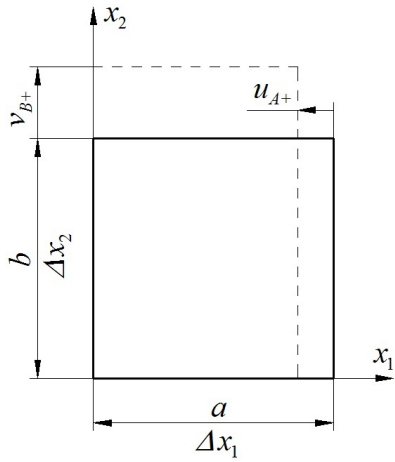
$$\nu_{12} = -\frac{\bar{\varepsilon}_2}{\bar{\varepsilon}_1} = -\frac{v_{B+}}{b} \frac{a}{u_{A+}} = -\frac{v_{B+}}{u_{A+}} \frac{a}{b}. \quad (3.165)$$

### 3.5.1.2. Húzóvizsgálat modellezése az $E_2$ és a $\nu_{21}$ meghatározásához

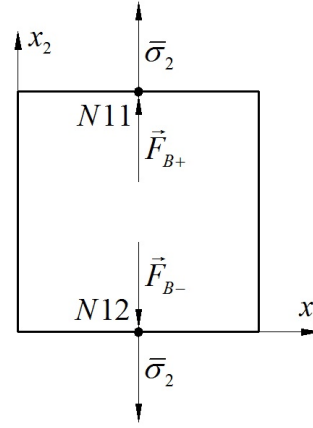
Az  $x_2$  irányú húzásnál az  $\bar{\varepsilon}_2$  fajlagos nyúlást adtam meg, amiből a  $B+$  oldallap elmozdulása:

$$v_{B+} = v_{N11} = b \bar{\varepsilon}_2. \quad (3.166)$$

A 3.56. ábra a réteg modellcella alakváltozását mutatja be az  $x_2$  irányú húzás esetén.



3.56. ábra A réteg modellcella alakváltozása  $x_2$  irányú húzásnál



3.57. ábra A homogenizált  $\bar{\sigma}_2$  normálfeszültség  $x_2$  irányú húzásnál

A végeleemes réteg modellcellával  $x_2$  irányú húzásnál az alábbi mennyiségeket határoztam meg numerikusan:

$$\begin{aligned} & u_{A+}, \\ & \vec{F}_{B+} = F_{2B+} \vec{e}_2, \quad \vec{F}_{B-} = F_{2B-} \vec{e}_2, \quad (\vec{F}_{B+} = -\vec{F}_{B-}), \\ & \vec{F}_{A-} = \vec{F}_{N1} = \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.167)$$

A homogenizált feszültségi vektorban csak a 3.57. ábrán látható  $\bar{\sigma}_2$  különbözik nullától, amely a  $B+$  oldallap középső csomópontjába redukált reakcióerőből és a  $B+$  oldallap keresztmetszetéből számítható ki:

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{F_{2B+}}{A_{B+}}. \quad (3.168)$$

A textil kompozit réteg  $x_2$  irányú rugalmassági modulusa a homogenizált  $\bar{\sigma}_2$  feszültségből és az előírt  $\bar{\varepsilon}_2$  átlagos fajlagos nyúlásból számítható:

$$E_2 = \frac{\bar{\sigma}_2}{\bar{\varepsilon}_2}. \quad (3.169)$$

Az  $x_2$  irányú húzásnál a  $\nu_{21}$  Poisson-tényezőt tudjuk meghatározni:

$$\nu_{21} = -\frac{\bar{\varepsilon}_1}{\bar{\varepsilon}_2} = -\frac{u_{A+}}{a} \frac{b}{v_{B+}} = -\frac{u_{A+}}{v_{B+}} \frac{b}{a}. \quad (3.170)$$

### 3.5.2. Nyíróvizsgálat modellezése a $G_{12}$ meghatározásához

A (2.63) periodikus feltétel tiszta nyírás esetén:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{ij} &= \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{ij} + \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{ji} = \frac{c_i^j}{\Delta x_j} + \frac{c_j^i}{\Delta x_i}, \\ c_i^j &= \Delta x_j \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{ij}, \quad c_j^i = \Delta x_i \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{ji}, \quad (i \neq j = 1, 2). \end{aligned} \quad (3.171)$$

Nyírásnál az átlagos fajlagos nyúlás mindkét irányban zérus kell, hogy legyen:

$$\bar{\varepsilon}_j = 0 = \frac{c_i^j}{\Delta x_j}, \quad c_i^j = 0, \quad (i = j = 1, 2). \quad (3.172)$$

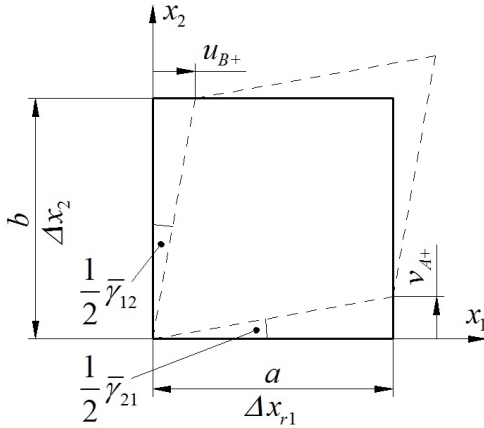
A textil kompozit réteg  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusának meghatározásához az  $x_1x_2$  síkban kell tiszta nyírást szimulálni. Ebben az esetben az átlagos alakváltozási vektorban csak a  $\bar{\gamma}_{12}$  átlagos szögtorzulás különbözik nullától, ezért a szimulációnál ezt kell előírni:

$$\bar{\gamma}_{12} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{12} + \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{21}, \quad \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{12} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{21}. \quad (3.173)$$

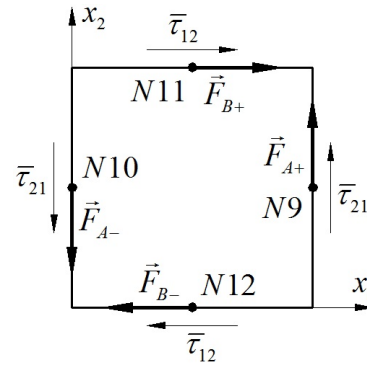
A tiszta nyírást a réteg modellcella  $x_1$  tengelyre merőleges oldallapjainak  $x_2$  irányú és az  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapjainak  $x_1$  irányú előírt elmozdulásával modelleztem. Az ehhez szükséges kinematikai előírásokat az  $A+$ ,  $A-$ ,  $B+$ ,  $B-$  oldallapok középpontjában lévő csomópontokra adtam meg (3.58. ábra):

$$v_{A-} = v_{N10} = 0, \quad v_{A+} = v_{N9} = a \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{21}, \quad (3.174)$$

$$u_{B-} = u_{N12} = 0, \quad u_{B+} = u_{N11} = b \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{12}. \quad (3.175)$$



3.58. ábra A réteg modellcella alakváltozása  $x_1x_2$  síkbeli tiszta nyírást esetén



3.59. ábra A homogenizált  $\bar{\tau}_{12}$  és  $\bar{\tau}_{21}$  csúsztató feszültség

A nyírást modellezésénél az  $x_1$  és  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapokon az alábbiak szerint kell összekapcsolni csomópontokat:

$$v_{A-} = v(0; x_2; x_3) = v_{N1}, \quad v_{A+} = v(a; x_2; x_3) = v_{N2}, \quad (3.176)$$

$$u_{B-} = u(x_1; 0; x_3) = u_{N5}, \quad u_{B+} = u(x_1; b; x_3) = u_{N8}. \quad (3.177)$$

A (3.176) és (3.177) összefüggésben:

$$0 \leq x_1 \leq a, \quad 0 \leq x_2 \leq b, \quad 0 \leq x_3 \leq h. \quad (3.178)$$

Az  $x_1x_2$  síkbeli nyírásnál sem marad síkban a  $C+$  és a  $C-$  oldallap. A merevtestszerű mozgás megakadályozására az origóban lévő  $N1$  csomópontot fogtam meg  $x_3$  irányban:

$$w_{N1} = 0. \quad (3.179)$$

Nyírásnál a csomópontpárokat az egymással szemben lévő oldallapokon, a modellcella éleit kivéve a (3.180)-(3.182) szerint kell összekötni a periodicitás biztosításához. A  $C-/C+$  oldallap síkjában a húzáshoz hasonlóan itt is adtam meg periodikus peremfeltételt.

### 3. Anyag és módszer

$$A- / A+: \quad u(0; x_2; x_3) = u(a; x_2; x_3), \quad w(0; x_2; x_3) = w(a; x_2; x_3), \quad (3.180)$$

$$B- / B+: \quad v(x_1; 0; x_3) = v(x_1; b; x_3), \quad w(x_1; 0; x_3) = w(x_1; b; x_3), \quad (3.181)$$

$$C- / C+: \quad u(x_1; x_2; 0) = u(x_1; x_2; h), \quad v(x_1; x_2; 0) = v(x_1; x_2; h). \quad (3.182)$$

A (3.180)-(3.182) és a (3.184)-(3.190) összefüggésekben:

$$0 < x_1 < a, \quad 0 < x_2 < b, \quad 0 < x_3 < h. \quad (3.183)$$

Az egymással szemben lévő éleken, a modellcella csúcspontjait kivéve az alábbiak alapján kell összekötni a csomópontpárokat.

$$x_1 \text{ irányú élek: } v(x_1; 0; 0) = v(x_1; b; 0), \quad w(x_1; 0; 0) = w(x_1; b; 0), \quad (3.184)$$

$$v(x_1; 0; h) = v(x_1; b; h), \quad w(x_1; 0; h) = w(x_1; b; h), \quad (3.185)$$

$$v(x_1; b; 0) = v(x_1; b; h). \quad (3.186)$$

$$x_2 \text{ irányú élek: } u(0; x_2; 0) = u(a; x_2; 0), \quad w(0; x_2; 0) = w(a; x_2; 0), \quad (3.187)$$

$$u(0; x_2; h) = u(a; x_2; h), \quad w(0; x_2; h) = w(a; x_2; h), \quad (3.188)$$

$$u(a; x_2; 0) = u(a; x_2; h). \quad (3.189)$$

$$x_3 \text{ irányú élek: } w(0; 0; x_3) = w(a; 0; x_3) = w(a; b; x_3) = w(0; b; x_3). \quad (3.190)$$

A C- oldallapon összekötöttem a sarokpontokban lévő csomópontokat  $x_3$  irányban, a független csomópont az  $N3$ :

$$w_{N1} = w_{N2} = w_{N4} = w_{N3}. \quad (3.191)$$

A C+ oldallapon is összekapcsoltam  $x_3$  irányban a csomópontokat a sarokpontokban, a független csomópont az  $N7$ :

$$w_{N5} = w_{N6} = w_{N8} = w_{N7}. \quad (3.192)$$

A végeelemes számítással meghatározott reakcióerők az  $x_1 x_2$  síkbeli nyírásnál:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{A+} &= F_{2A+} \vec{e}_2, & \vec{F}_{A-} &= F_{2A-} \vec{e}_2, & (\vec{F}_{A+} &= -\vec{F}_{A-}), \\ \vec{F}_{B+} &= F_{1B+} \vec{e}_1, & \vec{F}_{B-} &= F_{1B-} \vec{e}_1, & (\vec{F}_{B+} &= -\vec{F}_{B-}), \\ \vec{F}_{N1} &= \vec{0}. \end{aligned} \quad (3.193)$$

A 3.59. ábrán látható átlagos nyírófeszültségek az  $x_1$  és az  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapokon:

$$\bar{\tau}_{12} = \frac{F_{1B+}}{A_{B+}}, \quad \bar{\tau}_{21} = \frac{F_{2A+}}{A_{A+}}. \quad (3.194)$$

A  $\tau$  feszültségek dualitása miatt a homogenizált csúsztató feszültségeknek meg kell egyezniük:

$$\bar{\tau}_{12} = \bar{\tau}_{21}. \quad (3.195)$$

A textil kompozit réteg nyírási modulusa az  $x_1 x_2$  síkban:

$$G_{12} = \frac{\bar{\tau}_{12}}{\bar{\gamma}_{12}}. \quad (3.196)$$

## 4. EREDMÉNYEK

A kutatásom során kidolgoztam egy szálköteg és egy textil kompozit réteg végeselemes modellcellát. Ebben a fejezetben leírom a kísérletbe bevont textil kompozit lemez modellcelláival meghatározott makroszkopikus anyagjellemzőket. Összehasonlítom a modellcellákkal kapott anyagjellemzőket mérési eredményekkel. Ezzel igazolom (validálom) a szálköteg és a textil kompozit réteg modellcella mérnöki számításokban történő használhatóságát, alkalmazhatóságát. Ezután a modellcellákkal olyan paraméter vizsgálatokat mutatok be, melyekkel egy textil kompozit réteg mechanikai tulajdonságainak változását elemeztem.

### 4.1. Szálköteg meghatározott makroszkopikus anyagjellemzői

A 3.20. ábrán látható végeselemes szálköteg modellcella ortotrop anyagjellemzőit a 3.4. pontban ismertetett módon határoztam meg.

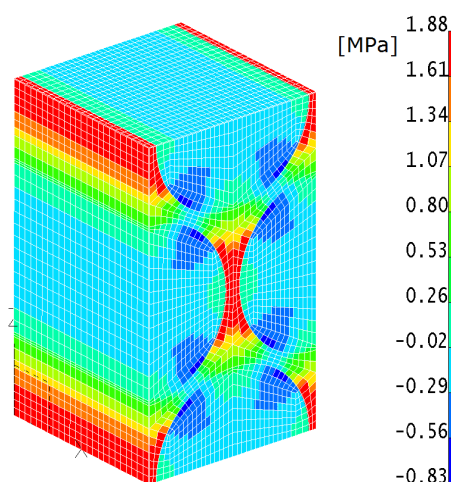
#### 4.1.1. A szálköteg modellcella húzásának eredményei

A 4.1. táblázat foglalja össze a kísérletbe bevont textil kompozit lemez szálköteg végeselemes modellcellájával az  $x_{r1}$  irányú húzás esetére az előírt kinematikai terhelést, a numerikusan meghatározott mennyiségeket, valamint az azokból számolt átlagos feszültséget és anyagjellemzőket.

4.1. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_{r1}$  irányú húzásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\varepsilon}_{r1} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ , $u_{A+} = u_{N9} = 19,0325 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Végeselemes számítással előállított mennyiségek	$v_{B+} = -3,854 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$ , $w_{C+} = -6,675 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$ $\vec{F}_{rA+} = (44\,479,2 \vec{e}_{r1}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rA-} = (-44\,479,2 \vec{e}_{r1}) \mu\text{N}$
Átlagos feszültség	$\bar{\sigma}_{r1} = 443,09 \text{ MPa}$
Anyagjellemzők	$E_{r1} = 177\,236 \text{ MPa}$ , $\nu_{r12} = 0,202$ , $\nu_{r13} = 0,202$

A szálköteg modellcellán a valóságos  $\sigma_{r3}$  feszültségeloszlást szemlélteti a 4.1. ábra  $\bar{\varepsilon}_{r1} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  előírt átlagos fajlagos nyúlás esetén, melynek az átlaga zérus. A feszültségeloszlás periodicitása elemi szálszálként is látható a modellcellán belül. Az olyan ábrákon, melyeken a szálköteg végeselemes modellcellája látható, az XYZ koordináta-rendszer megfelel a szálköteg modellcella  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  koordináta-rendszerének.



4.1. ábra A valóságos  $\sigma_{r3}$  feszültségeloszlás  $x_{r1}$  irányú húzásnál

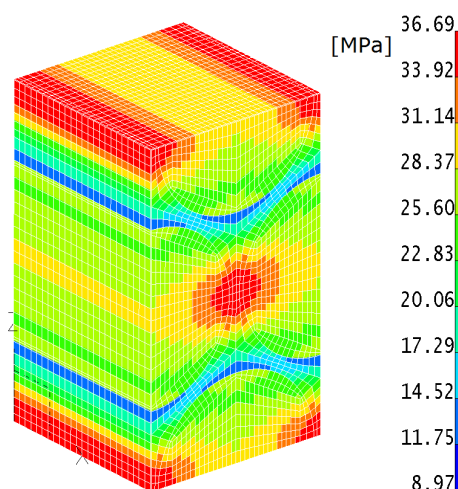
## 4. Eredmények

Az  $x_{r_2}$  irányú húzás esetén a 4.2. táblázatban láthatóak a szálköteg modellcellánál megadott kinematikai terhelések és a numerikusan meghatározott mennyiségek. Az átlagos  $\bar{\sigma}_{r_2}$  normálfeszültséget és az anyagjellemzőket a (3.69)-(3.72) képletek szerint számoltam.

4.2. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_{r_2}$  irányú húzásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\varepsilon}_{r_2} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ , $v_{B+} = v_{N11} = 19,0325 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Végeselemes számítással előállított mennyiségek	$\vec{F}_{rB+} = (2\,597,9 \vec{e}_{r_2}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rB-} = (-2\,597,9 \vec{e}_{r_2}) \mu\text{N}$
	$u_{A+} = -2,251 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$ , $w_{C+} = -14,189 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Átlagos feszültség	$\bar{\sigma}_{r_2} = 25,88 \text{ MPa}$
Anyagjellemzők	$E_{r_2} = 10\,352 \text{ MPa}$ , $\nu_{r21} = 0,012$ , $\nu_{r23} = 0,430$

A 4.2. ábra szemlélteti  $\bar{\varepsilon}_{r_2} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  esetén a vizsgált szálköteg modellcellán kialakult  $\sigma_{r_2}$  valóságos feszültségeloszlást, melynek a homogenizált értéke:  $\bar{\sigma}_{r_2} = 25,88 \text{ MPa}$  (4.2. táblázat).



4.2. ábra A valóságos  $\sigma_{r_2}$  feszültségeloszlás

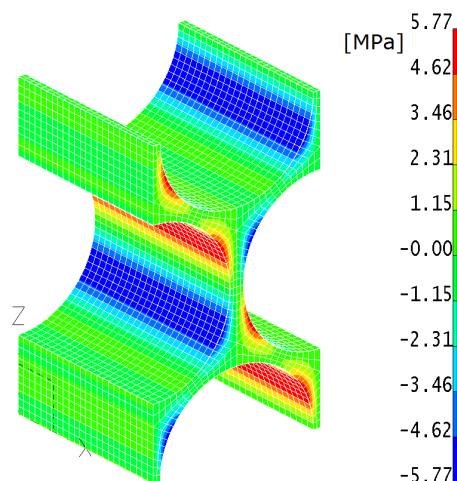
A 4.3. táblázat foglalja össze a kísérletbe bevont szálköteg adataival az  $x_{r_3}$  irányú húzásnál kapott végeselemes számítás eredményeit.

4.3. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_{r_3}$  irányú húzásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\varepsilon}_{r_3} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ , $w_{C+} = v_{N13} = 32,965 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Végeselemes számítással előállított mennyiségek	$\vec{F}_{rC+} = (1\,499,9 \vec{e}_{r_3}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rC-} = (-1\,499,9 \vec{e}_{r_3}) \mu\text{N}$
	$u_{A+} = -2,251 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$ , $v_{B+} = -8,1921 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Átlagos feszültség	$\bar{\sigma}_{r_3} = 25,88 \text{ MPa}$
Anyagjellemzők	$E_{r_3} = 10\,352 \text{ MPa}$ , $\nu_{r31} = 0,012$ , $\nu_{r32} = 0,430$

A 4.3. ábra a szálköteg modellcella mátrixában kialakuló valóságos  $\tau_{r23}$  feszültségeloszlást szemlélteti  $\bar{\varepsilon}_{r_3} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  átlagos fajlagos nyúlásnál. A modellcella  $x_{r_2}$  és  $x_{r_3}$  irányú húzásánál a valóságban nyírás is kialakul a mátrixban a két erősítő szál között az  $x_{r_2}x_{r_3}$  síkban, mivel az elemi szálak merevebbek, mint a mátrix anyag.

## 4. Eredmények



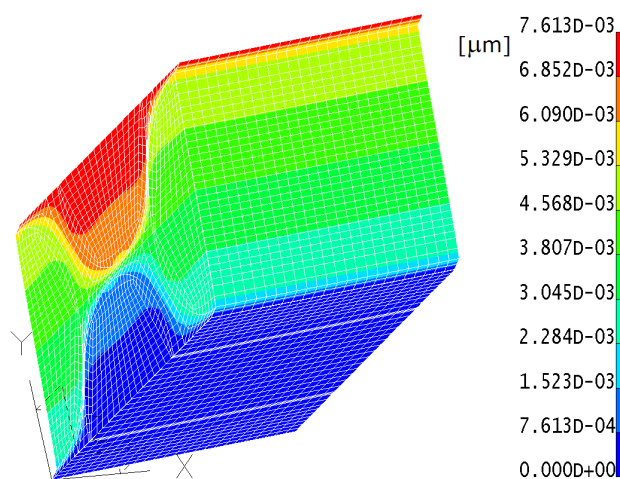
4.3. ábra A valóságos  $\tau_{r_{23}}$  feszültségeloszlás a mátrix anyagban  $x_{r_3}$  irányú húzás esetén

### 4.1.2. A szálköteg modellcella nyírásának eredményei

A szálköteg modellcellával, az  $x_{r_1}x_{r_2}$  síkbeli nyírásra kapott végeselemes számítás eredményeit a 4.4. táblázat tartalmazza a vizsgált adatokra.

4.4. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_{r_1}x_{r_2}$  síkbeli nyírásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\gamma}_{r_{12}} = 2 \cdot 10^{-3}$ , $\frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r_{12}} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{r_{21}} = 10^{-3}$
	$v_{A+} = v_{N9} = 7,613 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$ , $u_{B+} = u_{N11} = 7,613 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Reakcióerők	$\vec{F}_{r_{A+}} = (825,9 \vec{e}_{r_2}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{r_{A-}} = (-825,9 \vec{e}_{r_2}) \mu\text{N}$
	$\vec{F}_{r_{B+}} = (825,9 \vec{e}_{r_1}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{r_{B-}} = (-825,9 \vec{e}_{r_1}) \mu\text{N}$
Átlagos feszültség	$\bar{\tau}_{r_{12}} = 8,23 \text{ MPa}$ , $\bar{\tau}_{r_{21}} = 8,23 \text{ MPa}$
Nyírási modulus	$G_{r_{12}} = 4115 \text{ MPa}$



4.4. ábra Az  $x_{r_1}$  irányú elmozdulásmező



#### 4. Eredmények

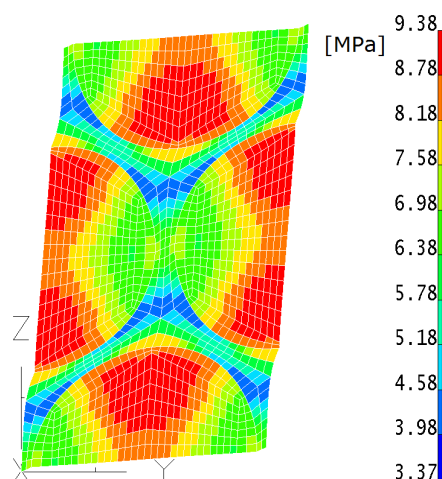
Az  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírásnál a szálirányra merőleges A+ és A- oldallap nem marad sík. A 3.38. ábrán látható  $\frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r12}$  fajlagos szögtorzulás átlagos érték. A szálköteg modellcellán az  $x_{r1}$  irányú elmozdulásmezőt a 4.4. ábra szemlélteti százszoros nagyításban  $\frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r12} = 10^{-3}$  esetén.

A kísérletbe bevont szálköteg adataival meghatározott végeselemes számítás eredményeit az  $x_{r2}x_{r3}$  síkbeli nyírásra a 4.5. táblázat tartalmazza.

4.5. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_{r2}x_{r3}$  síkbeli nyírásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\gamma}_{r23} = 2 \cdot 10^{-3}$ , $\frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r23} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r32} = 10^{-3}$
	$w_{B+} = w_{N11} = 7,613 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$ , $v_{C+} = v_{N14} = 13,186 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Reakcióerők	$\vec{F}_{rB+} = (726,5 \vec{e}_{r3}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rB-} = (-726,5 \vec{e}_{r3}) \mu\text{N}$
	$\vec{F}_{rC+} = (419,4 \vec{e}_{r2}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rC-} = (-419,4 \vec{e}_{r2}) \mu\text{N}$
Átlagos feszültség	$\bar{\tau}_{r23} = 7,24 \text{ MPa}$ , $\bar{\tau}_{r32} = 7,24 \text{ MPa}$
Nyírási modulus	$G_{r23} = 3\,620 \text{ MPa}$

A 4.5. ábrán  $\bar{\gamma}_{r23} = 2 \cdot 10^{-3}$  szögtorzulásnál látható a vizsgált szálköteg modellcellán a  $\tau_{r23}$  feszültségeloszlás, melynek az átlaga:  $\bar{\tau}_{r23} = 7,24 \text{ MPa}$  (4.5. táblázat). A B+, B-, C+, C- oldallap nem marad sík. Az ábrán a deformáció százszoros nagyítású. A periodicitást előírva ugyanolyan a szemben lévő oldalak deformációja és feszültségeloszlása, tehát alakváltozás után is fel lehet építeni modellcellákkal a teljes szálköteget.



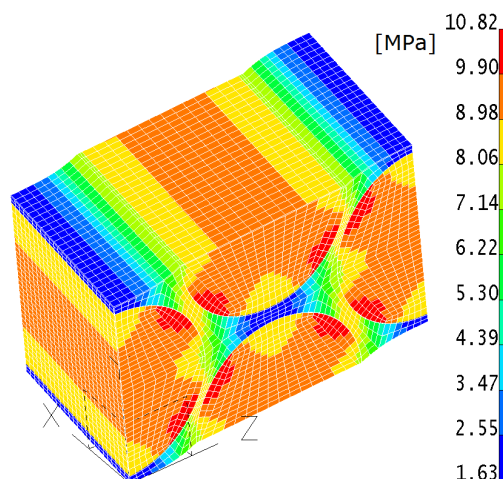
4.5. ábra A valóságos  $\tau_{r23}$  feszültségeloszlás

Az  $x_{r1}x_{r3}$  síkbeli nyírásra a 4.6. táblázat tartalmazza a megadott kinematikai terheléseket és a numerikusan meghatározott mennyiségeket. Az átlagos feszültség:  $\bar{\tau}_{r13} = 8,23 \text{ MPa}$ . A 4.6. ábra a valóságos  $\tau_{r13}$  feszültségeloszlást szemlélteti a vizsgált szálköteg modellcellán  $\bar{\gamma}_{r13} = 2 \cdot 10^{-3}$  esetén. Az ábrán a deformáció százszoros nagyítású. Az A+ és A- oldallap ugyanúgy nem marad sík, mint az  $x_{r1}x_{r2}$  síkbeli nyírásnál (4.4. ábra).

## 4. Eredmények

4.6. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_{r1}x_{r3}$  síkbeli nyírásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\gamma}_{r13} = 2 \cdot 10^{-3}$ , $\frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r13} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_{r31} = 10^{-3}$
	$w_{A+} = w_{N9} = 7,613 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$ , $u_{C+} = u_{N13} = 13,186 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Reakcióerők	$\vec{F}_{rA+} = (825,9 \vec{e}_{r3}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rA-} = (-825,9 \vec{e}_{r3}) \mu\text{N}$
	$\vec{F}_{rC+} = (476,8 \vec{e}_{r1}) \mu\text{N}$ , $\vec{F}_{rC-} = (-476,8 \vec{e}_{r1}) \mu\text{N}$
Átlagos feszültség	$\bar{\tau}_{r13} = 8,23 \text{ MPa}$ , $\bar{\tau}_{r31} = 8,23 \text{ MPa}$
Nyírási modulus	$G_{r13} = 4115 \text{ MPa}$



4.6. ábra  $\tau_{r13}$  feszültségeloszlás a modellcellán

### 4.1.3. A szálköteg ortotrop anyagjellemzői

A 4.7. táblázat összefoglalva tartalmazza azt a tizenkét anyagállandót, melyet a 4.1.1. és 4.1.2. pontban határoztam meg a szálköteg végeeselemes modellcellájával a 3.4.2. és 3.4.3. pontban leírtak szerint.

4.7. táblázat A szálköteg modellcellával meghatározott anyagjellemzők

$E_{r1} = 177\,236 \text{ MPa}$	$E_{r2} = 10\,352 \text{ MPa}$	$E_{r3} = 10\,352 \text{ MPa}$
$\nu_{r12} = 0,202$	$\nu_{r21} = 0,012$	$\nu_{r31} = 0,012$
$\nu_{r13} = 0,202$	$\nu_{r23} = 0,430$	$\nu_{r32} = 0,430$
$G_{r12} = 4115 \text{ MPa}$	$G_{r23} = 3620 \text{ MPa}$	$G_{r13} = 4115 \text{ MPa}$

Így, hogy az elemi szál és a mátrix anyag lineárisan rugalmas, a szálköteg modellcella is az. Ezt le is ellenőriztem egytengelyű húzásnál  $\bar{\varepsilon}_{ri} = 4 \cdot 10^{-3}$  és tiszta nyírásnál  $\bar{\gamma}_{rij} = 4 \cdot 10^{-3}$  előírt kinematikai terheléssel ( $i \neq j = 1, 2, 3$ ). Ugyanazokat az anyagjellemzőket kaptam, mint a 4.1-4.3. táblázatban  $\bar{\varepsilon}_{ri} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  megadott fajlagos nyúlással és a 4.4-4.6. táblázatban  $\bar{\gamma}_{rij} = 2 \cdot 10^{-3}$  felvett szögtorzulással.

A 4.7. táblázatban szereplő anyagjellemzőkre teljesülnek a (3.32) egyenlőségek. Fennáll a rugalmassági modulusok és a Poisson-tényezők között a (2.5) összefüggés, mert  $\nu_{rji}$ -t ki lehet számolni az  $E_{ri}$ ,  $E_{rj}$  és a  $\nu_{rij}$  anyagjellemzőkből:

## 4. Eredmények

$$\begin{aligned}
 \nu_{r21} &= \frac{E_{r2}}{E_{r1}} \nu_{r12} = \frac{10\,352}{177\,236} 0,202 = 0,012, \\
 \nu_{r31} &= \frac{E_{r3}}{E_{r1}} \nu_{r13} = \frac{10\,352}{177\,236} 0,202 = 0,012, \\
 \nu_{r32} &= \frac{E_{r3}}{E_{r2}} \nu_{r23} = \nu_{r32} = 0,43.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Feltételeztem, hogy a szálköteg is ortotrop, keresztirányban izotrop (azaz transzverzálisan izotrop) lesz, mint az elemi szál, mivel a szálakat hatszög elrendezésbe vettem a modellcellában. Ezért a (2.7) összefüggéssel ki lehet számolni a  $G_{r23}$  csúsztató rugalmassági moduluszt:

$$G_{r23} = \frac{E_{r2}}{2(1+\nu_{r23})} = \frac{10\,352}{2(1+0,43)} = 3\,620 \text{ MPa}. \tag{4.2}$$

A (3.32), (4.1), (4.2) képletekkel és azzal, hogy a nyírás modellezésénél teljesültek a  $\tau$  dualitás (3.98), (3.117), (3.136) feltételei, a szálköteg modellcellán numerikus ellenőrzést végeztem. A kísérleti ellenőrzést a textil kompozit réteg végeeselemes modellcellájával együtt tettem meg a kompozit rétegen végzett méréssel.

A mátrix anyaggal átítatott, lineárisan rugalmas szálköteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit a 4.8. táblázat foglalja össze, melyből csak öt független van a (4.2) képletet felhasználva.

4.8. táblázat A szálköteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzői

$E_{r1} = 177\,236 \text{ MPa}$	$\nu_{r12} = \nu_{r13} = 0,202$	$G_{r12} = G_{r13} = 4\,115 \text{ MPa}$
$E_{r2} = E_{r3} = 10\,352 \text{ MPa}$	$\nu_{r23} = 0,430$	$G_{r23} = 3\,620 \text{ MPa}$

### 4.2. Textil kompozit réteg meghatározott makroszkopikus anyagjellemzői

A 3.47. ábrán látható végeeselemes réteg modellcella ortotrop, makroszkopikus anyagjellemzőit a 3.5. pontban leírtak alapján határoztam meg.

#### 4.2.1. A textil kompozit réteg modellcella húzásának eredményei

A 4.9. táblázat a kísérletbe bevont textil kompozit réteg modellcellán előírt  $x_1$  irányú kinematikai terhelést, a numerikusan meghatározott mennyiségeket és az azokból meghatározott átlagos feszültséget és anyagjellemzőket tartalmazza.

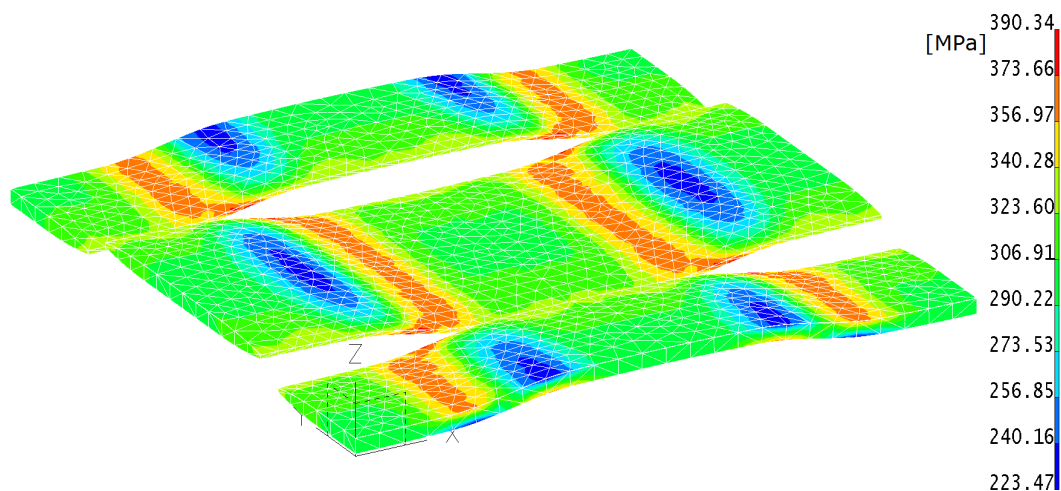
4.9. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_1$  irányú húzásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\epsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ , $u_{A+} = u_{N9} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$
Végeeselemes számítással előállított mennyiségek	$\nu_{B+} = -8,271 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$ $\vec{F}_{A+} = (101,44 \vec{e}_1) \text{ N}$ , $\vec{F}_{A-} = (-101,44 \vec{e}_1) \text{ N}$
Átlagos feszültség	$\bar{\sigma}_1 = 101,44 \text{ MPa}$
Anyagjellemzők	$E_1 = 50\,720 \text{ MPa}$ , $\nu_{12} = 0,103$

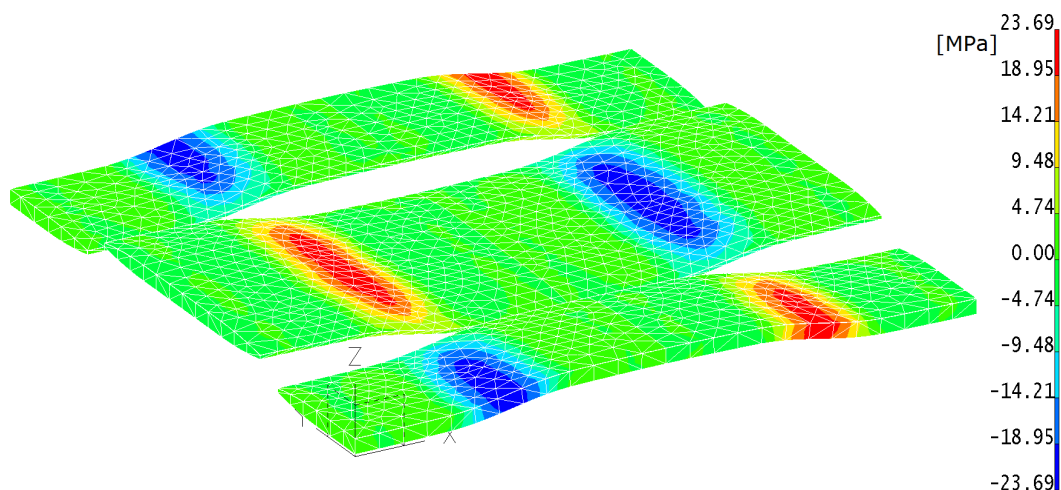
A hullámosság a szálkötegekben a húzás irányában csökken, arra merőlegesen pedig növekszik. A 4.7. ábra a húzás irányába eső szálkötegekben mutatja be a  $\bar{\sigma}_{r1}$  feszültségeloszlást a vizsgált réteg modellcellán az  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  anyagirányi főirányok koordináta-rendszerében (3.16. ábra). Az

## 4. Eredmények

előírt átlagos fajlagos nyúlás  $\bar{\varepsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ . A feszültségeloszlásból látszik, hogy a homogenizált szálkötegek hajlításnak is igénybe vannak véve. A 4.8. ábrán a  $\bar{\tau}_{r13}$  feszültségeloszlás látható. A hajlítás és a nyírás is csökkenti a szálkötegekben a hullámosságot. Azokon az ábrákon, melyeken a textil kompozit réteg végelesemes modellcellája látható, az XYZ koordináta-rendszer megfelel a réteg modellcella  $x_1, x_2, x_3$  anyagi főirányok koordináta-rendszerének.



4.7. ábra  $\bar{\sigma}_{r1}$  feszültségeloszlás az  $x_1$  irányú szálkötegekben



4.8. ábra  $\bar{\tau}_{r13}$  feszültségeloszlás az  $x_1$  irányú szálkötegekben

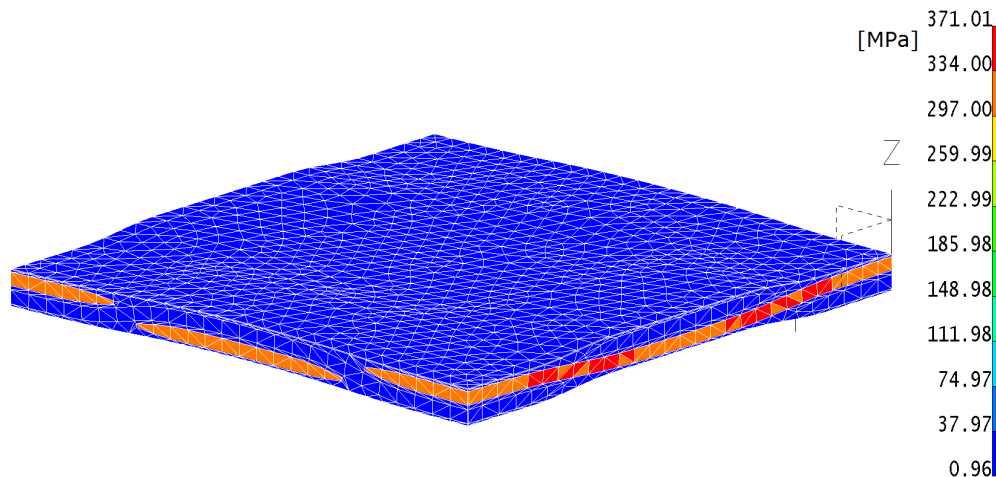
A 4.10. táblázat a kísérletbe bevont textil kompozit réteg adataival az  $x_2$  irányú húzásra kapott végelesemes számítás eredményeit foglalja össze.

4.10. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_2$  irányú húzásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\varepsilon}_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ , $v_{B+} = v_{N11} = 8 \cdot 10^{-3}$ mm
Végelesemes számítással előállított mennyiségek	$\vec{F}_{B+} = (101,44 \vec{e}_2) \text{ N}$ , $\vec{F}_{B-} = (-101,44 \vec{e}_2) \text{ N}$
	$u_{A+} = -8,271 \cdot 10^{-4}$ mm
Átlagos feszültség	$\bar{\sigma}_2 = 101,44$ MPa
Anyagjellemzők	$E_2 = 50\,720$ MPa, $\nu_{21} = 0,103$

## 4. Eredmények

A 4.9. ábra a vizsgált textil kompozit réteg modellcellán kialakult valóságos  $\sigma_2$  feszültségeloszlást mutatja be  $x_2$  irányú húzásnál,  $\bar{\varepsilon}_2 = 2 \cdot 10^{-3}$  előírt átlagos fajlagos nyúlásnál. Ez egy többrétegű kompozit lemez egy rétegét modellezi. A húzás irányába eső szálkötegek veszik fel a nagyobb terhelést. Az átlagos feszültség a rétegben:  $\bar{\sigma}_2 = 101,44$  MPa (4.10. táblázat). A tizenötszörös nagyítású deformált alakon látható, hogy a  $C+$ , és ugyanígy a  $C-$  felület sem marad sík.



4.9. ábra A valóságos  $\sigma_2$  feszültségeloszlás a réteg modellcellán

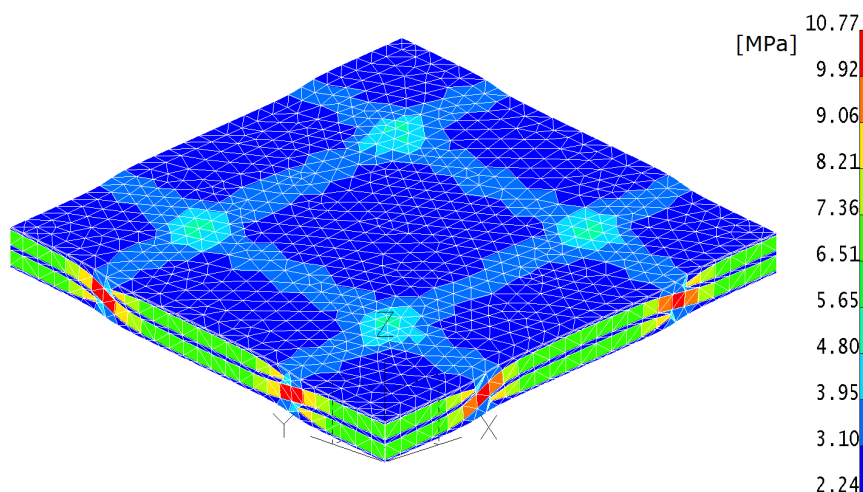
### 4.2.2. A textil kompozit réteg modellcella nyírásának eredményei

A 4.11. táblázat foglalja össze a vizsgált textil kompozit réteg modellcella  $x_1x_2$  síkbeli tiszta nyírásnál előírt kinematikai terheléseket, a végeselemes számítással meghatározott reakcióerőket és az ezekből számolt átlagos nyírófeszültségeket és nyírási modulus.

4.11. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_1x_2$  síkbeli nyírásnál

Kinematikai terhelés	$\bar{\gamma}_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$ , $\frac{1}{2} \bar{\gamma}_{12} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{21} = 10^{-3}$
	$v_{A+} = v_{N9} = 4 \cdot 10^{-3}$ mm, $u_{B+} = u_{N11} = 4 \cdot 10^{-3}$ mm
Reakcióerők	$\vec{F}_{A+} = (5,8 \vec{e}_2)$ N, $\vec{F}_{A-} = (-5,8 \vec{e}_2)$ N
	$\vec{F}_{B+} = (5,8 \vec{e}_1)$ N, $\vec{F}_{B-} = (-5,8 \vec{e}_1)$ N
Átlagos feszültség	$\bar{\tau}_{12} = 5,8$ MPa, $\bar{\tau}_{21} = 5,8$ MPa
Nyírási modulus	$G_{12} = 2\,900$ MPa

A 4.10. ábra a kísérletbe bevont kompozit lemez réteg modellcellájában fellépő valóságos  $\tau_{12}$  feszültségeloszlást szemlélteti  $\bar{\gamma}_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$  átlagos fajlagos szögtorzulás esetén. A deformált alak kétszázszoros nagyításban látható. Az  $x_1x_2$  síkbeli nyírásnál egyik oldallap sem marad sík.

4.10. ábra A valóságos  $\tau_{12}$  feszültségeloszlás tiszta nyírásnál

#### 4.2.3. A textil kompozit réteg ortotrop anyagjellemzői

A 4.12. táblázat foglalja össze azt az öt ortotrop anyagállandót, amelyet a 4.2.1. és 4.2.2. pontban a textil kompozit végeleselemes réteg modellcellával határoztam meg.

4.12. táblázat A textil kompozit réteg modellcellával meghatározott anyagjellemzők

$E_1 = 50\,720$ MPa	$E_2 = 50\,720$ MPa
$\nu_{12} = 0,103$	$\nu_{21} = 0,103$
$G_{12} = 2\,900$ MPa	

Numerikus ellenőrzést végeztem, hogy a meghatározott anyagjellemzőkre teljesülnek-e a (3.1)-ben szereplő egyenlőségek, és teljesül-e a  $\tau$  dualitás a 4.11. táblázatban a (3.195) szerint. Ez pozitív eredményre vezetett.

A réteg modellcellát úgy mutattam be, hogy az  $E_i$  rugalmassági modulus és a  $\nu_{ij}$  Poisson-tényező meghatározásánál az előírt, átlagos fajlagos nyúlás  $\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-3}$  volt ( $i \neq j = 1, 2$ ). A  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus számításánál az előírt, átlagos szögtorzulás  $\bar{\gamma}_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$  volt. A réteg modellcellában a szálköteg és a mátrix anyag is lineárisan rugalmas. A szövésből adódóan hullámok vannak a szálkötegekben. Megvizsgáltam, hogy lineárisan viselkedik-e a modellcella, illetve hogy ugyanazok az anyagjellemzők jönnek-e ki nyomásnál, mint húzásnál. Végigszámoltam a végeleselemes modellcellát több előírt átlagos alakváltozással is. Az M7./8.11. táblázat négy előírt  $\bar{\varepsilon}_1$  fajlagos nyúlással meghatározott mennyiségeket foglalja össze. Az  $\bar{\varepsilon}_1$  fajlagos nyúlástól nem függ az  $E_1$  rugalmassági modulus és a  $\nu_{12}$  Poisson-tényező. Az M7./8.44. ábra a  $\bar{\sigma}_1(\bar{\varepsilon}_1)$  húzódiagramot, az M7./8.45. ábra az  $\bar{\varepsilon}_2(\bar{\varepsilon}_1)$  diagramot mutatja, mindkettő lineáris. Az M7./8.12. táblázat három előírt  $\bar{\gamma}_{12}$  szögtorzulásnál meghatározott mennyiségeket tartalmazza. A  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus nem változik a  $\bar{\gamma}_{12}$  függvényében, az M7./8.46. ábrán látható  $\bar{\tau}_{12}(\bar{\gamma}_{12})$  nyíródiagram lineáris.

Kéttengelyű húzásra is ellenőriztem a réteg modellcellát. Előírtam  $x_1$  és  $x_2$  irányban az  $\bar{\varepsilon}_1$ ,  $\bar{\varepsilon}_2$  fajlagos nyúlást, a kialakult reakcióerőkből meghatároztam a homogenizált  $\bar{\sigma}_1$ ,  $\bar{\sigma}_2$  normálfeszültséget. A (3.138) síkbeli ortotrop Hooke-törvénnyel visszakaptam az  $\bar{\varepsilon}_1$ ,  $\bar{\varepsilon}_2$  nyúlást.

A 3.1. ábrán látható nyolc rétegű textil kompozit lemez lineárisan rugalmas, ortotrop anyagtulajdonságú. A végeleemes réteg modellcellával meghatározott makroszkopikus anyagjellemzői tehát az alábbiak:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = 50\,720 \text{ MPa}, \\ \nu_{12} &= \nu_{21} = 0,103, \\ G_{12} &= 2\,900 \text{ MPa}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

### 4.3. A végeleemes modellcellák alkalmazhatósága

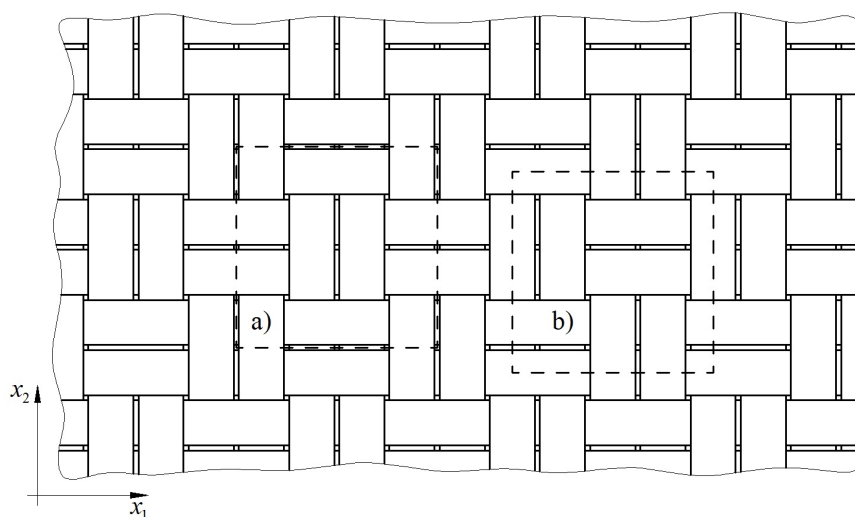
A szálköteg modellcellát arra az esetre dolgoztam ki, amelyben az elemi szálak a szálkötegben sodratlanok és egymással párhuzamosan helyezkednek el. Sodrotnál további numerikus vizsgálat szükséges. A szálköteg keresztmetszetétől, az elemi szálak átmérőjétől, mennyiségétől, térfogatarányától, valamint a szál, mátrix anyagjellemzőitől nem függ a szálköteg modellcella alkalmazhatósága.

Textil kompozit réteg modellcellánál feltétel, hogy az erősítő textil legyen síkbeli, 2D-s. A textilben két irányban fussanak a szálkötegek, melyek legyenek egymásra merőlegesek. Illetve egy irányban erősített kompozit réteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit is meg lehet határozni a 3.5. pontban leírt réteg modellcellával. A módszer alkalmazhatósága nem függ a szálköteg és a mátrix anyagjellemzőitől, a szálkötegek keresztmetszetétől, szélességétől, távolságától és a textil szövésmintájától. A réteg modellcellánál bemutatott peremfeltételek használatához feltétel, hogy a modellcella oldallapjai essenek egybe a szálkötegek anyagi főirányainak síkjaival. Ha a szálköteget keresztirányban metsszük el, akkor az  $x_{r1}$  anyagi főirány legyen merőleges az oldallapra, vagyis az oldallap legyen a szálköteg  $x_{r2}x_{r3}$  anyagi főirányának síkjában. Átkötési helyen nem lehet oldallap. Ha a szálköteget hosszirányban metsszük el, akkor a szálköteg  $x_{r1}x_{r3}$  szimmetriasíkja essen egybe a modellcella oldallapjával. *A peremfeltételek alkalmazásához nem szükséges, hogy a textil felépítése és a modellezett periodikus rész szimmetrikus legyen. Tehát az általam alkalmazott modellcella kiterjeszhető nem szimmetrikus esetre is.*

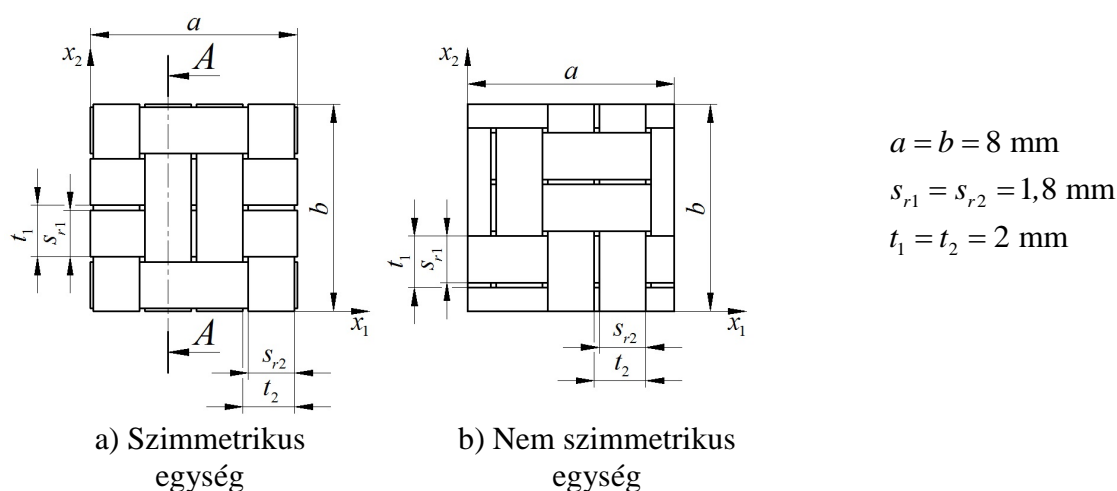
A 4.11. ábrán látható  $2 \times 2$  jelű kosárkötésű textilre végeztem összehasonlító számítást. A textil periodikus egységét a szaggatott vonal jelöli a két modellcellában. Az a) esetben a modellcella oldalfelületei egybeesnek a textil szerkezet szimmetriasíkjaival, a modellcella szimmetrikus. A b) változat nem szimmetrikus. A textil erősítések geometriai jellemzői a 4.12. ábrán láthatók, a réteg modellcella méreteit a 4.18. ábra mutatja. A réteg vastagsága  $h = 0,25 \text{ mm}$ . Ez a textil kompozit réteg csak a textil szövésmintájában különbözik a 3.5. pontban bemutatott rétegtől.

A 4.12a ábrán látható  $A-A$  metszősík nem szimmetriasík. Az a) jelű textillel erősített szimmetrikus réteg modellcella  $x_1$  irányú húzásánál az  $A-A$  metszősík nem marad síkban, nem párhuzamosan mozdul el. Az M8./8.47. ábra mutatja az  $A-A$  metszősíkon az  $x_1$  irányú elmozdulásmezőt. Az eltérés  $\Delta u = 9 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$ , ami 1,5% az átlagos elmozduláshoz képest. Az  $x_1x_2$  síkbeli nyírásnál az  $A-A$  metszősíkon van  $x_2$  irányban deformáció. A nem szimmetrikus modellcella 4.18. ábrán látható  $A-A$  oldallapja az  $A-A$  metszősík vonalában van. A b) típusú, nem szimmetrikus modellcellára is a 3.5. pontban ismertetett peremfeltételeket alkalmaztam. A húzási kísérleteknél az  $x_1$  és  $x_2$  tengelyre merőleges oldallapokat síkban tartottam, nyírásnál pedig az oldallapok pontjainak ugyanakkora elmozdulást írtam elő a nyírás irányában. Ezzel az oldallapokon fellépő reakcióerőt egy csomópontra tudtam redukálni. A modellcellán fellépő homogenizált átlagfeszültséget a reakcióerőkből számoltam a (3.140)-es képlet alapján.





4.11. ábra 2×2 jelű kosárkötésű textil



4.12. ábra Textil erősítés a modellcellákban

Az M8./8.13. táblázat az  $x_1$  irányú húzásra, az M8./8.14. táblázat az  $x_1x_2$  síkbeli nyírásra foglalja össze az a) és b) típusú textil kompozit réteg modellcellán előírt kinematikai terhelést és a végeselemes számítás eredményeit. Az a) és a b) típusú réteg modellcella az anyagjellemzőkben megegyeznek, az elmozdulásoknál mutatkozik 0,06%-os eltérés. Az  $x_1$  anyagi főirányú húzásnál nagyobb az  $x_2$  irányú keresztkontrakció a nem szimmetrikus modellcellánál. Ez nem befolyásolja a  $\nu_{12}$  Poisson-tényező értékét.

A szálköteg és a réteg modellcellát nem csak lineárisan rugalmas tulajdonságú alapanyagoknál lehet alkalmazni. Ha nem lineáris a modellcella, akkor húzásnál több  $\bar{\varepsilon}_i / \bar{\varepsilon}_{ri}$  helyen határozzuk meg a  $\bar{\sigma}_i / \bar{\sigma}_{ri}$  normál feszültséget és az  $\bar{\varepsilon}_j / \bar{\varepsilon}_{rj}$  keresztirányú fajlagos nyúlást. Nyírásnál több  $\bar{\gamma}_{ij} / \bar{\gamma}_{rij}$  szögtorzulásnál számítsuk ki az oldallapokon kialakuló  $\bar{\tau}_{ij} / \bar{\tau}_{rij}$  csúsztató feszültséget. Az adott pontokra, mint mérési adatsorra írjuk fel a  $\bar{\sigma}_i(\bar{\varepsilon}_i) / \bar{\sigma}_{ri}(\bar{\varepsilon}_{ri})$ ,  $\bar{\varepsilon}_j(\bar{\varepsilon}_i) / \bar{\varepsilon}_{ri}(\bar{\varepsilon}_{ri})$ ,  $\bar{\tau}_{ij}(\bar{\gamma}_{ij}) / \bar{\tau}_{rij}(\bar{\gamma}_{rij})$  diagramokat. Lineáris alapanyagok esetén is viselkedhet nem lineárisan a réteg modellcella a textil szövéséből adódóan.



#### 4.4. A szálköteg és a textil kompozit réteg vége-selemes modellcella validálása

A szálköteg és a textil kompozit réteg vége-selemes modellcellát, a kidolgozott modellezési eljárást azzal igazoltam, hogy a réteg modellcellával kapott anyagjellemzőket összehasonlítottam mérési eredményekkel.

##### 4.4.1. A mérés és a vége-selemes modellcellák eredményeinek összehasonlítása

A vége-selemes réteg modellcella ugyanúgy ortotrop, lineáris tulajdonságú, mint amilyen a textil kompozit lemez a húzási kísérletnél (M4./8.8-8.13. ábra vö. M7./8.44. ábra), (M4./8.14-8.18. ábra vö. M7./8.45. ábra) és a nyíróvizsgálatnál (M5./8.23-8.28. ábra vö. M7./8.46. ábra).

A 4.13. táblázat a textil kompozit rétegnek a 3.2.4. pontban ismertetett kísérleti vizsgálattal meghatározott  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  és  $G_{12}$  anyagjellemzőit, valamint a hibahatárhoz tartozó minimum és maximum értéket tartalmazza. A 4.14. táblázat pedig a vége-selemes modellcellákkal meghatározott ortotrop, makroszkopikus anyagjellemzőket, valamint a réteg modellcella eredményeinek a mérés középértékéhez viszonyított eltérését foglalja össze. Megállapítható, hogy a textil kompozit réteg vége-selemes szálköteg és réteg modellcellával előállított eredményei, anyagjellemzői a mérés hibahatárán belül vannak, és az eltérés a mérés átlagához képest 4% alatt van. A szálköteg és a réteg modellcella eredményei tehát elérik a mérnöki modellezéshez, mérnöki számításokhoz elvárt pontosságot.

4.13. táblázat Textil kompozit réteg méréssel meghatározott anyagjellemzői

Kísérleti vizsgálattal meghatározott anyagjellemzők	Minimum	Maximum
$E_1 = E_2 = 50\,094 \pm 1\,480$ MPa	$E_1 = E_2 = 48\,614$ MPa	$E_1 = E_2 = 51\,574$ MPa
$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,102 \pm 0,016$	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,086$	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,118$
$G_{12} = 3\,018 \pm 254$ MPa	$G_{12} = 2\,764$ MPa	$G_{12} = 3\,272$ MPa

4.14. táblázat A szálköteg és a réteg modellcella eredményeinek összehasonlítása a mérés eredményeivel

Textil kompozit réteg modellcellával meghatározott anyagjellemzők	A modellcella eredményének eltérése a mérés középértékéhez képest	
$E_1 = E_2 = 50\,720$ MPa	+626 MPa	+1,25 %
$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,103$	+0,001	+0,98 %
$G_{12} = 2\,900$ MPa	-118 MPa	-3,91 %

A szimulációval és a kísérletekkel kapott eredmények összehasonlítása igazolja a vége-selemes textil kompozit réteg modellcella és a szálköteg modellcella mérnöki számításokban történő alkalmazhatóságát. A disszertációban bemutatott módon tehát jó közelítéssel, numerikusan meg lehet határozni egy textil kompozit réteg makroszkopikus anyagállandóit.

Annak a pozitív eredménynek ellenére, hogy a vége-selemes réteg modellcellával meghatározott anyagjellemzők eltérése a mérés átlagától 4%-nál kisebb, megvizsgáltam, milyen hibaokozó tényezők léphetnek fel a numerikus analízisnél, illetve a kísérleti vizsgálatoknál.

##### 4.4.2. Hibaokozó tényezők

Ez a pont ismerteti azokat a tényezőket, amelyek a textil szálköteg és a textil kompozit réteg vége-selemes modellezésénél, valamint a kompozit anyag kísérleti vizsgálatánál hibákat, eltéréseket eredményezhetnek.

### 4.4.2.1. Lehetséges hibák és csökkentésük a végeleemes modellezésnél

- A mátrixszal átítatott szálköteg keresztmetszetének és hullámosságának geometriáját pontatlanul adjuk meg.  
Ennek elkerülése érdekében a kísérletek elvégzése előtt mikroszkóp és nagyító alatt lemértem a textil geometriai kialakítását a laminálás előtt és után is. Azt a két nyolc rétegű textil kompozit lemezt vizsgáltam, amelyből a próbatesteket gyártottam. Megvizsgáltam a lemez felülnézetét, valamint lepolírozva a metszetét is azon a helyen, ahonnan a próbatesteket kivágtam. A mérések alapján a szálköteg egy teljes hullámának középvonalát a 3.45. ábrán látható módon, tizenhét ponton átmenő spline-nal adtam meg a végeleemes számítások bemenő geometriai adataként.
- Nem megfelelő az elemméret, torz elemek vannak a végeleemes hálóban, valamint nincs mindegyik csomópontnak párja a szemben lévő oldalon.  
Ennek elkerülése érdekében a szálköteg modellcella eredetileg öt térfogatból álló geometriáját felosztottam több térfogatra (3.19. ábra). A felosztás egyik oka az volt, hogy szabályos, hexaéder elemekből álló végeleemes hálót tudjak generálni. Vagyis minden térfogatnak legyen hat oldala, melyek párban, egymással szemben helyezkedjenek el, és az oldallapoknak pedig négy sarokpontja legyen. A felosztás másik célja annak elérése volt, hogy a modellcella oldallapjainak középpontjába kerüljön csomópont. A felosztást úgy alakítottam ki, hogy ne legyenek torz elemek. Mivel a modellcella szimmetrikus (3.18. ábra), ezért szabályos háló esetén biztosítva van, hogy mindegyik csomópontnak legyen párja a modellcella szemben lévő oldalán.  
A textil kompozit réteg modellcellára másodfokú tetraéder hálót generáltam. A modellcella több, egymással szemben lévő felületére periodicitást biztosító összefüggéseket adtam meg. Így ugyanolyan a háló a két szemben lévő oldalon, vagyis egymással szemben vannak a csomópontok. A hálózás előtt a mátrix anyag tíz külső felületét felosztottam több felületrészre annak érdekében, hogy a felületi (periodicitási) összefüggéseket be tudjam állítani.
- A kompozit réteget felépítő erősítő szál és a mátrix anyagjellemzőit nem ismerjük kellő pontossággal.  
Ennek a hibaforrásnak a csökkentése érdekében a mátrix anyagjellemzőit megmértem.

### 4.4.2.2. A kompozit próbatestek gyártásából adódó hibák

- A textil szálköteg nincs átítatva tökéletesen a mátrix anyaggal, légbuborékok kerülnek a mátrixba.  
Én ezt úgy biztosítottam, hogy a textilt és a szálkötegeket hengerléssel itattam át a mátrix anyaggal. A próbatesteket az autoklávban nyomás alatt, illetve a forma vákuumozásával állítottam elő.
- A kompozit lemez kikeményítésénél rosszul van beállítva a hőmérséklet, a nyomás és a kisütési/hőntartási idő az autoklávban.  
A kompozit lemez előállításánál pontosan beállítottam a hőmérsékletet és a betartottam a kikeményítési/hőntartási időt.
- Az egyes rétegekben nem tökéletesen azonos a szálkötegek iránya, a kompozit lemezből nincsenek pontosan kivágva a próbatestek, a próbatestekben nem megfelelő a szálkötegek iránya.  
A kompozit lemez gyártásánál az egyes textilrétegek felvitelénél fokozottan ügyeltem a szálkötegek irányának beállítására. A próbatestek kialakításánál gondosan figyeltem arra, hogy a kivágási irány megegyezzen a szálkötegek irányával.

### 4.4.2.3. Lehetséges hibák a kísérleti vizsgálatoknál

- Túl kicsi a mérőbéllyeg. A textilben az egymásra merőlegesen futó szálkötegek közül nem fed le elegendőt a mérőbéllyeg, az csak egy lokális nyúlást mér.  
A méréseknél 11 mm méretű mérőbéllyegeket használtam, amelyek elegendően sok szálköteget fedtek le.
- A mérőbéllyeg nem a húzás irányában, hosszirányban, illetve nem arra merőlegesen, keresztirányban áll. A béllyeg alatt a ragasztó vastagsága befolyásolja a mérést.  
A mérőbéllyegek próbatestre történő felragasztásánál fokozottan ügyeltem arra, hogy a ragasztás minél kisebb szöghibával történjen. A mérőbéllyegek próbatestre történő felragasztásánál fokozottan ügyeltem arra, hogy a próbatest és a mérőbéllyeg közötti ragasztóréteg vastagsága minimális legyen.
- A béllyeg leválik a próbatestről a vizsgálat alatt.  
A mérés kiértékelésekor ellenőriztem az erő-nyúlás és a nyúlás-idő diagramot, melyeken látszik, ha a mérőbéllyeg levált a próbatestről.
- Megcsúszik a próbatest a befogásnál.  
Minden mérés után ellenőriztem a méréssel felvett erő-elmozdulás diagramot, amin nyilvánvalóan látszik, ha a mérés során megcsúszás történt.

Azokat a méréseket, amelyeknél nyilvánvalóan hiba lépett fel a kísérleti vizsgálatnál, a kiértékelésnél figyelmen kívül hagytam.

### 4.4.3. Végeselemes modellcellák összehasonlítása a szakirodalmi forrásokkal

Numerikusan megvizsgáltam, hogy az általam kidolgozott modellcellák peremfeltételei mennyivel jobbak, mennyiben másak, mint a szakirodalomban található peremfeltételek. A szálköteg modellcellákkal kapott anyagjellemzőket egymással, a réteg modellcellákkal számított eredményeket pedig a mérések eredményeivel vettem össze.

#### 4.4.3.1. Szálköteg modellcellák peremfeltételei

A szakirodalomban nem találtam olyan szálköteg modellcellát, ahol húzásnál megadják a 3.3. táblázatba összegyűjtött szimmetriából adódó periodikus peremfeltételeket, azaz összekapcsolják a szemben lévő csomópontokat az oldallap síkjában. Qin et al. (2014) nyírásnál sem írják elő a szimmetrikus elmozdulásokat. Zhang (2013) az  $xy$  síkbeli nyírásnál kihagyja, viszont az  $yz$  síkbeli nyírásnál beleveszi, hogy a nyírás síkjával párhuzamos két oldallapon ugyanúgy mozduljanak el a szemben lévő csomópontok az oldallap síkjában.

Qin et al. (2014) az  $x_i x_j$  síkbeli nyírásnál az  $x_i$  és az  $x_j$  tengelyre merőleges oldalpárra csak  $x_i$  és  $x_j$  irányban adnak meg periodicitást. Nem írják elő, hogy a szemben lévő csomópontok ugyanúgy mozduljanak el  $x_k$  irányba ( $i = 1, 2, j = 2, 3, k = 3, 1, i \neq j \neq k$ ). Zhang (2013) az  $xy$  síkbeli nyírásnál nem kapcsolja össze  $z$  irányban a szemben lévő csomópontokat az  $x$  és  $y$  tengelyre merőleges oldalpáron. Az  $yz$  síkbeli nyírásnál azonban megadja, hogy a nyírásra merőleges két oldalpáron a szemben elhelyezkedő csomópontok  $x$  irányban ugyanúgy mozduljanak el.

Az egymással szemben lévő csomópontok összekapcsolását a szakirodalomban található modelleknél a teljes oldallapokra definiálják az éleket és a csúcspontokat is belevéve, ami több élen a csomóponti paraméterek (csomóponti elmozdulás koordináták) túlhatározottságához vezet.

A disszertációban két különböző szimulációs modellt hasonlítottam össze. Az egyik az általam kidolgozott végeselemes szálköteg modellcella. Ennél a szakirodalommal ellentétben húzásnál és nyírásnál is megadom a szimmetriából adódó periodikus peremfeltételeket, vagyis

összekapcsolom a szemben lévő csomópontok elmozdulás koordinátáit az oldallap síkjában a 3.3. táblázat szerint. Az  $x_{r_i}x_{r_j}$  síkbeli nyírásnál az  $x_{r_i}$  és az  $x_{r_j}$  tengelyre merőleges oldalpárra nem csak  $x_{r_i}$  és  $x_{r_j}$  irányban definiálok periodicitást ( $i, j, k \neq 1, 2, 3$ ). Azt is előírom, hogy a szemben lévő csomópontok ugyanúgy mozduljanak el  $x_{r_k}$  irányba, ami a 3.24. ábrán látható  $x_{r_1}x_{r_2}x_{r_3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében az alábbi módon írható fel:

$$u_k(0; x_{r_j}; x_{r_k}) = u_k(\Delta x_{r_i}; x_{r_j}; x_{r_k}), \quad (4.4)$$

$$u_k(x_{r_i}; 0; x_{r_k}) = u_k(x_{r_i}; \Delta x_{r_j}; x_{r_k}), \quad (i, j, k \neq 1, 2, 3). \quad (4.5)$$

A másik modellcellában – ugyanúgy, mint Qin et al. (2014) – egyik terhelési esetben sem definiálok a 3.3. táblázatban leírt a szimmetriából adódó peremfeltételeket, valamint az  $x_{r_i}x_{r_j}$  síkbeli nyírásnál a (4.4), (4.5) csomópont összekapcsolásokat.

Az összehasonlító számításnál mindkét modellhez ugyanazt a végeselemes hálót használtam. A szálköteg modellcella geometriáját tetraéder elemekkel osztottam fel, szándékosan nem szimmetrikusan. Ahol az egymással szemben lévő oldallapon más az elemek mérete, ott a ritkább háló felőli oldallapon mindegyik csomópontnak van átellenben párja.

A szemben elhelyezkedő csomópontok összekapcsolását adott irányban mindkét modellnél külön adom meg az oldallapokra az élek nélkül és az élekre a csúcspontok nélkül. Ezzel elkerülöm a csomópontok túlhatározottságát.

Az anyagjellemzők számításánál numerikusan nem okoz szignifikáns eltérést, ha nem kapcsoljuk össze a csomópontokat a 3.3. táblázatban lévő összefüggések és a (4.4), (4.5) egyenlet szerint. A szálköteg modellcellánál nincs referencia eredményem. Nincs mérésrel meghatározott anyagjellemzőim a mátrixszal átítatott szálkötegre, amivel össze tudnám hasonítani a modellcellákkal kapott rugalmassági modulusokat, Poisson-tényezőket és csúsztató rugalmassági modulusokat. A kidolgozott szálköteg modellcellám elvileg precízebben veszi figyelembe a periodicitást, mint a szakirodalmi források. Nálam nem szimmetrikus végeselemes hálónál is fel lehet építeni a szálköteget alakváltozás után a modellcella ismétlésével. Két egymás mellé helyezett térfogatelem csomópontjai deformáció után is kapcsolódnak. Ez jobban tükrözi a valóságos viszonyokat. Véleményem szerint nyírásnál nem lehet kihagyni a (4.4) és a (4.5) összekapcsolásokat, mert azok nem szimmetriából adódó periodikus peremfeltételek. Külön kapcsolom össze a szemben lévő csomópontokat az oldallapokon az élek nélkül és az éleken a csúcspontokat nem belevéve. Ezzel elkerülöm, hogy bizonyos éleken duplikálva írjam elő a csomópontok elmozdulás koordinátáit, azaz túlhatározottságot idézzek elő.

#### 4.4.3.2. Réteg modellcellák peremfeltételei

A kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzőit a 3.47. ábrán látható hálózott modellel határoztam meg különböző peremfeltételek mellett. Az összefüggések felírásához és magyarázatához a 3.44. ábrán látható  $x_1x_2x_3$  koordináta-rendszert és oldallap elnevezéseket használom egységesen.

Kroupa et al. (2012), Zako et al. (2003), Chen et al. (2014), Cao et al. (2016), Koumpias (2015) és Jacques et al. (2014) többrétegű kompozit lemez egy rétegét modellezik annak érdekében, hogy meghatározzák egy réteg makroszkopikus anyagjellemzőit, illetve a  $\underline{\underline{C}}$  anyagállandók mátrixának elemeit.

Kroupa et al. (2012), Koumpias (2015) és Jacques et al. (2014) megadják a periodikus peremfeltételeket mindhárom irányban a szemben lévő csomópontokra a rétegre merőleges  $A-/A+$  és  $B-/B+$  oldalpáron húzásnál és nyírásnál is. Viszont mindegyikük az egész oldallapra definiálja a csomópontok adott irányú összekapcsolását, amitől túlhatározott

#### 4. Eredmények

csomópontok lesznek egyes éleken. Mivel Chen et al. (2014) a periodikus egység negyedrészt modellezik, nem kell foglalkozniuk a két oldalpár szemben lévő csomópontjaival. A modellcellák összehasonlításánál a rétegre merőleges  $A-/A+$  és  $B-/B+$  oldalpárra ugyanazokat a peremfeltételeket írom elő, vagyis mindegyik modellcellán megadom mindhárom irányban a periodicitást. A csomópontok összekapcsolását külön definiálom az oldallapokra az élek nélkül, az élekre a csúcspontok nélkül és külön a csúcspontokra.

A 4.15. táblázatban látható három modellcellával határoztam meg a kompozit réteg homogenizált anyagjellemzőit. A réteg alsó  $C-$  és felső  $C+$  oldallapjának speciális alakváltozási tulajdonságai vannak a 3.5. pontban leírtak szerint. Az I. modell az általam kidolgozott textil kompozit réteg modellcella. A  $C-/C+$  oldalpáron, az egymás felett lévő csomópontokat mindegyik terhelési esetben összekapcsolom a réteg síkjában,  $x_1$  és  $x_2$  irányban.

Kroupa et al. (2012) modelljében az alsó és a felső lap szabadon van, nincs összefüggés a  $C-$  és a  $C+$  oldallap között. Ezt nevezem II. modellnek. A III. modellben Koumpias (2015) szerint összekapcsolom az egymás felett elhelyezkedő csomópontokat mindhárom irányban.

4.15. táblázat A három különböző modell jellemzői

Modell	Periodicitás a $C-/C+$ oldallapon, az egymás felett elhelyezkedő csomópontokra		
I.	$u(x_1; x_2; 0) = u(x_1; x_2; h)$	$v(x_1; x_2; 0) = v(x_1; x_2; h)$	
II.	–		
III.	$u(x_1; x_2; 0) = u(x_1; x_2; h)$	$v(x_1; x_2; 0) = v(x_1; x_2; h)$	$w(x_1; x_2; 0) = w(x_1; x_2; h)$

A húzási kísérlettel meghatározott  $E_1$ ,  $E_2$  a rugalmassági modulusokat a 4.16. táblázatba, a  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  Poisson-tényezőket a 4.17. táblázatba gyűjtöttem össze. A nyírás modellezésével előállított  $G_{12}$  csúszató rugalmassági modulusok a 4.18. táblázatban láthatók. A számított anyagjellemzőket a 4.13. táblázatban összefoglalt mérési eredményekkel vettem össze.

4.16. táblázat A modellcellákkal meghatározott  $E_1$ ,  $E_2$  rugalmassági modulus

Modell	Meghatározott anyagjellemző	Eltérés a mérés középértékéhez képest		Benne van a mérés hibahatárában?
I.	$E_1 = E_2 = 50\,720$ MPa	+626 MPa	+1,25 %	igen
II.	$E_1 = E_2 = 35\,300$ MPa	-14 794 MPa	-29,53 %	nincs
III.	$E_1 = E_2 = 52\,285$ MPa	+2 191 MPa	+4,37 %	nincs

4.17. táblázat A modellcellákkal meghatározott  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  Poisson-tényező

Modell	Meghatározott anyagjellemző	Eltérés a mérés középértékéhez képest		Benne van a mérés hibahatárában?
I.	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,103$	+0,001	+0,98 %	igen
II.	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,357$	+0,255	+250 %	nincs
III.	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,135$	+0,033	+32,35 %	nincs

## 4. Eredmények

4.18. táblázat A modellcellákkal meghatározott  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus

Modell	Meghatározott anyagjellemző	Eltérés a mérés középértékéhez képest		Benne van a mérés hibahatárában?
I.	$G_{12} = 2\,900$ MPa	-118 MPa	-3,91 %	igen
II.	$G_{12} = 2\,900$ MPa	-118 MPa	-3,91 %	igen
III.	$G_{12} = 2\,900$ MPa	-118 MPa	-3,91 %	igen

A 4.16., 4.17. táblázatban látható, hogy a húzás modellezésénél az általam kidolgozott I. réteg modellcella bizonyult a legpontosabbnak. A II. és III. modellel számított  $E_1$ ,  $E_2$  rugalmassági modulusok és  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  Poisson-tényezők a mérések hibahatárán kívül esnek. A 4.18. táblázatból kivehető, hogy a nyírási kísérletet nem befolyásolja a  $C - / C +$  oldalpárra definiált periodikus peremfeltétel. Mindegyik modell szerint  $G_{12} = 2\,900$  MPa a réteg homogenizált csúsztató rugalmassági modulusa, ami a mérés hibahatárán belül van.

Az I. réteg modellcellán eredetileg is külön írom elő az egymással szemben elhelyezkedő csomópontok adott irányú összekapcsolását az oldallapokon az élek nélkül, az éleken a csúcspontok nélkül és a csúcspontokban. Ez a szakirodalomhoz képest modellezési pontosítás, amivel elkerülöm, hogy túlhatározott csomópontok alakuljanak ki egyes éleken és csúcspontokban. A 4.15. táblázatban, az I. modellnél alkalmazott periodicitás pontosabb numerikus eredményeket szolgáltat, mint a szakirodalomból ismert más modellek (4.16. és 4.17. táblázat).

### 4.5. Előírt kompozit réteg anyagjellemzők létrehozása

Az előző pontban igazoltam, hogy a kidolgozott végeeselemes kompozit szálköteg és réteg modellcella megfelelő pontosságú numerikus eredményeket szolgáltat, tehát alkalmas kompozit rétegek mechanikai anyagjellemzőinek mérnöki szempontból megfelelő pontosságú meghatározására. A modellcellákkal ezért a továbbiakban paraméter vizsgálatokat is végeztem. Az alábbi tényezőknek a kompozit réteg ortotrop anyagjellemzőre gyakorolt hatását vizsgáltam meg:

- az erősítő szál rugalmassági modulusának változása,
- a textil szövésmintájának változása,
- az erősítő textil térfogatarányának változása,
- a textilben a hossz- és keresztirányú szálasz arányának változása.

Mindegyik réteg modellcellában megegyezett a szálkötegek geometriája (3.12. ábra) és a réteg vastagsága:  $h = 0,25$  mm. A mátrix anyag valamennyi esetben az AROPOL M105TB típusú poliészter gyanta volt, mint a kísérletek során vizsgált textil kompozit rétegben. Ennek az izotrop anyagjellemzői:

$$E_m = 3\,677 \text{ MPa}, \quad \nu_m = 0,346, \quad G_m = 1\,365,9 \text{ MPa}.$$

Ilyen vizsgálatokkal a kompozit réteg mechanikai anyagjellemzői beállíthatók, megtervezhetők.

#### 4.5.1. Erősítő szál rugalmassági modulusának hatása a réteg anyagjellemzőire

A szénszálak  $E_{f1}$  szálirányú és  $E_{f2}$  keresztirányú rugalmassági modulusaira több szakirodalom (Bunsell, Renard, 2005; Goda, 2002; Máthé, 2008; Thamm, 1985) nem egy értéket, hanem egy tartományt ad meg, mivel a szénszálak anyagjellemzői szórnak, nagyban függenek a gyártás technológiájától. A kísérletekben vizsgált textil kompozit lemez szálkötegében Torayca T300 típusú, nagy szilárdságú szénszálak voltak. Máthé (2008) a nagy szilárdságú szénszálak szálirányú rugalmassági modulusára az  $E_{f1} = 221\text{-}245$  GPa tartományt adja meg. Goda (2002)

#### 4. Eredmények

értekezésében a szálirányú modulus  $E_{f1} = 200\text{-}250$  GPa, a keresztirányú modulus pedig  $E_{f2} = 15\text{-}20$  GPa. A 3.4. pontban ismertetett szálköteg modellcella validálásánál a 3.1. táblázatban lévő anyagjellemzőket használtam. A hat anyagjellemző közül a (2.7) összefüggés miatt csak öt független van.

A kidolgozott vászonkötésű textillel erősített réteg modellcella alkalmazásával megvizsgáltam, hogy az  $E_{f1}$  és az  $E_{f2}$  függvényében hogyan változik a textil kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusa,  $\nu_{12}$  Poisson-tényezője és  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusa. A  $\nu_{f12}$ ,  $\nu_{f23}$ ,  $G_{f12}$  három független anyagállandóra a modellcella validálásánál alkalmazott értéket vettem fel. A szénszál öt független anyagjellemzőjét a 4.19. táblázat tartalmazza. Az  $E_{f1}$ -nél és az  $E_{f2}$ -nél Goda (2002) értekezésében megadott intervallum látható. A szénszálát keresztirányban itt is izotrop tulajdonságúnak tételeztem fel, így az  $E_{f2}$  rugalmassági modulus változtatásával a  $G_{f23}$  nyírési modulus is változott. Ezt a (2.7) összefüggéssel határoztam meg az  $E_{f2}$  és a  $\nu_{f23}$  függvényében.

4.19. táblázat A vizsgált szénszálak anyagi tulajdonságai

$E_{f1}$ [GPa]	$E_{f2} = E_{f3}$ [GPa]	$\nu_{f12} = \nu_{f13}$ [-]	$\nu_{f23}$ [-]	$G_{f12} = G_{f13}$ [MPa]
200-250	15-20	0,166	0,400	6 432

A rugalmassági modulusoknál meghatároztam az  $\frac{E_{f2}}{E_{f1}}$  arányt az intervallum minimumára és maximumára:

$$\delta = \frac{E_{f2}^{min}}{E_{f1}^{min}} = \frac{15}{200} = 0,075, \quad \delta = \frac{E_{f2}^{max}}{E_{f1}^{max}} = \frac{20}{250} = 0,08. \quad (4.6)$$

Ezek alapján a textil kompozit réteg anyagjellemzőit a szál rugalmassági modulusának függvényében úgy vizsgáltam, hogy a szál kereszt- és hosszirányú modulusainak az arányát állandó értéken tartottam:

$$\delta = \frac{E_{f2}}{E_{f1}} = 0,08. \quad (4.7)$$

Három paraméter változatot vizsgáltam meg:

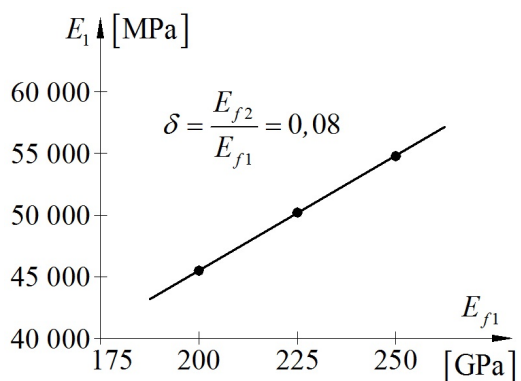
- a)  $E_{f1} = 200\ 000$  MPa,  $E_{f2} = 16\ 000$  MPa,
- b)  $E_{f1} = 225\ 000$  MPa,  $E_{f2} = 18\ 000$  MPa,
- c)  $E_{f1} = 250\ 000$  MPa,  $E_{f2} = 20\ 000$  MPa.

A vizsgálathoz a 3.3-3.5. pontban ismertetett modellcellákat használtam. A végeelemes szálköteg modellcellával három szénszál anyagjellemzőhöz határoztam meg makroszkopikus szálköteg anyagjellemzőket. Ezután ezeket adtam meg a textil kompozit réteg modellcellánál a homogenizált szálköteg anyagjellemzőinek. A szénszál anyagjellemzőit és az ezekből a modellcellákkal meghatározott szálköteg és a textil kompozit réteg anyagjellemzőket az M9./8.15. táblázat foglalja össze. A textil szálköteg az  $x_{r2}x_{r3}$  síkban izotrop. A szálköteg modellcellákkal meghatározott anyagjellemzőket azzal ellenőriztem, hogy a (2.7) összefüggést átrendezve mindhárom esetben kiszámoltam a modellcellával kapott  $\nu_{r23}$  Poisson-tényezőt:

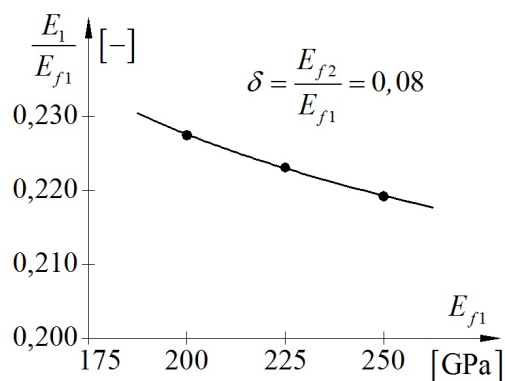
#### 4. Eredmények

$$\nu_{r23} = \frac{E_{r2}}{2G_{r23}} - 1. \quad (4.8)$$

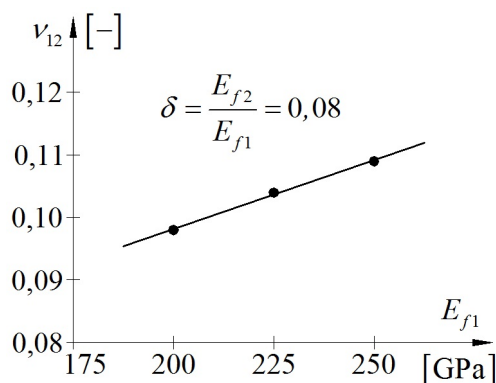
A paraméter vizsgálat eredményei azt mutatják, hogy a textil kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusa közel lineárisan növekszik a szénzál  $E_{f1}$ , illetve  $E_{f2}$  modulusának függvényében – látható a 4.13. ábrán. A textil kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusa kisebb mértékben nő, mint ahogy növeljük a szénzál merevségét, ezért az  $\frac{E_1}{E_{f1}}$  viszonyszám reciprok függvény szerint csökken (4.14. ábra). Csökken az erősítő szál „hatékonysága”. A textil kompozit réteg  $\nu_{12}$  Poisson-tényezője jó közelítéssel lineárisan növekszik a szénzál rugalmassági modulusainak függvényében (4.15. ábra). Az  $E_1$  és  $\nu_{12}$  lineáris diagramját legkisebb négyzetek módszerével írtam fel a három-három pontra. Az  $\frac{E_1}{E_{f1}}$  viszonyszám diagramját az  $E_1 = f(E_{f1})$  lineáris függvényből számítottam. Ha tehát növeljük az erősítő szál  $E_{f1}$  és  $E_{f2}$  rugalmassági modulusát úgy, hogy a (4.7) szerint  $\delta = 0,08$  arány állandó maradjon, akkor a textil kompozit réteg merevsége és a keresztkontrakciója is növekszik. A numerikus analízisből még az látható, hogy az erősítő szál rugalmassági modulusának változása a kompozit réteg  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusát *nem befolyásolja* (M9./8.15. táblázat). A diagramok és az M9./8.15. táblázatban szereplő értékek numerikusan nem igazak általánosan a textil kompozit rétegekre, ez csak becslés. A változás jellegét mutatják meg.



4.13. ábra Az  $E_1$  rugalmassági modulus változása az  $E_{f1}$  függvényében



4.14. ábra Az  $\frac{E_1}{E_{f1}}$  viszonyszám változása az  $E_{f1}$  függvényében



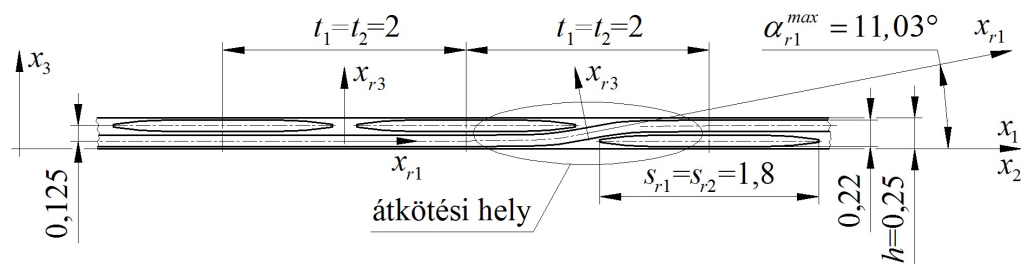
4.15. ábra A  $\nu_{12}$  Poisson-tényező változása az  $E_{f1}$  függvényében



## 4.5.2. Réteg anyagjellemzőinek változása különböző szövésminták esetén

A kompozit réteg mechanikai viselkedését az erősítésként alkalmazott textil szövési típusa is befolyásolhatja. A textil szövéséből adódó hullámosság a kompozit réteg merevségét a húzás és nyomás irányában csökkenti, a keresztkontrakciót pedig növeli. A kísérletbe bevont kompozit lemezben vászonkötésű textil volt, amelynél a láncfonal egyszer a vetülék alatt, egyszer fölött halad. Ebben a pontban azt vizsgálom, hogyan változnak a textil kompozit réteg anyagállandói, ha egy szálköteg egyszerre több egymást követő merőleges szálköteget keresztez alul vagy felül, és így kevésbé hullámos egy szálköteg egy adott hosszban belül.

Az átkötés definíciója az 1.1. pontban található. A szálkötegek átkötésének geometriája (4.16. ábra) ebben a pontban ugyanolyan a vizsgált modellcellákban,  $x_1$  és  $x_2$  irányban is megegyezik. A szövésből adódó hullámok amplitúdójának kétszerese  $0,125$  mm, az átkötés félhullámhossza  $t_1 = t_2 = 2$  mm. A szálköteg  $x_{r1}$  anyagi főiránya  $\alpha_{r1}$  szöget zár be a modellcella  $x_1$ , illetve  $x_2$  tengelyével, vagyis az  $x_1x_2$  síkkal. Ez a szög abszolút értékben a félhullám inflexiós pontjában a legnagyobb,  $2$  mm szálköteg osztásnál  $\alpha_{r1}^{max} = 11,03^\circ$ . Az átkötés geometriáját az  $\alpha_{r1}^{max}$  szög egyértelműen jellemzi. A szálköteget két átkötés között párhuzamosan modelleztem az  $x_1x_2$  síkkal, ahol több egymást követő szálköteget keresztez. Azon a szakaszon  $\alpha_{r1} = 0^\circ$  (4.16. ábra).

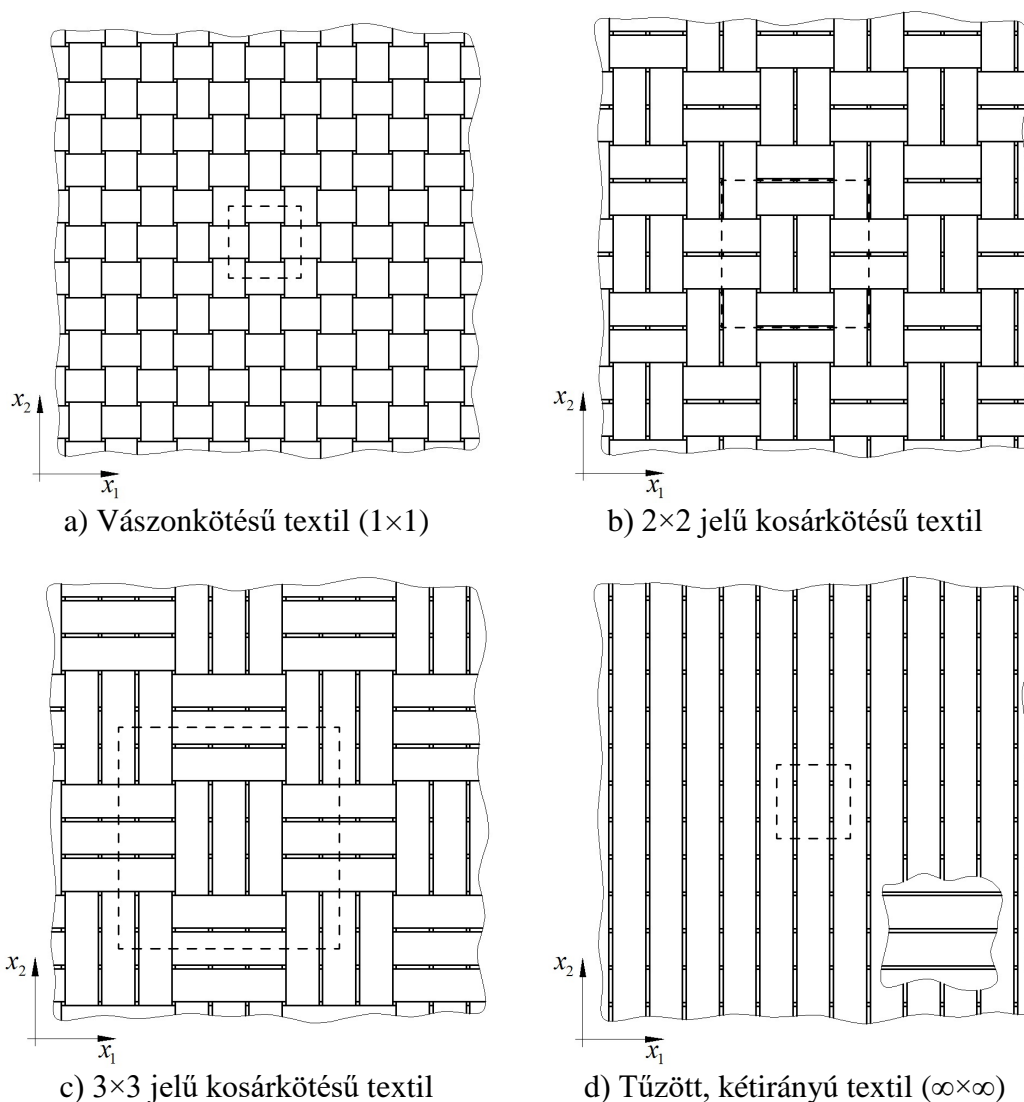


4.16. ábra Szálkötegek átkötésének geometriai kialakítása

A kosárkötés az általam vizsgált vászonkötés kiterjesztése, általánosítása. Egy  $p$  számú láncirányú szálkötegből álló csoport, mint egy fonal egyszer egy  $q$  darab vetülékirányú szálkötegből álló csoport alatt, egyszer fölött halad át. Vagyis két átkötés között egy láncirányú szálköteg  $q$  darab vetülékirányú szálköteget, egy vetülékirányú szálköteg pedig  $p$  darab láncirányú szálköteget keresztez (4.17. ábra). Ezt nevezik  $p \times q$  jelű kosárkötésnek. Egy textil szövési egység  $2p$  darab láncfonalat és  $2q$  darab vetülékfonalat tartalmaz. A disszertáció a leggyakrabban előforduló  $p = q$  eseteket vizsgálja. Négy különböző textillel erősített kompozit réteget hasonlítottam össze:

- az  $1 \times 1$ -es, azaz a vászonkötésű textilt (4.17a ábra),
- a  $2 \times 2$ -es kosárkötésű textilt (4.17b ábra),
- a  $3 \times 3$ -as kosárkötésű textilt (4.17c ábra) és
- a tűzött, kétirányú szövetet (4.17d ábra).

A vizsgálatba bevontam a vászonkötésű textilt is (4.17a ábra), amely egy  $1 \times 1$ -es kosárkötésnek felel meg. Ilyet tartalmaz a 3.5. pontban bemutatott réteg modellcella. Meg akartam nézni azt is, ahol nincsenek átkötések a textilben, vagyis láncirányban  $p = \infty$ , vetülékirányban  $q = \infty$  szálköteg alkot egy csoportot. Ezt a  $\infty \times \infty$  jelű kosárkötést a tűzött, kétirányú szövettel modelleztem. Egy ilyen szövet látható a 2.3. ábrán is. A szálkötegek ekkor nem teherviselő szálakkal vannak összekapcsolva. A 4.17d ábrán a láncfonalakra vannak ráfektetve a vetülékek. A nem teherviselő szálakat a réteg modellcellával történő modellezésnél nem vettem figyelembe. A 4.17. ábrán a modellcellákat a textilben szaggatott vonal jelöli. Mindegyik textil szimmetrikus felépítésű.



4.17. ábra A vizsgált textil kompozit erősítések

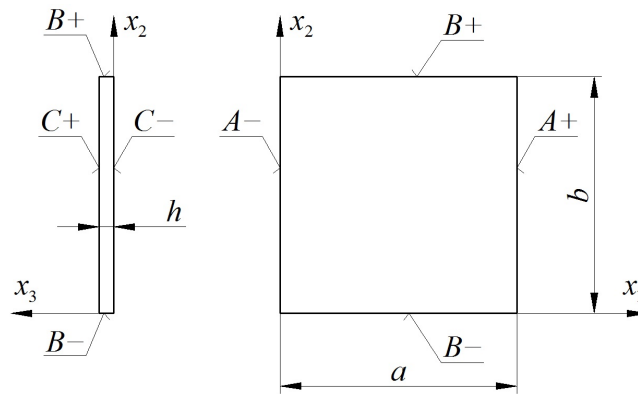
A vizsgált szövetek a 3.2. ábrán látható Torayca T300-3K típusú szálköteget tartalmazzák. A mátrix anyaggal átítatott szálköteg ortotrop anyagjellemzői a 4.7. táblázatban találhatók.

A textil kompozit réteg modellcella méreteit és oldalfelületeinek azonosító jelét a 4.18. ábra szemlélteti. A textil erősítések és a réteg modellcellák geometriai jellemzőit az M10./8.16. táblázat tartalmazza. A szálkötegek keresztmetszete (3.12. ábra), távolsága és a textil kompozit réteg vastagsága az összehasonlíthatóság érdekében valamennyi modellcellában azonos. A réteg modellcellákban az alábbi méretek és paraméterek egyeznek meg:

$$s_{r1} = s_{r2} = 1,8 \text{ mm}, \quad t_1 = t_2 = 2 \text{ mm}, \quad n_1 = n_2 = 5 \text{ db/cm}, \quad h = 0,25 \text{ mm}.$$

A textil térfogatarányát a kompozit rétegben a szálkötegek hullámossága csak kis mértékben befolyásolja. A réteg modellcellában a textil és a mátrix térfogatarányát az alábbiak szerint határoztam meg. A számítógépes modellcellák geometriájából lekérdeztem a mátrixszal átítatott szálkötegek  $V_r$  és a szálkötegen kívül eső mátrix  $V_m^k$  térfogatát. A szálak térfogataránya a szálkötegekben a 3.4. pontban megadott  $\varphi_{fr} = 0,7667$  volt. A textil  $V_f$  és a mátrix  $V_m$  térfogata a modellcellában:

$$V_f = \varphi_{fr} V_r, \quad V_m = V_m^k + (1 - \varphi_{fr}) V_r. \quad (4.9)$$



4.18. ábra A réteg modellcella méretei

A modellcella térfogata háromféleképpen felírva:

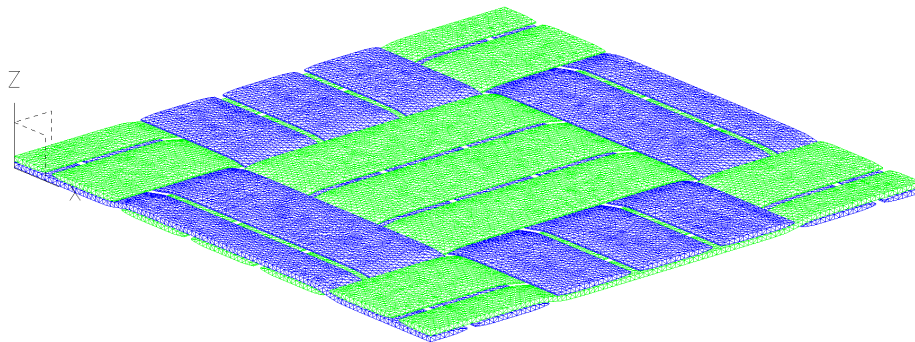
$$V = abh, \quad V = V_r + V_m^k, \quad V = V_f + V_m. \quad (4.10)$$

A textil erősítés és a mátrix térfogataránya a réteg modellcellában:

$$\varphi_f = \frac{V_f}{V}, \quad \varphi_m = \frac{V_m}{V}. \quad (4.11)$$

A réteg modellcellák térfogatarányait az M10./8.16. táblázat adja meg. A legtöbb átkötés egy adott hosszban belül a vászonkötésű textilben van, a tűzött, kétirányú szövetben pedig nincs hullám. A térfogatarányok eltérése a két modellnél csak 0,2%-os, tehát ez várhatóan nem befolyásolja a kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzőit.

A réteg modellcella végeelem felosztását/hálózását gondosan kell elvégezni, mert a nem megfelelő elemméret és elemalak hibaokozó tényező lehet, mint ahogyan azt a 4.4.2. pontban már említettem. A legnagyobb, 3×3-as kosárkötésű textillel erősített réteg modellcellát is ugyanolyan méretű elemekkel hálóztam be, mint a 3.5. pontban bemutatott réteg modellcellát (3.47., 3.48. ábra). Így a hálózás várhatóan nem befolyásolja a modellcellákkal meghatározott anyagjellemzők pontosságát. Az alkalmazott réteg modellcella 3×3 jelű kosárkötésű textiljének végeelem hálója a 4.19. ábrán látható. Az ehhez tartozó teljes réteg modellcella (a textil és a mátrix együttes) végeelem hálója 422 415 elemet és 602 745 csomópontot tartalmaz.



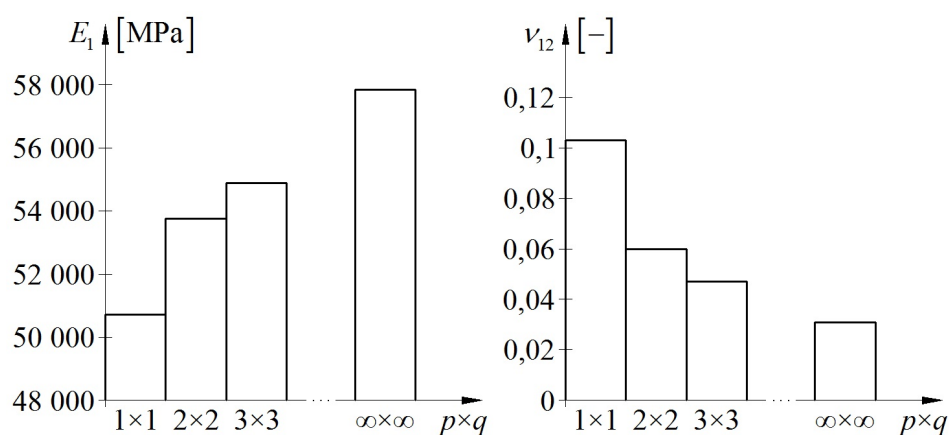
4.19. ábra A 3×3 jelű kosárkötésű textil végeelem hálója

A vizsgált textilekben az erősítés  $x_1$  és  $x_2$  irányban azonos, így a három független anyagjellemző meghatározásához elégséges egy  $x_1$  irányú húzást és egy  $x_1x_2$  síkbeli nyírást vizsgálni. A négy, különböző textillel erősített kompozit réteg modellcellával meghatározott anyagjellemzőket a 4.20. táblázat tartalmazza.

4.20. táblázat A réteg modellcellákkal meghatározott anyagjellemzők

Keresztezések száma: $p \times q$		Meghatározott anyagjellemzők		
a)	1×1	$E_1 = E_2 = 50\,720$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,103$	$G_{12} = 2\,900$ MPa
b)	2×2	$E_1 = E_2 = 53\,750$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,060$	$G_{12} = 2\,900$ MPa
c)	3×3	$E_1 = E_2 = 54\,885$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,047$	$G_{12} = 2\,900$ MPa
d)	$\infty \times \infty$	$E_1 = E_2 = 57\,850$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,031$	$G_{12} = 2\,900$ MPa

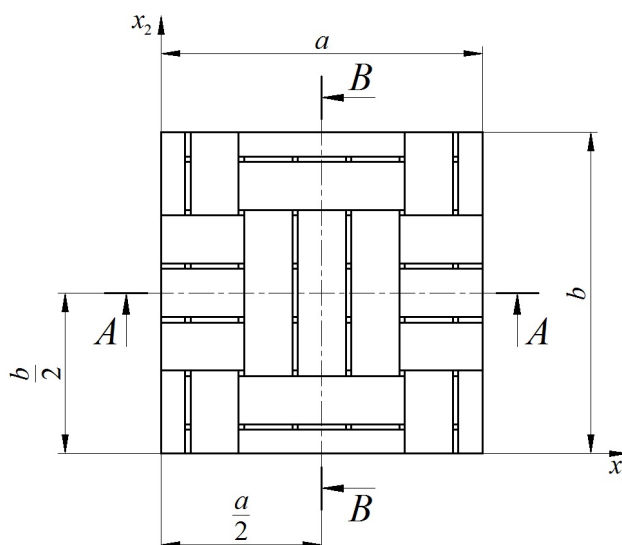
A szemléletesség kedvéért az  $E_1$  rugalmassági moduluszt és a  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőt a 4.20. ábrán oszlopdiaagramon ábrázoltam a  $p \times q$  szálköteg keresztezések függvényében. A numerikus vizsgálatok azt mutatják, hogy ha a textil szálkötegében csökkentjük a szövésből adódó hullámok számát egy adott hosszban belül, azzal növeljük a kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusát és csökkentjük a  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőjét. Az 1×1-es vászonkötésű textillel erősített réteghez képest a ( $\infty \times \infty$ -es) tűzött, kétirányú szövettel merevített réteg rugalmassági modulusa 14%-kal nagyobb, Poisson-tényezője pedig kisebb, körülbelül harmada. A 4.20. táblázatban látható, hogy a keresztezések száma nincs hatással a kompozit réteg  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusára.

4.20. ábra Az  $E_1$  és a  $\nu_{12}$  változása a  $p \times q$  függvényében

A réteg modellcella  $x_1$  irányú húzásától a láncirányú szálkötegeknél a 4.16. ábrán látható  $\alpha_{r1}^{max}$  szög csökken, ami a textil teljes nyúlásának növekedését eredményezi. A vetülékirányú szálkötegeknél az átkötések  $\alpha_{r1}^{max}$  szöge növekszik, amitől nagyobb keresztkontrakció lép fel. Ez az  $x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében a szálkötegek  $x_{r1}, x_{r3}$  síkbeli nyírásából és  $x_{r2}$  tengelyirányú hajlításából adódik. A réteg modellcellánál megvizsgáltam a feszültségviszonyokat is a homogenizált szálkötegekben és a mátrixban. A kialakult feszültségekből csak az alakváltozásra és a deformációra lehet következtetni, a tönkremenetelre nem.

A 3×3 jelű kosárkötésű textilnél (M10./8.16. táblázat c) típus) a szálkötegekben  $2 \cdot 4 = 8$  mm hosszú egyenes rész van az  $a = b = 12$  mm szövési egységen belül, ahol az  $x_{r1}$  anyagi főirány párhuzamos a modellcella  $x_1$ , illetve  $x_2$  tengelyével, vagyis  $\alpha_{r1} = 0^\circ$ . A vászonkötésű textiliben nincs a szálkötegekben egyenes rész (M10./8.16. táblázat a) típus). A 4.22-4.25. ábra a 3×3-as kosárkötésű textillel erősített réteg modellcella szálkötegeiben kialakult homogenizált

feszültségeket mutatja  $x_1$  irányú húzás esetén. Az előírt kinematikai terhelés  $\bar{\varepsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ . A feszültségeloszlások a textil 4.21. ábrán jelölt A–A és B–B metszősíkján láthatók.

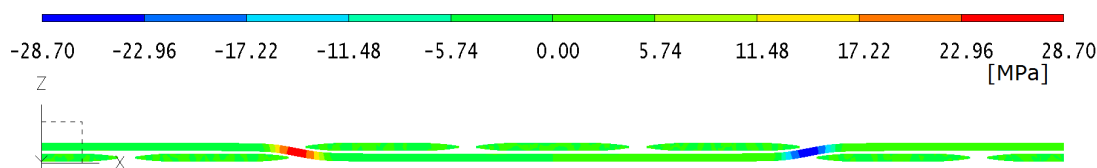


4.21. ábra A–A és B–B metszősík a 3×3 jelű kosárkötésű textilben

A 4.22-4.26. ábrán a program XYZ globális koordináta-rendszere a réteg  $x_1x_2x_3$  koordináta-rendszerét jelenti. A 4.22. ábra a textil A–A, a 4.23. ábra a B–B metszősíkján mutatja a szálkötegekben a  $\bar{\tau}_{r13}$  homogenizált feszültségeloszlást az  $x_{r1}x_{r2}x_{r3}$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében. A legnagyobb a nyírófeszültség az átkötésnél, az inflexiós pont környékén lép fel. A 4.8. ábra a vászonkötésű textil  $x_1$  irányú szálkötegeiben mutatja a  $\bar{\tau}_{r13}$  feszültségeloszlást  $\bar{\varepsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  előírt kinematikai terhelésnél.

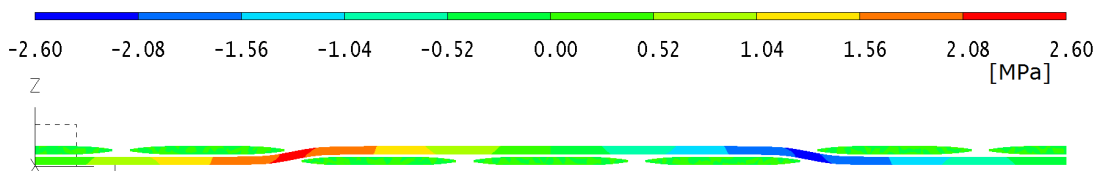
A 4.24. ábra a homogenizált  $\bar{\sigma}_{r1}$  normálfeszültség eloszlását szemlélteti a középső láncirányú szálköteg A–A metszősíkján. A 4.25. ábra a középső vetülékirányú szálköteg B–B metszősíkján mutatja a kialakult  $\bar{\sigma}_{r1}$  feszültségeloszlást. A szálkötegek alsó és felső szála közötti feszültségkülönbséget nézve látható, hogy nagyobb mértékű  $x_{r2}$  tengelyirányú hajlítás az átkötésnél, az inflexiós pont előtt és után van. A 4.7. ábra a vászonkötésű textil  $x_1$  irányú szálkötegein szemlélteti a homogenizált  $x_{r1}$  irányú normálfeszültség eloszlását  $\bar{\varepsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  kinematikai terhelés esetén. A 4.22. és a 4.8. ábrát, valamint a 4.24. és a 4.7. ábrát összehasonlítva látható, hogy hasonló feszültségállapot alakul ki a szálkötegek átkötésénél a vászonkötésű és a 3×3 jelű kosárkötésű textil esetén is.

A szálkötegek egyenes szakaszán nincs számottevő hajlítás és nyírás. Tehát ha növeljük a  $p, q$  szálkötegek számát két átkötés között, azzal  $x_1$  és  $x_2$  irányban növeljük a kompozit réteg merevségét és csökkentjük a keresztkontrakciót.

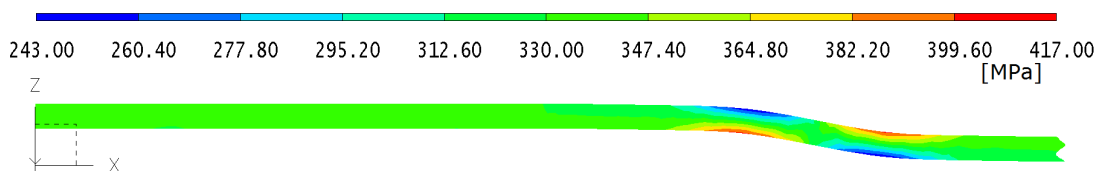


4.22. ábra  $\bar{\tau}_{r13}$  feszültségeloszlás a textil A–A metszősíkján

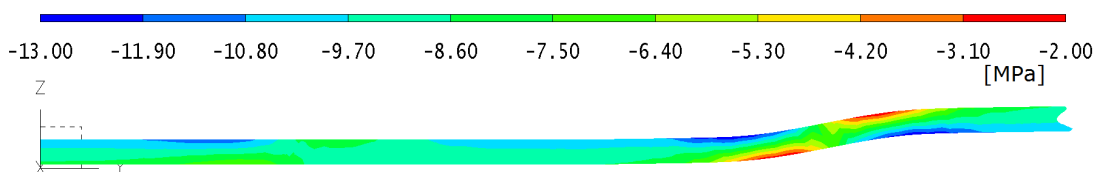
## 4. Eredmények



4.23. ábra  $\bar{\tau}_{r13}$  feszültségeloszlás a textil  $B-B$  metszősíkján

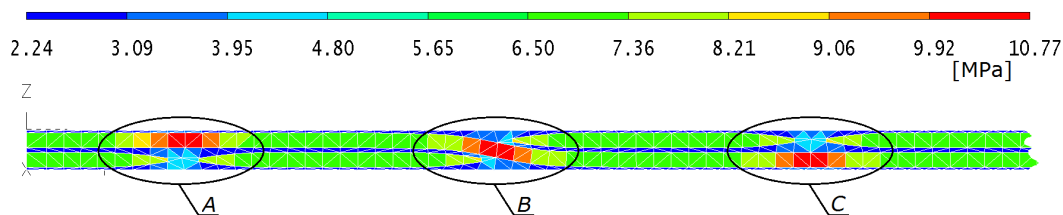


4.24. ábra  $\bar{\sigma}_{r1}$  feszültségeloszlás a középső  $x_1$  irányú szálkötég  $A-A$  metszősíkján



4.25. ábra  $\bar{\sigma}_{r1}$  feszültségeloszlás a középső  $x_2$  irányú szálkötég  $B-B$  metszősíkján

A 4.26. ábra a  $\tau_{12}$  feszültségeloszlást szemlélteti a  $3 \times 3$  jelű kosárkötésű textillel erősített réteg modellcella  $A+$  oldallapján  $x_1x_2$  síkbeli nyírásnál,  $\bar{\gamma}_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$  kinematikai terhelésnél. Összehasonlítva az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  helyet, közel ugyanolyan a  $\tau_{12}$  nyírófeszültség eloszlása az átkötési helyen, mint ahol egyenesen fut a szálkötég. A  $p$ ,  $q$  szálkötégek száma két átkötés között nem befolyásolja az oldallapokon fellépő  $\bar{\tau}_{12}$  átlagos feszültséget, azaz a kompozit réteg  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulusát. A vászonkötésű textillel merevített réteg modellcella oldallapjain is hasonló a  $\tau_{12}$  feszültségeloszlás, ahol  $\bar{\gamma}_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$  az előírt átlagos szögtorzulás (4.10. ábra).



4.26. ábra  $\tau_{12}$  feszültségeloszlás a  $3 \times 3$  jelű kosárkötésű textillel erősített réteg modellcella  $A+$  oldallapján

Impregnálás előtt a vászonkötésű textil stabilabb szerkezetű, mivel minden keresztezés között van átkötés. A kosárkötésű textil hajlamosabb a redőződésre (Balaguru, Wayne, 2005).

A 4.20. táblázatban az anyagjellemzők, a 4.20. ábrán az oszlopdigramok és a 4.22-4.26. ábrán látható feszültségeloszlások numerikusan csak a 4.5.2. pontban bemutatott textil kompozit rétegekre érvényesek, általánosan nem. Ez a tervezést segíti.

### 4.5.3. Textil térfogatarányának hatása a kompozit réteg anyagtulajdonságaira

A szálkötég ebben az esetben is a Torayca T300-3K (3.2. ábra) volt. A textil, vagyis az elemi szálak  $\varphi_f$  térfogatarányát a kompozit rétegekben a szálkötégek távolságával változtattam.



## 4. Eredmények

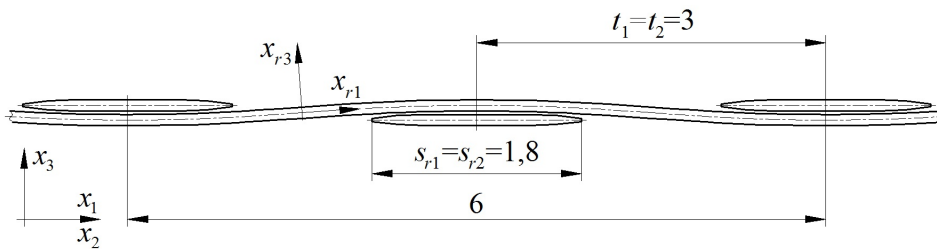
A szálkötegek távolságát három esetben mindkét irányban egyenlőnek vettem fel:  $t_1 = t_2$ . Emiatt teljesülnek a (3.1)-ben szereplő egyenlőségek, és elég volt csak az egyik irányban húzást modellezni a réteg modellcellákkal. A vizsgált tartományt a gyakorlati megvalósíthatóság alapján választottam ki az adott  $s_{r1} = s_{r2} = 1,8$  mm széles és  $h_r = 0,095$  mm vastag szálkötegnél (3.5. ábra). A textil  $\varphi_f$  és a mátrix  $\varphi_m$  térfogatarányát a modellcellában a (4.9), (4.10), (4.11) összefüggés szerint határoztam meg. Az alábbi három esetet vizsgáltam:

- a)  $t_1 = t_2 = 3$  mm,  $\varphi_f = 0,307$ ,
- b)  $t_1 = t_2 = 2,5$  mm,  $\varphi_f = 0,368$ ,
- c)  $t_1 = t_2 = 2$  mm,  $\varphi_f = 0,461$ .

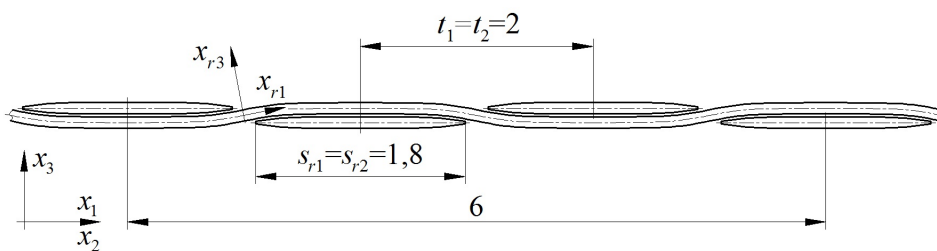
A három textil és a három modellcella geometriai jellemzőit az M11./8.17. táblázat tartalmazza. A szálköteg keresztmetszete (3.12. ábra) és a kompozit réteg vastagsága mindegyik modellben ugyanaz volt. A következő méretek megegyeztek a modellekben:

$$s_{r1} = s_{r2} = 1,8 \text{ mm}, \quad h = 0,25 \text{ mm}.$$

Azzal, hogy csökkentem a textilben a szálkötegek távolságát, növelem a hullámosságát. A 4.27. és a 4.28. ábrát összehasonlítva látható, hogy  $\varphi_f = 0,307$  esetén 6 mm -en egy teljes hullám van a szálkötegekben,  $\varphi_f = 0,461$  esetén viszont másfél. A szálköteg  $x_{r1}$  anyagi főiránya és a modellcella  $x_1x_2$  síkja által bezárt  $\alpha_{r1}$  szög maximuma az inflexiós pontban a 4.27. ábrán  $\alpha_{r1}^{max} = 3,93^\circ$ , a 4.28. ábrán  $\alpha_{r1}^{max} = 11,03^\circ$ .



4.27. ábra A textil szelvénye  $\varphi_f = 0,307$  esetén a)



4.28. ábra A textil szelvénye  $\varphi_f = 0,461$  esetén c)

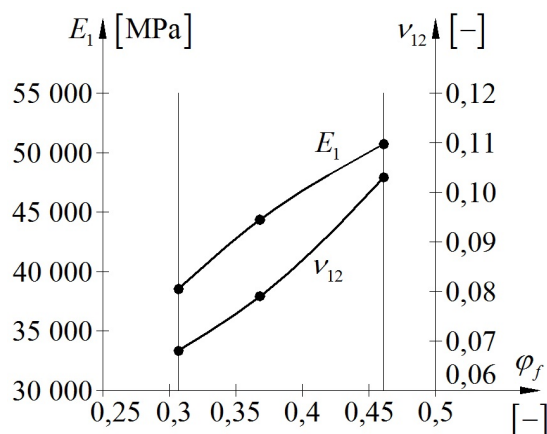
A 4.21. táblázat foglalja össze a vizsgált három  $\varphi_f$  térfogatarányhoz tartozó anyagi jellemzőket. A réteg rugalmassági modulusa  $x_1$  és  $x_2$  irányban ugyanúgy növekszik a  $\varphi_f$  függvényében. A térfogatarány és ezáltal a hullámosság növelése fokozza az egytengelyű húzásnál létrejövő keresztkontrakciót. Az  $E_1$  rugalmassági modulus és a  $\nu_{12}$  Poisson-tényező diagramját a 4.29. ábra mutatja be. A két függvényt három ponton átmenő, harmadfokú spline-nal vettem fel. A  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus közelítőleg lineárisan növekszik a  $\varphi_f$  függvényében. A három pontra lineáris függvényt írtam fel legkisebb négyzetek módszerével. Ez látható a 4.30. ábrán. A vizsgálat  $\varphi_f \in [0,307; 0,461]$  értelmezési tartománya a geometriai megvalósíthatóság alapján jött

ki. A diagramokat is csak az adott intervallumon vettem fel. A szálkötegek  $t_1 = t_2$  távolságát úgy változtattam a 3.5. ábrán látható kompozit rétegnél, hogy az  $s_{r1} = s_{r2} = 1,8$  mm,  $h_r = 0,095$  mm,  $h_i = 0,22$  mm,  $h = 0,25$  mm méretek állandó értéken maradtak.

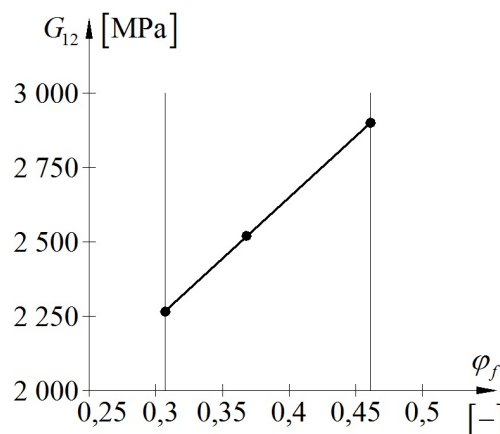
4.21. táblázat Anyagjellemzők különböző textil térfogatarányok esetén

$\varphi_f$ [-]		Meghatározott anyagjellemzők		
a)	$\varphi_f = 0,307$	$E_1 = E_2 = 38\,535$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,068$	$G_{12} = 2\,265$ MPa
b)	$\varphi_f = 0,368$	$E_1 = E_2 = 44\,360$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,079$	$G_{12} = 2\,520$ MPa
c)	$\varphi_f = 0,461$	$E_1 = E_2 = 50\,720$ MPa	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,103$	$G_{12} = 2\,900$ MPa

A meghatározott anyagjellemzők a 4.21. táblázatban és a diagramok a térfogatarány függvényében a 4.29., 4.30. ábrán csak becslés, numerikusan általánosan nem igazak.



4.29. ábra Az  $E_1$  és a  $\nu_{12}$  változása a  $\varphi_f$  térfogatarány függvényében



4.30. ábra A  $G_{12}$  változása a  $\varphi_f$  térfogatarány függvényében

#### 4.5.4. Hossz- és keresztirányú szálasz arányának hatása a réteg anyagjellemzőire

Öt réteg modellcellán vizsgáltam, hogyan változnak a textil kompozit réteg ortotrop anyagjellemzői, ha módosítjuk a textilben a hossz- és keresztirányú szálkötegek arányát. Mindegyik réteg modellcellában Torayca T300-3K típusú szálköteg volt AROPOL M105TB típusú poliészter gyantába ágyazva, és azonos volt az  $x_1$  hosszirányú szálkötegek távolsága:  $t_1 = 2$  mm. A szálasz  $\lambda$  arányát azzal változtattam, hogy az egyes modellekben különbözik a keresztirányú szálkötegek  $t_2$  távolsága.

Ha egy textilben (4.31. ábra) növeljük a szálkötegek sűrűségét  $x_2$  irányban, akkor a szálasz térfogataránya is nagyobb lesz. Ettől azt várjuk, hogy a kompozit merevsége nemcsak a sűrítés irányában, hanem a rá merőleges  $x_1$  irányban is növekszik, mivel a szálkötegnek  $x_{r2}$  irányban is nagyobb a merevsége, mint a mátrix anyagnak. A sűrítésre merőleges szálkötegekben viszont több hullám lesz egy adott hosszon belül, és a hullámosság csökkenti a kompozit merevségét.

Az  $x_1$  és  $x_2$  irányú szálkötegek távolsága, osztása a textilben a 4.32. ábrán látható. A hossz- és keresztirányú szálkötegek aránya a szálkötegek  $t_i$  távolságával és  $n_i$  sűrűségével is kifejezhető ( $i = 1, 2$ ):



#### 4. Eredmények

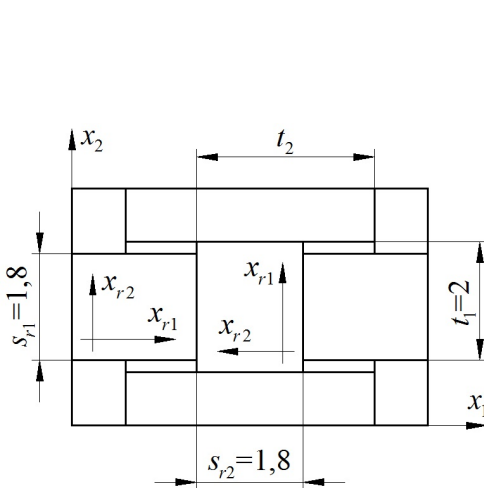
$$\lambda = \frac{n_2}{n_1} = \frac{t_1}{t_2}. \quad (4.12)$$

A vizsgált öt réteg modellcella jellemzői:

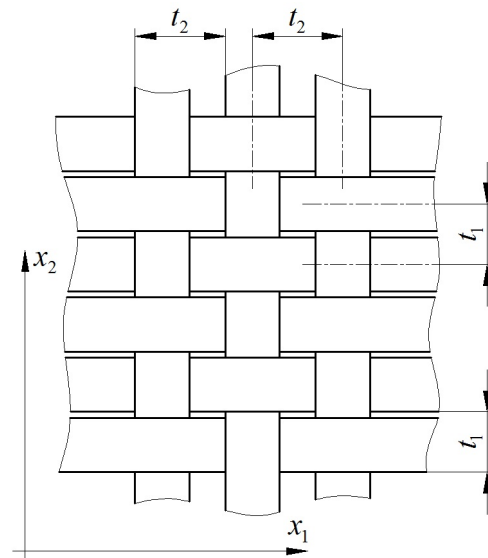
- a) Nincs keresztirányú szálköteg:  $n_2 = 0$ , ( $t_2 = \infty$ ),  $\lambda = 0$ ,
- b)  $t_2 = 4$  mm,  $\lambda = 0,5$ ,
- c)  $t_2 = 3$  mm,  $\lambda = 0,67$ ,
- d)  $t_2 = 2,5$  mm,  $\lambda = 0,8$ ,
- e)  $t_2 = 2$  mm,  $\lambda = 1$ .

A 4.31. ábrán látható a textil egység. Olyan eseteket néztem, ami a gyakorlatban geometriailag megvalósítható  $s_{r2} = 1,8$  mm széles és  $h_r = 0,095$  mm vastag szálkötegnél. Nem vizsgáltam réteg modellcellával az a) és b) eset közötti részt, mert  $t_2 > 4$  mm esetén túl távol lennének egymástól a vetülékirányú szálkötegek. Az  $x_1$  irányú szálkötegek  $t_1$  sűrűsége, valamint a 4.18. ábrán és az M12./8.18. táblázatban látható paraméterek közül az alábbiak azonosak az öt modellben:

$$t_1 = 2 \text{ mm}, \quad n_1 = 5 \text{ db/cm}, \quad b = 2 \text{ mm}, \quad h = 0,25 \text{ mm}, \quad s_{r1} = s_{r2} = 1,8 \text{ mm}.$$



4.31. ábra A réteg modellcella  $x_1, x_2$  koordináta-rendszere és a szálkötegek  $x_{r1}, x_{r2}$  anyagi főiránya



4.32. ábra Szálkötegek távolsága a textilben

Az olyan kompozit réteg erősítésnél, melynél csak egy irányban vannak merevítő szálkötegek, a párhuzamos szálak nem teherviselő szálakkal vannak összekapcsolva. Az a) esetben úgy modelleztem, hogy a nem teherviselő szálakat nem vettem figyelembe a végelelemes modellben.

Mindegyik változatnál meghatároztam az  $x_1$ ,  $x_2$  irányú erősítő szálaknak, a textilnek, valamint a mátrixnak a térfogatarányát a réteg modellcellában. Lekérdeztem a geometriai modellekről a mátrixszal átítatott  $x_1$  és  $x_2$  irányú szálkötegek  $V_{r1}$ ,  $V_{r2}$ , valamint a szálkötegen kívül eső mátrix  $V_m^k$  térfogatát. Az  $x_1$  és  $x_2$  irányú erősítő szálak térfogata a szálkötegen található szálak  $\varphi_{fr} = 0,7667$  térfogatarányával felírva:

$$V_{f1} = \varphi_{fr} V_{r1}, \quad V_{f2} = \varphi_{fr} V_{r2}. \quad (4.13)$$

#### 4. Eredmények

A textil  $V_f$  és a mátrix  $V_m$  térfogata a réteg modellcellában:

$$V_f = V_{f1} + V_{f2}, \quad V_m = V_m^k + (1 - \varphi_{fr})V_{r1} + (1 - \varphi_{fr})V_{r2}. \quad (4.14)$$

A modellcella térfogata háromféleképpen meghatározva:

$$V = abh, \quad V = V_{r1} + V_{r2} + V_m^k, \quad V = V_f + V_m. \quad (4.15)$$

Az  $x_1$  és  $x_2$  irányú erősítő szálak térfogataránya a modellcellában:

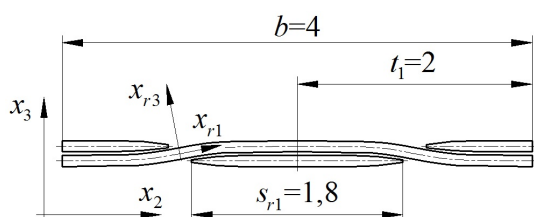
$$\varphi_{f1} = \frac{V_{f1}}{V}, \quad \varphi_{f2} = \frac{V_{f2}}{V}. \quad (4.16)$$

A textil és a mátrix térfogataránya a modellben:

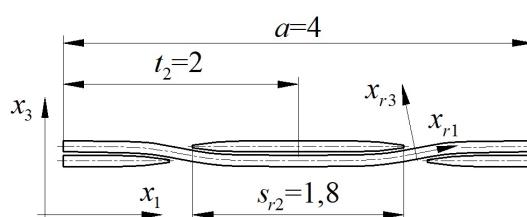
$$\varphi_f = \frac{V_f}{V} = \varphi_{f1} + \varphi_{f2}, \quad \varphi_m = \frac{V_m}{V}. \quad (4.17)$$

A vizsgált öt változatban alkalmazott textil szerkezetét és a végelem analízisnél alkalmazott modellcella geometriai jellemzőit az M12./8.18. táblázat foglalja össze. Az  $x_1$  irányú szálkötegek sűrűsége mindegyik modellcellában megegyezik. Az a), b), c), d) modellben  $\varphi_{f1} = 0,230$ . Az  $x_1$  irányú szálkötegekben  $\lambda = 1$ -nél van a legtöbb hullám egy adott hosszon belül. Az e) esetben a hullámosság miatt  $\varphi_{f1} = 0,2305$ . Az erősítő szálak térfogatarányát a 4.39. ábra mutatja a  $\lambda$  szálarány függvényében. Az öt-öt pontra harmadfokú spline görbét illesztettem. Azzal, hogy növeljük a szálkötegek számát  $x_2$  irányban, a textil térfogatarányát is növeljük a kompozit rétegben. A  $\varphi_{f2}$  és a  $\varphi_f$  közel lineárisan növekszik. A  $\lambda \in [0;1]$  intervallumon eredetileg folytonos diagramokat akartam felvenni. A  $0 < \lambda < 0,5$  tartományra nem számoltam anyagjellemzőket réteg modellcellával, mert nagyon távol vannak egymástól  $x_2$  irányban a szálkötegek. A diagramokat ezért a  $\lambda \in (0;0,5)$  intervallumon szaggatott vonallal jelöltem.

Az a) modellcellában nincs  $x_2$  irányú szálkötege, az  $x_1$  irányú szálkötegek végig párhuzamosak a modellcella  $x_1x_2$  síkjával. A b), c), d), e) réteg modellcellában megegyeznek az  $x_2$  irányú szálkötegek, mivel az  $x_1$  irányú szálkötegek távolsága mindegyik modellben  $t_1 = 2$  mm. A 4.33. ábra a b), c), d), e) textil metszetét mutatja az  $x_1$  tengelyre merőleges szimmetriasíokban. Az  $x_1$  irányú szálkötegek hullámossága az e) textilben (4.34. ábra), a  $t_2 = 2$  mm esetén a legnagyobb. Ekkor a legsűrűbb a textil  $x_2$  irányban. A 4.33. és a 4.34. ábrán a szálkötege  $x_{r1}$  anyagi főiránya és a modellcella  $x_1x_2$  síkja által bezárt  $\alpha_{r1}$  szög maximuma az átkötés inflexiós pontjában  $\alpha_{r1}^{max} = 11,03^\circ$ . A b) textilben  $t_2 = 4$  mm az  $x_2$  irányú szálkötegek távolsága (4.35. ábra). Az átkötésénél ott  $\alpha_{r1}^{max} = 1,64^\circ$ .

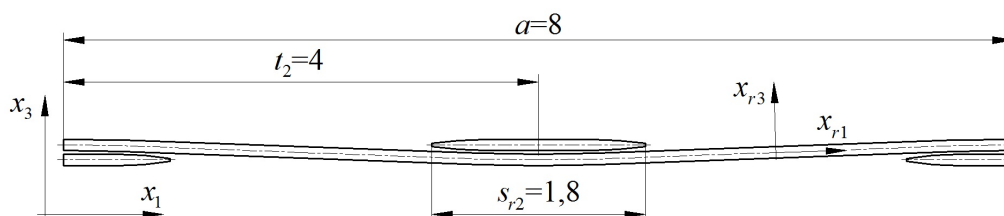


4.33. ábra A b), c), d), e) textil metszete az  $x_1$ -re merőleges szimmetriasíokban



4.34. ábra Az e) textil metszete az  $x_2$ -re merőleges szimmetriasíokban

## 4. Eredmények



4.35. ábra A b) textil metszete az  $x_2$ -re merőleges szimmetriasíkban

Az öt végeelemes modellcella segítségével meghatározott anyagjellemzőket a 4.22. táblázat tartalmazza. Az e) modellcellát leszámítva – ahol  $\lambda = 1$  – külön kellett az  $x_1$  és az  $x_2$  irányú egytengelyű húzást modellezni. A rugalmassági modulusokat és a Poisson-tényezőket úgy ellenőriztem, hogy a réteg modellcellával kapott  $\nu_{21}$  Poisson-tényezőt mindegyik esetben kiszámoltam a (2.5) összefüggést átrendezve is:

$$\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}. \quad (4.18)$$

4.22. táblázat Anyagjellemzők különböző szálarányok esetén

$\lambda$ [-]		Meghatározott anyagjellemzők		
a)	$\lambda = 0$	$E_1 = 55\,700$ MPa	$\nu_{12} = 0,276$	$G_{12} = 2\,100$ MPa
		$E_2 = 5\,850$ MPa	$\nu_{21} = 0,029$	
b)	$\lambda = 0,5$	$E_1 = 56\,300$ MPa	$\nu_{12} = 0,088$	$G_{12} = 2\,450$ MPa
		$E_2 = 27\,575$ MPa	$\nu_{21} = 0,043$	
c)	$\lambda = 0,67$	$E_1 = 55\,850$ MPa	$\nu_{12} = 0,094$	$G_{12} = 2\,600$ MPa
		$E_2 = 35\,065$ MPa	$\nu_{21} = 0,059$	
d)	$\lambda = 0,8$	$E_1 = 54\,700$ MPa	$\nu_{12} = 0,100$	$G_{12} = 2\,705$ MPa
		$E_2 = 41\,040$ MPa	$\nu_{21} = 0,075$	
e)	$\lambda = 1$	$E_1 = 50\,720$ MPa	$\nu_{12} = 0,103$	$G_{12} = 2\,900$ MPa
		$E_2 = 50\,720$ MPa	$\nu_{21} = 0,103$	

A 4.22. táblázatban látható, hogy  $E_2$ ,  $\nu_{21}$ ,  $G_{12}$  anyagjellemzők a  $\lambda$  függvényében szigorúan monoton növekvőek. Az  $E_1$  rugalmassági modulusnak  $\lambda = 0$  és  $\lambda = 0,67$  között maximuma, a  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőnek pedig minimuma van. A  $\nu_{12}$   $\lambda = 0$  helyen veszi fel a maximális értéket a vizsgált  $\lambda \in [0;1]$  intervallumon. Az  $E_1 = f(\lambda)$ ,  $E_2 = f(\lambda)$ ,  $\nu_{21} = f(\lambda)$  diagramot öt pontra illesztett harmadfokú spline interpolációval vettem fel (4.36., 4.37. ábra). A feketével jelölt pontok a végeelemes réteg modellcellákkal meghatározott értékek. A  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőt  $\lambda = 0$  és  $\lambda = 0,5$  között a (2.5) egyenletet felhasználva még két helyen meghatároztam. A  $\lambda = 0,1$  és a  $\lambda = 0,3$  helyen a spline függvényekből leolvastam az  $E_1 = f(\lambda)$ ,  $E_2 = f(\lambda)$ ,  $\nu_{21} = f(\lambda)$  diagram függvény értékeit. Ezeket a pontokat piros kereszttel jelöltem a 4.36., 4.37. ábrán:

$$E_1(\lambda = 0,1) = 55\,918 \text{ MPa}, \quad E_2(\lambda = 0,1) = 10\,188 \text{ MPa}, \quad \nu_{21}(\lambda = 0,1) = 0,030,$$

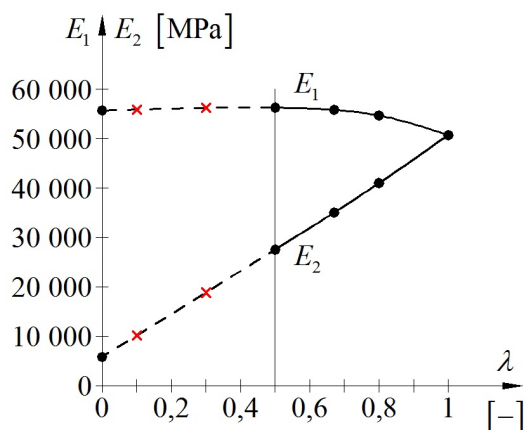
$$E_1(\lambda = 0,3) = 56\,256 \text{ MPa}, \quad E_2(\lambda = 0,3) = 18\,871 \text{ MPa}, \quad \nu_{21}(\lambda = 0,3) = 0,033.$$

A  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőt a (2.5) egyenlet szerint kapjuk meg  $\lambda = 0,1$  és  $\lambda = 0,3$  helyen:

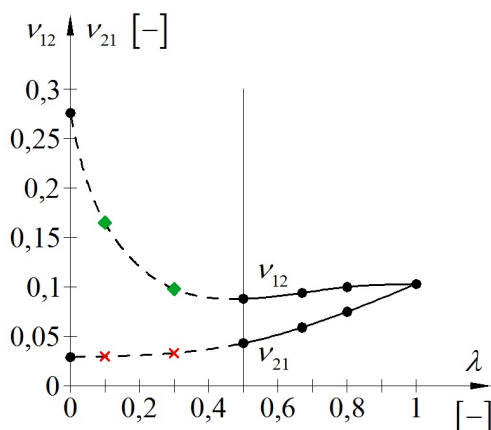
$$\nu_{12}(\lambda = 0,1) = \frac{E_1(\lambda = 0,1)}{E_2(\lambda = 0,1)} \nu_{21}(\lambda = 0,1) = 0,165, \quad (4.19)$$

$$\nu_{12}(\lambda = 0,3) = \frac{E_1(\lambda = 0,3)}{E_2(\lambda = 0,3)} \nu_{21}(\lambda = 0,3) = 0,098. \quad (4.20)$$

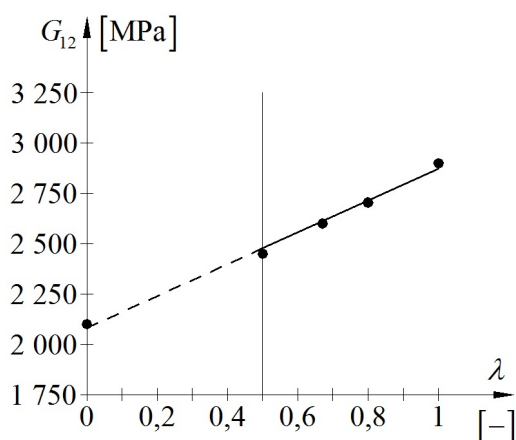
A (4.19) és a (4.20) egyenletből kapott két pontot zöld négyzettel jelöltem a 4.37. ábrán. A  $\nu_{12}$  diagram harmadfokú spline-ját hét pontra illeszttem.



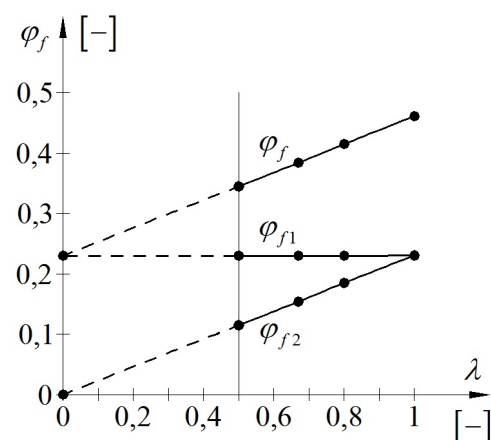
4.36. ábra Az  $E_1$  és az  $E_2$  változása a  $\lambda$  szálarány függvényében



4.37. ábra A  $\nu_{12}$  és a  $\nu_{21}$  változása a  $\lambda$  szálarány függvényében



4.38. ábra A  $G_{12}$  változása a  $\lambda$  szálarány függvényében



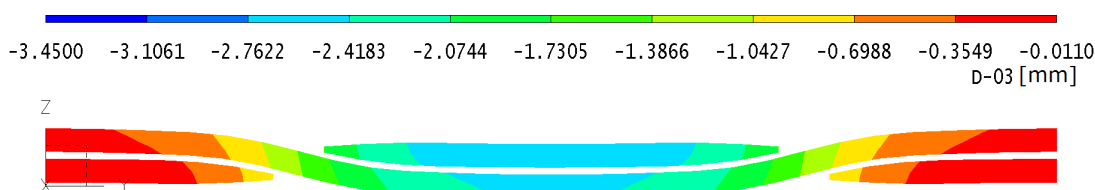
4.39. ábra A  $\varphi_f$ ,  $\varphi_{f1}$ ,  $\varphi_{f2}$  térfogatarány a  $\lambda$  függvényében

A keresztirányú szálkötegek geometriája, hullámossága  $\lambda = 0$  kivételével minden esetben azonos, ezért az  $E_2$  keresztirányú rugalmassági modulus közel lineárisan változik (növekszik) a  $\lambda$  függvényében (4.36. ábra). A  $\lambda$  növelésével a  $\varphi_{f2}$  térfogatarány is megközelítőleg lineárisan nő (4.39. ábra).

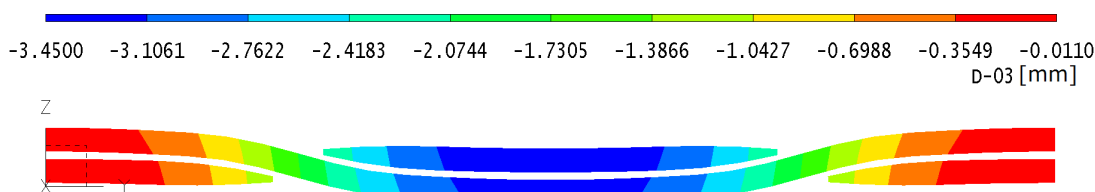
A keresztirányú szálkötegek sűrítésének csak egy bizonyos  $\lambda$  értékig van merevítő hatása  $x_1$  irányban. A 4.36. ábrán az  $E_1$  maximuma azzal magyarázható, hogy ha a hosszirányú szálkötegek elérnek egy adott hullámosságot, a textil kompozit lemez veszít a merevségéből.

A  $\nu_{21}$  Poisson-tényező monoton növekszik (4.37. ábra), azaz  $x_2$  irányú húzásnál nő a keresztkontrakció, ha az  $x_1$  irányú szálkötegekben több a hullám.

A  $\nu_{12}$  Poisson-tényező akkor a legnagyobb, amikor nincs keresztirányú erősítés. Ha növeljük keresztirányban a szálkötegek számát, csak egy bizonyos szálkötegarányig csökken a keresztkontrakció (4.37. ábra). A lokális minimum után kis meredekséggel növekszik a  $\nu_{12} = f(\lambda)$  diagram. A 4.40. ábra  $\lambda = 0,5$ , a 4.41. ábra  $\lambda = 1$  esetén mutatja be a textil  $x_3$  irányú elmozdulásmezőjét a réteg modellcella A- oldallapján  $x_1$  irányú húzásnál. A deformált alak huszonötszörös nagyításban látható az  $x_1x_2x_3$  (XYZ) koordináta-rendszerben. Mindkét modellnél  $\bar{\varepsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  az előírt kinematikai terhelés. A szövésből adódó hullámok amplitúdói az  $x_2$  irányú szálkötegekben  $\lambda = 1$  szálkötegaránynál jobban növekednek, mint  $\lambda = 0,5$  esetén. Ennek következtében az e) textillel erősített modellcellának nagyobb a keresztkontrakciója.



4.40. ábra A textil  $x_3$  irányú elmozdulásmezője az A- oldallapon  $\lambda = 0,5$  szálarány esetén



4.41. ábra A textil  $x_3$  irányú elmozdulásmezője az A- oldallapon  $\lambda = 1$  szálarány esetén

A 4.38. ábrán látható, hogy a  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus monoton, közelítőleg lineárisan növekszik úgy, hogy a  $\lambda$  függvényében a  $\varphi_f$  térfogatarány is közel lineárisan nő (4.39. ábra). A  $G_{12}$  lineáris diagramját legkisebb négyzetek módszerével írtam fel az öt pontra (4.38. ábra).

Az anyagjellemzők a 4.22. táblázatban, a diagramok a 4.36-4.39. ábrán és az elmozdulásmező a 4.40., 4.41. ábrán számszerűen csak az M12./8.18. táblázatban bemutatott réteg modellcellákra érvényesek. A szálarány változásának jellegét mutatják általánosan.

## 4.6. Új tudományos eredmények

### 1. Sodratlan szálköteg végeelemes modellcellája

Szakirodalmi forrásokra alapozva végeelemes szálköteg modellcellát dolgoztam ki a több ezer elemi szálból álló, mátrix anyaggal átítatott sodratlan szálköteg anyagállandóinak numerikus meghatározására. A modellcellával meg lehet határozni a homogén, ortotrop anyagúnak tekintett szálköteg  $E_{r1}$ ,  $E_{r2}$ ,  $E_{r3}$ ,  $\nu_{r12}$ ,  $\nu_{r23}$ ,  $\nu_{r13}$ ,  $G_{r12}$ ,  $G_{r23}$ ,  $G_{r13}$  makroszkopikus anyagjellemzőit az anyagi főirányok koordináta-rendszerében az elemi szálak és a mátrix anyagjellemzőinek, valamint a szálköteg keresztmetszet geometriájának ismeretében. Az anyagállandók az általam

kidolgozott számítógépes szimulációval, a szálköteg modellcella  $x_{r1}$ ,  $x_{r2}$ ,  $x_{r3}$  tengelyirányú húzása és az  $x_{r1}x_{r2}$ ,  $x_{r2}x_{r3}$ ,  $x_{r1}x_{r3}$  síkbeli nyírása modellezésével állíthatók elő.

A kinematikai előírásokat újszerű módon, a cella oldallap középső csomópontjához kötött megfogásokkal, terhelésekkel valósítottam meg, a feszültségeket a középső csomópontra redukált reakcióerőkből határoztam meg. Új megoldás, hogy a disszertációban adott irányokban külön kapcsoltam össze a szemben elhelyezkedő csomópontokat az oldallapokon és az éleken. Ezzel úgy biztosítottam a modellcella periodikus viselkedését a három szemben lévő oldallapon mindhárom irányban, hogy elkerültem az éleken és a csúcspontokban a csomópontok túlhatározottságát. Olyan szimmetria feltételeket írtam elő, melyek összhangban vannak a periodikus peremfeltételekkel. Így a szimulált terhelési esetek nem csak szimmetrikus felépítésű végelelemes háló esetén alkalmazhatók.

## 2. Textil kompozit réteg végelelemes modellcellája

A szakirodalom felhasználásával végelelemes réteg modellcellát dolgoztam ki a szálkötegekből szőtt textilből és a textilt átítató mátrix anyagból álló kompozit réteg anyagállandóinak numerikus meghatározására. A modellcellával számítani lehet a homogén, ortotrop anyaggal modellezett kompozit réteg  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$  és  $G_{12}$  makroszkopikus anyagjellemzőit a szálkötegek és a mátrix anyagjellemzői, valamint az erősítő textil geometriájának és a réteg vastagságának ismeretében. Az anyagtulajdonságokat a réteg modellcella  $x_1$ ,  $x_2$  tengelyirányú húzására és  $x_1x_2$  síkbeli nyírására vonatkozó végelelem modellkísérlettel, az általam kidolgozott numerikus eljárással határoztam meg.

Modellezési újdonság, hogy a réteg modellcella négy oldalsó lapján a reakcióerőt a középső csomópontra redukáltam. A megfogásokat és a kinematikai terheléseket is a középső csomópontra adtam meg. Az oldallapon összekapcsoltam a csomópontokat a megfogások és a terhelések irányában. A feszültségeket a reakcióerőkből határoztam meg. Modellezési pontosítás, hogy adott irányokban külön kapcsoltam össze az egymással szemben lévő csomópontokat az oldallapokon, az éleken és a csúcspontokban. Ezzel az előírással azt biztosítottam, hogy nincs túlhatározott csomópont az éleken és a csúcspontokban. Újdonság, hogy a modellcellán összekapcsoltam az egymás felett elhelyezkedő csomópontokat a réteg síkjába eső két irányban. Így a kompozit lemez egy kiragadott rétegében nem lép fel hajlítás a szövésből adódó hullámosság csökkenéséből, növekedéséből adódóan.

Mérésekkel bizonyítottam, hogy a szálköteg és a textil kompozit réteg végelelemes modellcellájával meghatározott anyagjellemzők pontossága eléri a mérnöki számításokhoz szükséges mértéket. A numerikus modellezés mérésekkel történő validációja igazolja az általam alkalmazott újszerű modellezési fogások indokoltságát.

## 3. Erősítő szál rugalmassági modulusának hatása a réteg anyagjellemzőire

Végelelemes szálköteg és réteg modellcellák felhasználásával végzett paraméter vizsgálatokkal igazoltam, hogy a kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusa jó közelítéssel lineárisan növekszik az erősítő szál  $E_{f1}$  (és  $E_{f2}$ ) rugalmassági modulusai változása függvényében. Az  $E_1/E_{f1}$  viszonyszám reciprok függvény szerint csökken, mert a textil kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusa kisebb mértékben nő, mint ahogy növeljük a szénszál merevségét.

Kimutattam, hogy a kompozit réteg  $\nu_{12}$  Poisson-tényezője jó közelítéssel lineárisan növekszik az  $E_{f1}$ , illetve az  $E_{f2}$  függvényében. A kompozit réteg  $G_{12}$  síkbeli csúsztató rugalmassági modulusát viszont az erősítő szál rugalmassági modulusának változása nem befolyásolja.

A vizsgálat érvényességi tartománya:  $E_{f1} = 200 - 250$  GPa,  $E_{f2} = 16 - 20$  GPa. Feltételeztem, hogy az elemi szál keresztirányú és hosszirányú rugalmassági modulusának aránya állandó, a gyakorlatban előforduló átlagérték mellett:  $\delta = E_{f2}/E_{f1} = 0,08$ .

#### 4. Réteg anyagjellemzőinek változása különböző szövésminták esetén

Réteg modellcellák alkalmazásával, paraméter vizsgálattal állapítottam meg, hogy a textil szövésmintájának változása milyen hatással van a réteg anyagjellemzőire.

Az elvégzett paraméter vizsgálat igazolta, hogy ha a textil szálkötegében egy adott hosszon belül csökkentjük a szövésből adódó hullámok számát (azaz változtatjuk a szövésmintát), azzal növeljük a kompozit réteg  $E_1$  rugalmassági modulusát, és csökkentjük a  $\nu_{12}$  Poisson-tényezőjét. Megállapítottam, hogy a  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus a szövés minta nem befolyásolja.

#### 5. Textil térfogatarányának hatása a kompozit réteg anyagtulajdonságaira

Réteg modellcellák felhasználásával, paraméter vizsgálattal kimutattam, hogy milyen hatással van a kompozit réteg anyagtulajdonságaira a textil  $\varphi_f$  térfogataránya. A vizsgálat során a szálkötegek  $s_r$  szélességét és a kompozit réteg  $h$  vastagságát állandónak vettem, a térfogatarányt a szálkötegek  $t$  távolságával változtattam. A vizsgált  $\varphi_f = 0,301 - 0,461$  tartományt a szövéstechnológiai megvalósíthatóság alapján határoztam meg  $s_r/t = 0,6 - 0,9$  arány mellett.

Megállapítottam, hogy a textil térfogatarányának függvényében az  $E_1$  rugalmassági modulus, a  $\nu_{12}$  Poisson-tényező és a  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus is növekszik. Közülük a  $G_{12}$  közel lineárisan.

#### 6. Hossz- és keresztirányú szárlazás arányának hatása a réteg anyagjellemzőire

Réteg modellcellák alkalmazásával meghatároztam, hogy milyen hatással van a hossz- és keresztirányú szárlazás  $\lambda$  aránya a kompozit réteg anyagtulajdonságaira. A vizsgálat során a textilben a szálkötegek szélessége állandó volt, és a két irányban megegyezett:  $s_{r1} = s_{r2}$ . A szárlazás  $\lambda = t_1/t_2$  arányát úgy módosítottam, hogy az  $x_1$  irányú szálkötegek  $t_1$  távolsága,  $s_{r1}/t_1 = 0,9$  aránya nem, viszont az  $x_2$  irányú szálkötegek  $t_2$  távolsága,  $s_{r2}/t_2$  viszonyzáma változott. A numerikus szimulációt a gyakorlatban előforduló textilfajták figyelembevételével végeztem el:  $\lambda = 0$  ( $s_{r2}/t_2 = 0$ ),  $\lambda = 0,5 - 1$  ( $s_{r2}/t_2 = 0,45 - 0,9$ ).  $\lambda = 0$  esetén nincs keresztirányú szálköteg, ez az egyirányú szálerősítés esete.

Kimutattam, hogy az  $E_1$  hosszirányú rugalmassági modulusnak a  $\lambda$  szárlarány változtatása során lokális maximuma van. Ha a hosszirányú szálkötegek elérnek egy adott hullámosságot, a textil kompozit réteg veszít az  $x_1$  irányú merevségéből. A numerikus analízis bizonyította, hogy az  $E_2$  keresztirányú rugalmassági modulus a  $\lambda$  függvényében közel lineárisan növekszik. A  $\nu_{12}$  Poisson-tényező (keresztkontrakció  $x_1$  irányú húzásnál)  $\lambda = 0$  esetén a legnagyobb. A  $\nu_{12}$  a hossz- és keresztirányú szárlazás arányának függvényében csökken, majd egy lokális minimum után kis meredekséggel növekszik. A  $\nu_{21}$  a  $\lambda$  függvényében monoton növekedést mutat. Ha a kompozit réteget  $x_2$  irányban merevítjük, és ezzel az  $x_1$  irányú szálkötegekben több hullám van egy adott hosszon belül, akkor az  $x_2$  irányú húzásnál növekszik a keresztkontrakció. A  $G_{12}$  csúsztató rugalmassági modulus közelítőleg lineárisan növekszik a hossz- és keresztirányú szárlazás arányának függvényében.

## 5. KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK

A végeselemes programrendszerekben a rétegelt kompozit szerkezeteket rétegzett kompozit héjelemekkel szokás modellezni. Ezeknél az elemeknél bemenő adatnak meg kell adni rétegenként a vastagságot, az  $x_1$  anyagi főirány orientációs szögét, valamint az  $x_1x_2$  anyagi főirányok koordináta-rendszerében négy független anyagállandót:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ , ( $\nu_{21}$ ) és  $G_{12}$ .

Egy kompozit réteg anyagjellemzőinek megállapítására korábban a következő lehetőségek álltak rendelkezésre:

- a) Többrétegű, rétegenként azonos orientációjú, próbatesteken mérésekkel, a szilárdságtan alapkísérleteivel. Ez általában nagy költség, eszköz, munka és időigényes eljárás.
- b) A szál, mátrix térfogatarányának és anyagállandóinak ismeretében keverési szabályokkal. Ha ezzel az eljárással pontos eredményt szeretnénk kapni, akkor a „keverési szabályok” matematikai összefüggései bonyolulttá válnak. A textil kompozitoknál a szövésből adódó hullámokat keverési szabállyal figyelembe venni nagyon nehéz feladat.
- c) A kompozit réteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőinek meghatározására a szakirodalomban az utóbbi időben több eljárás is megjelent, amely a végeselem módszert alkalmazza.

Az általam kidolgozott, illetve továbbfejlesztett textil kompozit réteg végeselemes modellcellával numerikus úton meg lehet határozni egy réteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit a mátrix és a szálköteg anyagjellemzőinek, valamint az erősítő textil szerkezet geometriájának és a réteg vastagságának ismeretében. A réteg modellcellában a szálköteget nem az elemi szálak figyelembevételével, hanem egy homogén, ortotrop tulajdonságú anyaggal kell modellezni.

Az általam felépített, illetve továbbfejlesztett végeselemes szálköteg modellcellával elő lehet állítani a több ezer elemi szálát tartalmazó, mátrixszal átítatott szálköteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit.

A fenti két eszközzel, a végeselemes szálköteg és a végeselemes réteg modellcellával próbatestek gyártása nélkül meg lehet határozni mérnöki modellezéshez szükséges pontossággal egy kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzőit.

Egy rétegelt kompozit szerkezetnél elvárás lehet, hogy egy réteg előírt mechanikai tulajdonságokkal rendelkezzen. Ehhez kapcsolódóan paraméter vizsgálatokat végeztem, hogy az alábbi tényezők hogyan befolyásolják egy réteg makroszkopikus anyagjellemzőit:

- az erősítő szál rugalmassági modulusának változása,
- a textil szövésmintájának változása,
- az erősítő textil térfogatarányának változása,
- a textilben a hossz- és keresztirányú szálazás arányának változása.

Ezek a paraméter vizsgálatok jó kiinduló alapot, becslést jelentenek, amivel egy textil kompozit réteg anyagjellemzőit az előírásoknak, elvárásoknak megfelelően be lehet állítani.

A doktori munkám során kidolgozott modellcellákkal nem csak textil kompozit réteg anyagjellemzőit, hanem egy irányban erősített kompozit réteg makroszkopikus anyagjellemzőit is elő lehet állítani.



## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

### TEXTIL KOMPOZITOK ANYAGTULAJDONSÁGAINAK NUMERIKUS MODELLEZÉSE

A rétegelt kompozit szerkezetek numerikus szilárdságtani analíziséhez ismerni kell az egyes rétegek homogenizált, makroszkopikus anyagjellemzőit. A dolgozat célja az volt, hogy végeselemes modellcellákat dolgozzak ki a kompozit anyagban előforduló szálkötegek és ezekből a szálkötegekből előállított textil kompozit rétegek makroszkopikus anyagállandóinak meghatározására. A kidolgozásnál figyelembe vettem és továbbfejlesztettem a szakirodalomban ismertetett végeselemes modelleket.

Kutatásaim első szakaszában adott textil és mátrix anyagból két nyolcrétegű textil kompozit lemezt gyártottam kézi laminálással, melyből hat húzó és hat nyíró próbatest készült. Kísérleti vizsgálattal, próbatesteken meghatároztam az ortotrop tulajdonságú kompozit lemez makroszkopikus anyagjellemzőit. Mivel a kompozit lemezből készült próbatestek szálelrendezése rétegenként azonos volt, a többrétegű textil kompozit lemez anyagjellemzői megegyeznek egy kompozit réteg anyagjellemzőivel. A kompozit lemez mátrix anyagából is gyártottam próbatesteket, amelyekkel meghatároztam az izotrop tulajdonságú mátrix anyag rugalmassági modulusát és Poisson-tényezőjét.

További kutatómunkám során szálköteg modellcellát dolgoztam ki a kísérleti vizsgálatoknál alkalmazott textil kompozit próbatestnek a mátrixba ágyazott textil szálkötegeire. A kidolgozott modellcellával végeselem analízist végeztem egytengelyű húzásra a három anyagi főirányban és tiszta nyírásra a három anyagi főirány síkjában. Az analízis eredményeiből előállítottam a mátrixszal átítatott szálköteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőit.

Ezután réteg modellcellát dolgoztam ki a kísérleti vizsgálatoknál használt textil kompozit próbatest egy rétegeire. A textil anyag egy szálköteget homogén, ortotrop tulajdonságú anyaggal modelleztem, amelyhez a szálköteg modellcellával meghatározott anyagjellemzőket használtam fel. A réteg modellcellával két egytengelyű húzást és egy tiszta nyírást modelleztem a réteg síkbeli, makroszkopikus anyagjellemzőinek meghatározásához.

Mivel a szálköteg modellcella a szálköteg szerkezet, a réteg modellcella a kompozit réteg ismétlődő része, a modellcellákon a végeselem analízishez ún. periodikus peremfeltételeket kellett megadni. Az egymással szemben lévő oldallapok periodikus peremfeltételeinek megadásánál az éleket, az egymással szemben lévő élek ismétlődési peremfeltételeiből pedig a csúcspontokat zártam ki, hogy ezzel elkerüljem a csomópontok túlhatározottságát. A szálköteg és a réteg modellcellára is kinematikai terhelést, csomóponti elmozdulásmezőt írtam elő. A modellcellákon az átlagos feszültséget az oldallapokon fellépő reakcióerőkből számítottam.

A végeselemes szálköteg és réteg modellcellát azzal ellenőriztem, validáltam, hogy a kompozit lemez mérési és a végeselemes modellcellák numerikus eredményeit összehasonlítottam. A modellcellákkal meghatározott anyagjellemzők a mérés hibahatárán belül vannak, és az eltérés a mérés átlagához képest 4% alatt van. Ez az összehasonlítás igazolja a végeselemes textil szálköteg és textil kompozit réteg modellcella mérnöki számításokban történő alkalmazhatóságát.

További kutatási célom az volt, hogy a végeselemes modellcellákkal megvizsgáljam egyes paramétereknek a textil kompozit réteg makroszkopikus, ortotrop anyagjellemzőire gyakorolt hatását. Megvizsgáltam a textil szálkötegeiben az erősítő szál rugalmassági modulusának változását. Elemeztem az erősítő textil szövésmintájának, térfogatarányának és a hossz- és keresztirányú szálazás arányának változását. Diagramokat vettem fel, melyek útmutatást adnak arra, hogy az adott tényezők hogyan befolyásolják a kompozit réteg ortotrop anyagjellemzőit.

## 7. SUMMARY

### NUMERICAL MODELLING OF MATERIAL PROPERTIES OF TEXTILE COMPOSITES

For numerical stress analysis of layered composite structures one has to know the homogenised, macroscopic material properties of the layers. The aim of this thesis was to develop finite-element model-cells for determination of the macroscopic material properties of rovings and textile composite layers that are produced from these rovings. At the development process I considered and improved finite-element model-cells presented in the related literature.

In the first phase of my research two 8-layer composite laminates were produced from given textile and matrix material by applying manual lamination procedure. From these laminates 6 tension and 6 shear test specimen were made. Through experimental analysis – on test specimens – the macroscopic material characteristics of the composite laminate of orthotropic features was determined. The fibre-structure and orientation of each layer was the same, that's why the material properties of the multilayered textile composite laminate was identical with the material properties of a single composite layer. Even from the matrix material of the laminate were produced test specimens. The Young modulus and the Poisson's ratio of the matrix material were determined with these isotropic specimens.

During the further research work a finite-element model-cell was developed for the rovings of the textile composite. The geometrical and material properties of this roving model-cell were identical with the roving properties that was really embedded into the matrix. Using the roving model-cell finite-element analysis was performed for uniaxial tension in the three main material directions and for pure shear in the plane of the three main material directions. From these finite-element computation results the macroscopic orthotropic material properties of the roving impregnated by the matrix material was obtained.

After that a layer model-cell was developed for a single layer of the composite test-specimen used for the experimental analyses. The rovings of the textile material was modelled with homogeneous material of orthotropic characteristics for which the material properties was determined with the roving model-cell. With the layer model-cell two uniaxial tensions and a pure shear were modelled in order to determine the layer's macroscopic material properties in the plane.

Since the roving model-cell is the periodic part of the roving structure and the layer model-cell is the periodic part of the composite layer, on the model-cells so-called periodic boundary conditions had to be specified for the finite-element analysis. At specifying the periodic boundary conditions on the facing cell-sides the edges were excluded, and at the periodic boundary conditions for the facing edges of model-cell the corners were skipped, so that one can avoid the over-determination of the nodes. Both for the roving and the layer model-cell a kinematic loading, a node displacement-field was prescribed. On the both model-cells an average stress was calculated from the side reaction-forces.

The finite-element roving and layer model-cell were validated by comparing the measurement results of the composite laminate with the numerical results of the finite-element model-cells. The material properties determined with the model-cells were within the error-tolerance of the measurement, and the deviation was below 4% compared to the average measurement results. This comparison confirms the applicability of the finite-element roving and textile composite layer model-cell in the engineering praxis.

The other research aim was to use the finite-element model-cells to analyse the influence of certain parameters onto the macroscopic, orthotropic material properties of a textile composite layer. The variation of the Young modulus of the fibre enforcement in the roving was investigated. Beside that I analysed the influence of the variation density of weave-pattern, the volume ratio of textile and the ratio of the longitudinal and cross-ward fibres in textile. The results were shown in diagrams that give guidance how these factors influences the orthotropic material properties of a composite layer.

## 8. MELLÉKLETEK

### M1. Irodalomjegyzék

1. Akpoyomare, A.I.; Okereke, M.I.; Bingley, M.S. (2017): Virtual testing of composites: Imposing periodic boundary conditions on general finite element meshes. *Composite Structures*, Vol. 160, 15 January 2017, pp. 983-994.
2. Ansar, M.; Xinwei, W.; Chouwei, Z. (2011): Modeling strategies of 3D woven composites: A review. *Composite Structures*, Vol. 93, Issue 8, July 2011, pp. 1947-1963.
3. ASTM D3039 / D3039M – 14 (2014), Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials.
4. ASTM D3518 / D3518M – 13 (2013), Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of a  $\pm 45^\circ$  laminate.
5. ASTM D638 – 10 (2010), Standard test method for tensile properties of plastics.
6. Balaguru, P.N.; Wayne, K.L. (2005): Construction of fiber reinforced polymer (FRP) jackets for the protection of pier caps. Construction Report, 110 p.
7. Berger, H.; Gabbert, U.; Rodriguez-Ramos, R.; Bravo-Castillero, J.; Guinovart-Diaz, R. (2010): A numerical homogenization technique for piezoelectric composites with arbitrary fiber distribution. Proceedings of 11th Pan-American Congress of Applied Mechanics, 4-8 January 2010, Foz do Iguaçu, PR, Brazil
8. Bidour, A.G. (2012): Szótt kompozit-erősítő szerkezetek 3D-s deformációs tulajdonságainak elemzése. PhD értekezés, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Polimertechnika Tanszék, témavezető: Halász M.
9. Bondyra, A.; Gotowicki, P. (2010): Influence of a crosshead rate and a number of stress cycles on measurement results in the in-plane shear test for a cross-ply vinylester-carbon laminate. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, Vol. 17, No. 1, pp. 29-40.
10. Bunsell, A.R.; Renard, J. (2005): Fundamentals of fibre reinforced composite materials. Series in Material Science and Engineering, Institute of Physics Publishing, 398 p.
11. Cao, Y.; Feng, Y.; Wang, W.; Wu, D.; Zhu, Z. (2016): Estimation of lamina stiffness and strength of quadriaxial non-crimp fabric composites based on semi-laminar considerations. *Applied Sciences*, Vol. 6, Issue 9, Article ID 267, 17 p.  
<https://doi.org/10.3390/app6090267>, Letöltés időpontja: 2018. 08. 30.
12. Catera, P.G.; Gagliardi, F.; Mundo, D.; De Napoli, L.; Matveeva, A.; Farkas L. (2017): Multi-scale modeling of triaxial braided composites for FE-based modal analysis of hybrid metal-composite gears. *Composite Structures*, Vol. 182, 15 December 2017, pp. 116-123.
13. Chen, Z.; Yang, F.; Meguid, S.A. (2014): Multi-level modeling of woven glass/epoxy composite for multilayer printed circuit board applications. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 51, Issues 21-22, pp. 3679-3688.
14. Chou, T.W.; Ko, F.K. (1989): Textile structural composites, Composite Material Series. Vol. 3, Elsevier Science Publishers B.V., 387 p.
15. Devireddy, S.B.R.; Biswas, S. (2014): Effect of fiber geometry and representative volume element on elastic and thermal properties of unidirectional fiber-reinforced composites. *Journal of Composites*, Article ID 629175, 12 p.  
<http://dx.doi.org/10.1155/2014/629175>, Letöltés időpontja: 2015. 01. 23.
16. Dhiman, S.; Potluri, P.; Silva, C. (2015): Influence of binder configuration on 3D woven composites. *Composite Structures*, Vol. 134, 15 December 2015, pp. 862-868.

17. Dinh, T.D.; Rezaei, A.; Daelemans, L.; Mollaert, M.; Van Hemelrijck, D.; Van Paepegem, W. (2017): A hybrid micro-meso-scale unit cell model for homogenization of the nonlinear orthotropic material behavior of coated fabrics used in tensioned membrane structures. *Composite Structures*, Vol. 162, 15 February 2017, pp. 271-279.
18. Dinh, T.D.; Weeger, O.; Kaijima, S.; Yeung, S.-K. (2018): Prediction of mechanical properties of knitted fabrics under tensile and shear loading: Mesoscale analysis using representative unit cells and its validation. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 148, pp. 81-92.
19. Drach, B.; Tsukrov, I.; Trofimov, A.; Gross, T.; Drach, A. (2018). Comparison of stress-based failure criteria for prediction of curing induced damage in 3D woven composites. *Composite Structures*, Vol. 189, 1 April 2018, pp. 366-377.
20. El Mourid, A.; Ganesan, R.; Brochu, M.; Lévesque, M. (2016): Effect of temperature on the failure modes of a triaxially braided polymer matrix composite. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 97-98, 15 October 2016, pp. 1-15.
21. Ernst, G.; Vogler, M.; Hühne, C.; Rolfes, R. (2010): Multiscale progressive failure analysis of textile composites. *Composites Science and Technology*, Vol. 70, Issue 1, January 2010, pp. 61–72.
22. Espadas-Escalante, J.J.; Van Dijk, N.P.; Isaksson P. (2017): A study on the influence of boundary conditions in computational homogenization of periodic structures with application to woven composites. *Composite Structures*, Vol. 160, 15 January 2017, pp. 529-537.
23. Égert J., Pere B. (2011): Végeelem analízis. MSc jegyzet és példatár, UNIVERSITAS-GYŐR Nonprofit Kft., 218 o.
24. Fu, X.; Ricci, S.; Bisagni, C. (2017): Multi-scale analysis and optimisation of three-dimensional woven composite structures combining response surface method and genetic algorithms. *CEAS Aeronautical Journal*, Vol. 8, Issue 1, March 2017, pp. 129-141.
25. Geleta, T.N.; Woo, K.; Lee, B. (2017): Prediction of effective material properties for triaxially braided textile composite. *International Journal of Aeronautical and Space Science*, Vol. 18, Issue 2, pp. 222-235.
26. Goda T. (2002): Kompozit-acél csúszópárok kopási mechanizmusai. PhD értekezés, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépszerkezettani Intézet, témavezető: Váradi K.
27. Halász M. (2012): Textíliák 2., Polimerek alkalmazástechnikája. Egyetemi internetes jegyzet, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Polimertechnika Tanszék, 19 o.  
[http://www.pt.bme.hu/futotargyak/26\\_BMEGEPTAGA4\\_2012oszi/Textíliák2.pdf](http://www.pt.bme.hu/futotargyak/26_BMEGEPTAGA4_2012oszi/Textíliák2.pdf).  
Keresőprogram: Google. Kulcsszavak: Halász Marianna bme Textíliák Polimerek alkalmazástechnikája. Letöltés időpontja: 2014. 10. 04.
28. Hodgkinson, J.M. (2000): Mechanical testing of advanced fibre composites. CRC Press, 362 p.
29. Hoffman, O. (1967): The brittle strength of orthotropic materials. *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, Issue 2, pp. 200-206.
30. Hopkins, D.A.; Chamis, C.C. (1988): A unique set of micromechanical equations for high temperature metal matrix composites. *Testing Technology of Metal Matrix Composites*, ASTM STP 964, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 159-176.

31. Huang, L. (2013): Determining micro- and macro- geometry of fabric and fabric reinforced composites. Dissertation, Department of Mechanical and Nuclear Engineering College of Engineering, Kansas State University, Manhattan, Kansas, Advisor: Youqi W.
32. Ishikawa, T.; Chou, T.W. (1982): Stiffness and strength behavior of woven fabric composites. *Journal of Material Science*, Vol. 17, Issue 11, November 1982, pp. 3211-3220.
33. Ishikawa, T.; Chou, T.W. (1983): One-dimensional micromechanical analysis of woven fabric composites. *AIAA Journal*, Vol. 21, Issue 12, December 1983, pp. 1714-1721.
34. ISO 2602: 1980 Statistical interpretation of test results – Estimation of the mean – Confidence interval
35. Jacques, S; De Baere, I.; Van Paepegem, W. (2014): Application of periodic boundary conditions on multiple part finite element meshes for the meso-scale homogenization of textile fabric composites. *Composites Science and Technology*, Vol. 92, 24 February 2014, pp. 41-54.
36. Jacques, S; De Baere, I.; Van Paepegem, W. (2015): Analysis of the numerical and geometrical parameters influencing the simulation of mode I and mode II delamination growth in unidirectional and textile composites. *Applied Composite Materials*, Vol. 22, Issues 6, December 2015, pp. 637-668.
37. Jiang, H.; Ren, Y.; Zhang, S.; Liu, Z.; Nie, L. (2018): Multi-scale finite element analysis for tension and ballistic penetration damage characterizations of 2D triaxially braided composite. *Journal of Materials Science*, Vol. 53, Issue 14, pp. 10071-10094.
38. Jones, R.M. (1999): *Mechanics of composite materials*. Second edition, Taylor & Francis Group, 519 p.
39. Khatam, H.; Pindera, M.-J. (2009): Thermo-elastic moduli of periodic multilayers with wavy architectures. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 40, Issue 1, pp. 50-64.
40. Kollár, L.P.; Springer, G.S. (2003): *Mechanics of composite structures*. Cambridge University Press, 480 p.
41. Koumpias, A.S. (2015): A numerical approach for the shape optimization of woven fabric composite structural elements. Dissertation, Department of Engineering & Aeronautics Laboratory of Technology & Strength of Materials, University of Patras, Supervisor: Pantelakis, S. G.
42. Kroupa, T.; Janda, P.; Zemčík, R. (2012): Linear two-scale model for determining the mechanical properties of a textile composite material. *Materials and Technology*, Vol. 46, Issue 2, pp. 97-101.
43. M. Csizmadia B. (2009): Sajátos anyagmodellek alkalmazása a mezőgépezetben. *FVM Mezőgazdasági Gépesítési Intézet*, 145 o.
44. M. Csizmadia B. (2016): Kísérletek tervezése. Egyetemi jegyzet, Szent István Egyetemi Kiadó, 92 o.
45. Máthé Cs. (2008): Erősítőszálak választéka és tulajdonságaik. *Műanyagipari Szemle*, 2008/3. szám, Quattroplast Kft., 7 o.  
<http://www.muanyagipariszemle.hu/2008/03/erositoszalak-valaszteka-es-tulajdonsagaik-01.pdf>, Letöltés időpontja: 2014. 11. 05.
46. MSZ EN ISO 527-1: 2012, Műanyagok, A húzási tulajdonságok meghatározása. 1. rész: Alapelvek, (ISO 527-1:2012)

47. MSZ EN ISO 527-4: 1999, Műanyagok. A húzási tulajdonságok meghatározása. 4. rész: Az izotropikus és az ortotropikus szálerősítésű műanyag kompozitok vizsgálati feltételei, (ISO 527-4:1997)
48. MSZ EN ISO 527-5: 2009, Műanyagok. A húzási tulajdonságok meghatározása. 5. rész: Az egyirányú szálerősítésű műanyag kompozitok vizsgálati feltételei, (ISO 527-5: 2009)
49. Nguyen, D.H.; Wang, H. (2019). Multi-scale analyses of three dimensional woven composite 3D shell with a cut out circle. *Applied Composite Materials*, Vol. 26, Issue 1, February 2019, pp. 339-356.
50. Patel, D.K.; Waas, A.M.; Yen, C.-F. (2018): Direct numerical simulation of 3D woven textile composites subjected to tensile loading: An experimentally validated multiscale approach. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 152, 1 November 2018, pp. 102-115.
51. Patil, R.U.; Mishra, B.K.; Singh, I.V. (2017): A new multiscale XFEM for the elastic properties evaluation of heterogeneous materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 122, March 2017, pp. 277-287.
52. Qin, R.-S.; Xiao, Y.; Lan, H. (2014): Numerical simulation of effective properties of 3D piezoelectric composites. *Journal of Engineering*, Article ID 824806, 14 p. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/824806>, Letöltés időpontja: 2014. 12. 20.
53. Reddy, J.N. (2004): *Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis*. Second edition, CRC Press, 831 p.
54. Sevenois, R.D.B.; Garoz, D.; Gilabert, F.A.; Spronk, S.W.F.; Fonteyn, S.; Heyndrickx, M.; Pyl, L.; Van Hemelrijck, D.; Degrieck, J.; Van Paepegem, W. (2016): Avoiding interpenetrations and the importance of nesting in analytic geometry construction for representative unit cells of woven composite laminates. *Composites Science and Technology*, Vol. 138, 18 November 2016, pp. 119-132.
55. Srinivasa, V.; Shivakumar, V.; Nayaka, V.; Jagadeeshaiiah, S.; Seethram, M.; Shenoy, R.; Nafidi, A. (2010): Fracture morphology of carbon fiber reinforced plastic composite laminates. *Materials Research*, Vol. 13, No. 3, pp. 417-424.
56. Thamm F. (1985): *Műanyagok szilárdságtana II*. BME, Mérnöki Továbbképző Intézet, 126 o.
57. Torayca T300 No. CFA-001 gyári katalógus (2012). Toray Carbon Fibers America, Inc. (CFA)
58. Tuttle, M.E. (2004): *Structural analysis of polymeric composite materials*. Marcel Dekker Inc., 638 p.
59. Vasiliev, V.V.; Morozov, E.V. (2007): *Advanced mechanics of composite materials*. Second edition, Elsevier Ltd., 491 p.
60. Voigt, W. (1889): Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten isotroper Körper. *Wiedemanns Annalen*, Vol. 38, pp. 573-587.
61. Wang, X.F.; Wang, X.W.; Zhou, G.M.; Zhou, C.W. (2007): Multi-scale analyses of 3D woven composite based on periodicity boundary conditions. *Journal of Composite Materials*, Vol. 41, Issue 14, 1 July 2007, pp. 1773-1788.
62. Woo, K. (2017): Fracture analysis of woven textile composite using cohesive zone modeling. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 31, Issue 4, April 2017, pp. 1629-1637.

63. Xia, Z.; Zhang, Y.; Ellyin, F. (2003): A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, Issue 8, pp. 1907-1921.
64. Xia, Z.; Zhou, C.; Yong, Q; Wang, X. (2006): On selection of repeated unit cell model and application of unified periodic boundary conditions in micro-mechanical analysis of composites. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, Issue 2, pp. 266-278.
65. Xu, K.; Qian, X.; Duan, D.; Chen, B.; Guo, L. (2018). A novel macro-meso finite element method for the mechanical analysis of 3D braided composites. *Mechanics of Materials*, Vol. 126, November 2018, pp. 163-175.
66. Zako, M.; Uetsuji, Y.; Kurashiki, T. (2003): Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials. *Composites Science and Technology*, Vol. 63, Issues 3–4, pp. 507-516.
67. Zhang, C. (2013): Multi-scale characterization and failure modeling of carbon/epoxy triaxially braided composite. Dissertation, The Graduate Faculty of The University of Akron, Advisor: Binienda, W. K.
68. Zhang, C.; Binienda, W.K.; Goldberg, R.K. (2015): Free-edge effect on the effective stiffness of single-layer triaxially braided composite. *Composites Science and Technology*, Vol. 107, 11 February 2015, pp. 145-153.
69. Zhang, C.; Li, N.; Wang, W.; Binienda, W.K.; Fang, H. (2015): Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model. *Composite Structures*, Vol. 125, July 2015, pp. 104-116.
70. Zhao, Z.; Liu, P.; Chen, C.; Zhang, C.; Li, Y. (2019): Modeling the transverse tensile and compressive failure behavior of triaxially braided composites. *Composites Science and Technology*, Vol. 172, 1 March 2019, pp. 96-107.

## M2. A témakörhöz kapcsolódó publikációk

### *Lektorált cikk világnyelven*

1. **Bojtár, G.**; M. Csizmadia, B.; Égert, J. (2016): Numerical estimation method of orthotropic material properties of a roving for reinforcement of composite materials. Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 13, No. 6, pp. 163-182., ISSN 1785-8860, (IF: 0,745)
2. **Bojtár, G.**; M. Csizmadia, B.; Égert, J. (2017): Numerical determination of orthotropic material properties of textile composite layers and their validation by measurement. Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 14, No. 2, pp. 47-67., ISSN 1785-8860, (IF: 0,909)

### *Lektorált cikk magyar nyelven*

3. **Bojtár G.**, M. Csizmadia B., Égert J. (2008): Üvegszálás textil kompozit anyagok mechanikai viselkedésének végeelemes modellezése. GÉP, LIX. évf., 10-11. sz., 23-29. o., ISSN 0016-8572
4. **Bojtár G.**, Égert J. (2009): 2D és 3D végeelem modellcellák textil-kompozit rétegek anyagállandóinak meghatározására. EMT Műszaki Szemle, Különszám 2009, XVII. OGÉT 2009., 69-74. o., ISSN 1454-0746
5. Aczél Á., **Bojtár G.**, Fehér L., Keresztes D. (2011): Versenyautó alváz térbeli rúdmodelljének végeelemes analízise. GÉP, LXII. évf., 7-8. sz., 3-8. o., ISSN 0016-8572

### *Magyar nyelvű konferenciakiadvány*

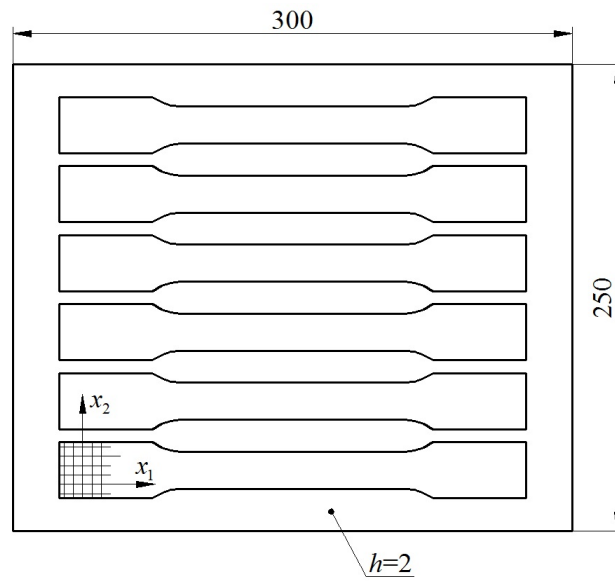
6. **Bojtár G.**, M. Csizmadia B. (2007): Textil kompozit rétegek anyagjellemzőinek becslési módszere. X. Magyar Mechanikai Konferencia, Miskolci Egyetem, Miskolc, 2007. aug. 27-29., 10. o.
7. **Bojtár G.**, Égert J., Szabó T. (2008): Konceptió textil kompozitok mechanikai viselkedésének leírására. Alkalmazott Mechanikai Kutatások Miniszimpozium, Magyar Tudomány Ünnepe 2008., Széchenyi István Egyetem, Győr, 2008. nov. 12., 49-59. o.
8. **Bojtár G.** (2009): Végeelem modellcellák textil kompozitok makroszkopikus anyagjellemzőinek számítására. Alkalmazott Mechanikai és Mechatronikai Kutatások Workshop, Magyar Tudomány Ünnepe 2009., Széchenyi István Egyetem, Győr, 2009. nov. 11., 9-14. o.
9. **Bojtár G.**, Égert J., Menyhárt T. (2010): Szén- és üvegszál szövettel erősített kompozitok anyagi és szilárdsági jellemzőinek meghatározása. Alkalmazott Mechanikai Kutatások Szeminárium, Magyar Tudomány Ünnepe 2010., Széchenyi István Egyetem, Győr, 2010. nov. 17., 9-17. o.
10. **Bojtár G.** (2011): Szénszál erősítésű kompozitok nyomási jellemzőinek meghatározása kísérleti úton. Mechanikai és Anyagtudományi Kutatások Szimpózium, Magyar Tudomány Ünnepe 2011., Széchenyi István Egyetem, Győr, 2011. nov. 23., 78-81. o., ISBN 978-963-7175-66-4



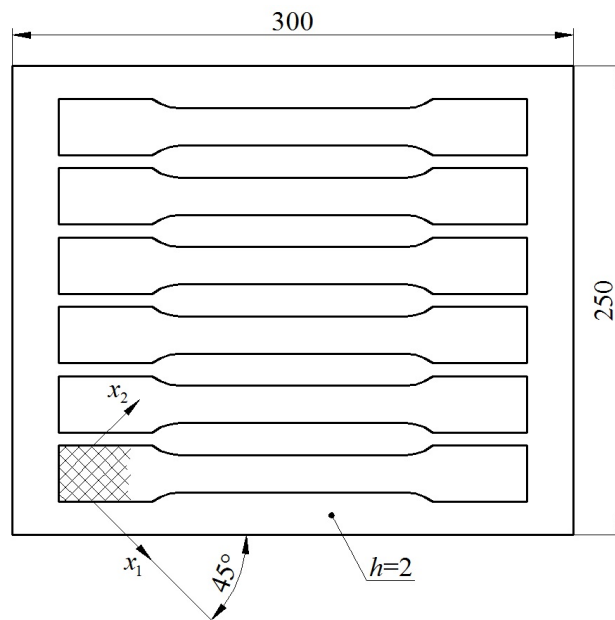
*Egyéb*

11. **Bojtár G.**, M. Csizmadia B., Égert J.: A textil kompozitok anyaga, felépítése, gyártása és modellezése. M. Csizmadia B. (szerk.): Sajátos anyagmodellek alkalmazása a mezőgépezésben c. könyv, 6. fejezet, 55-66. o.
12. **Bojtár G.**, Égert J.: A textil kompozitok anyagállandóinak becslési módszerei. M. Csizmadia B. (szerk.): Sajátos anyagmodellek alkalmazása a mezőgépezésben c. könyv, 7. fejezet, 67-79. o.
13. M. Csizmadia B., **Bojtár G.**: Kísérleti eredmények. M. Csizmadia B. (szerk.): Sajátos anyagmodellek alkalmazása a mezőgépezésben c. könyv, 8. fejezet, 80-87. o.
14. **Bojtár G.**: Új numerikus modell textil kompozitok anyagállandóinak meghatározására. M. Csizmadia B. (szerk.): Sajátos anyagmodellek alkalmazása a mezőgépezésben c. könyv, 9. fejezet, 88-93. o.

### M3. Textil kompozit lemez gyártása



8.1. ábra Kompozit lemez húzó próbatestekhez



8.2. ábra Kompozit lemez nyíró próbatestekhez



8.3. ábra Kézi hengerrés

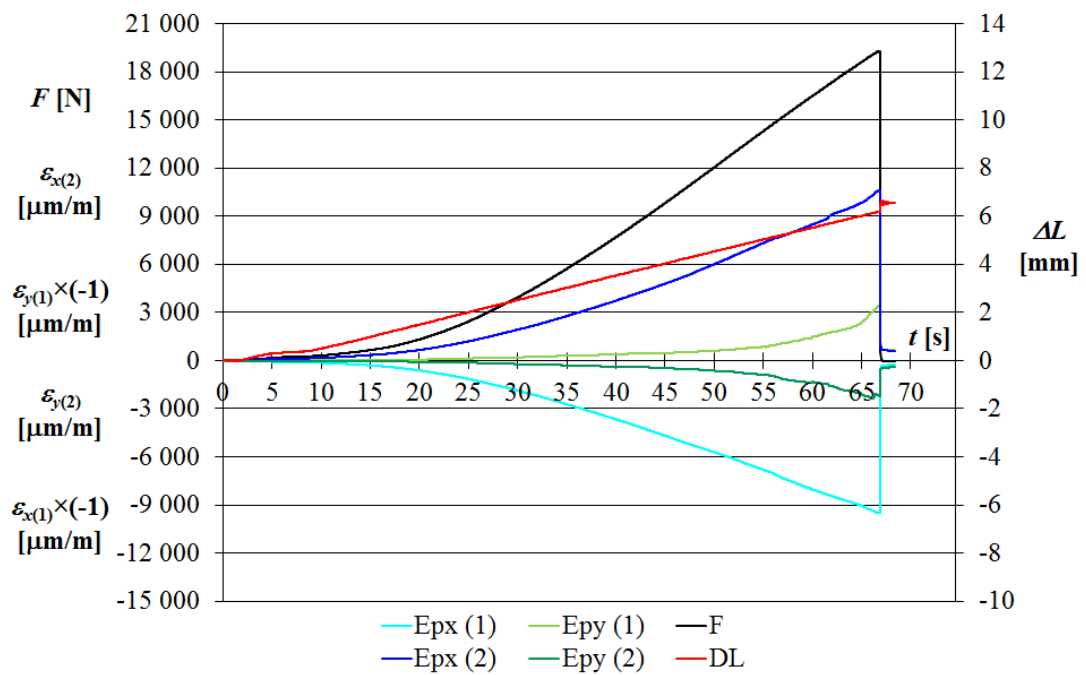


8.4. ábra A használt autokláv

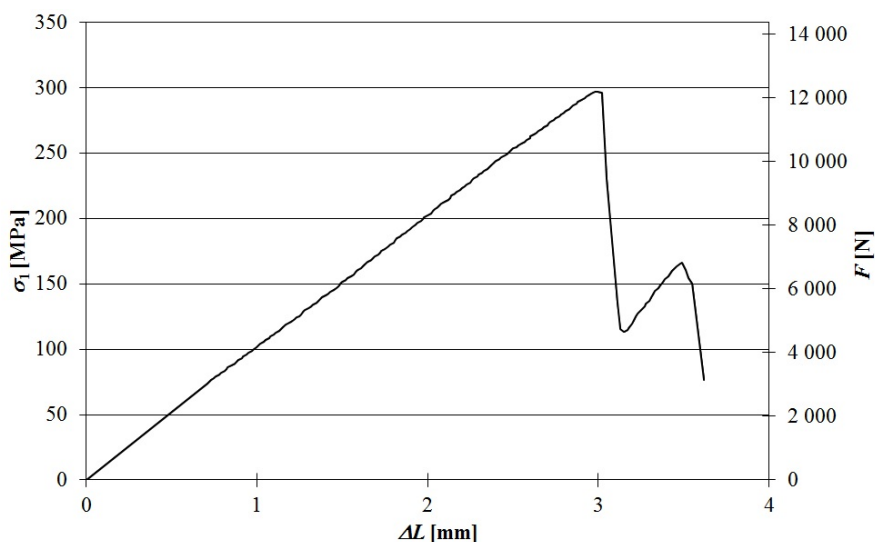
#### M4. Textil kompozit lemez húzása



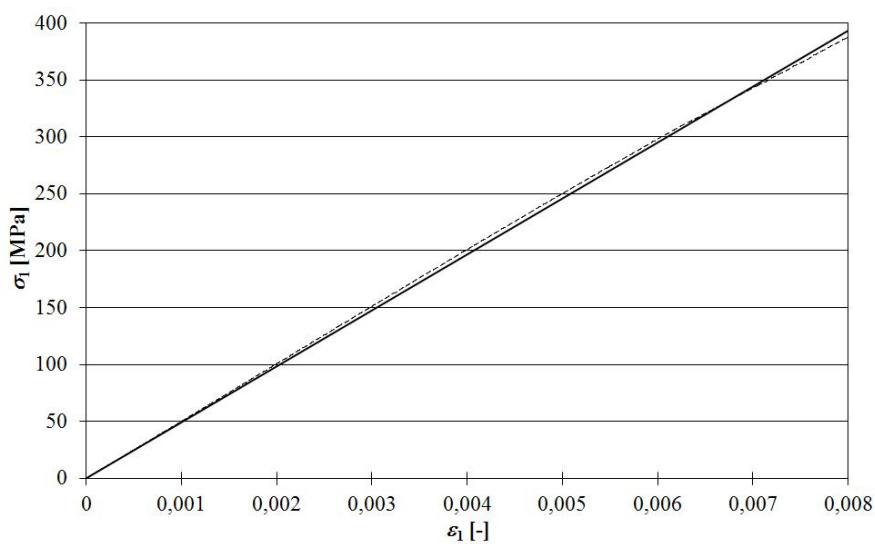
8.5. ábra Az anyagvizsgáló rendszer



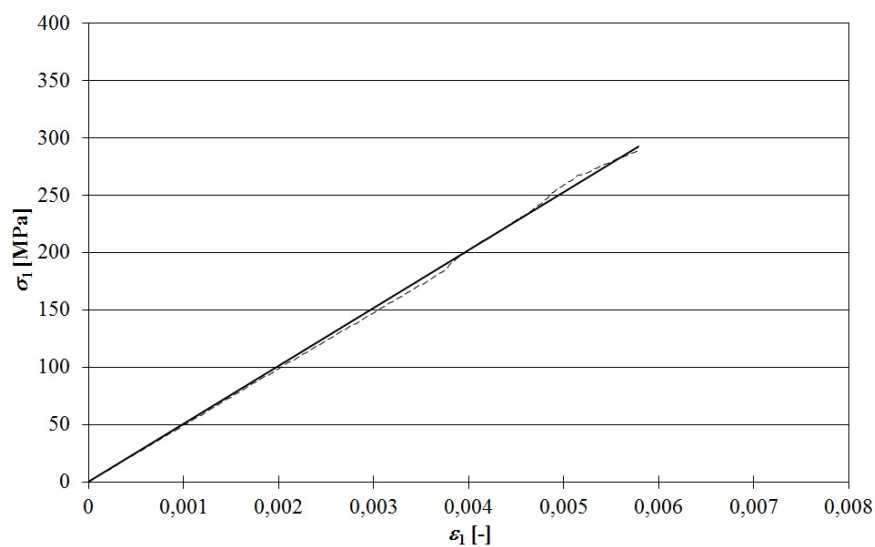
8.6. ábra Húzóvizsgálattal mért mennyiségek (1.2.a próbatest)



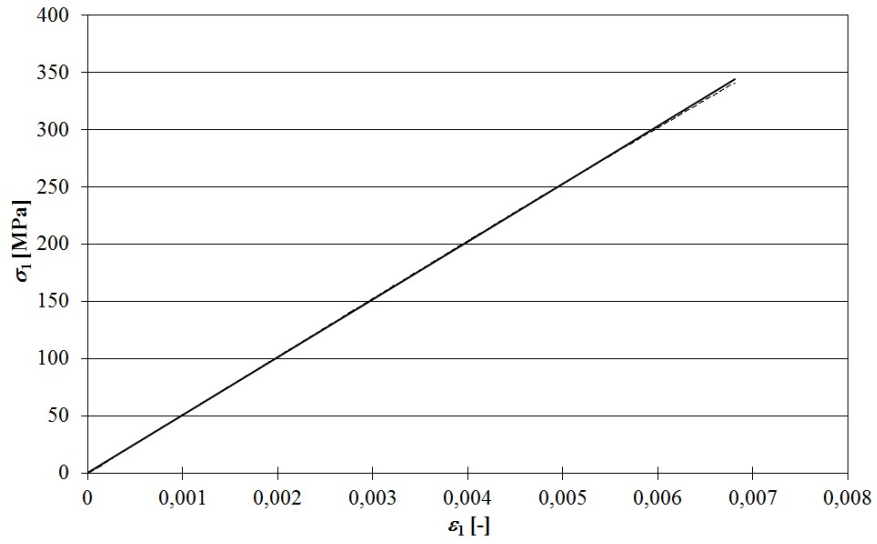
8.7. ábra Szakítódíagram (1.2.b próbatest)



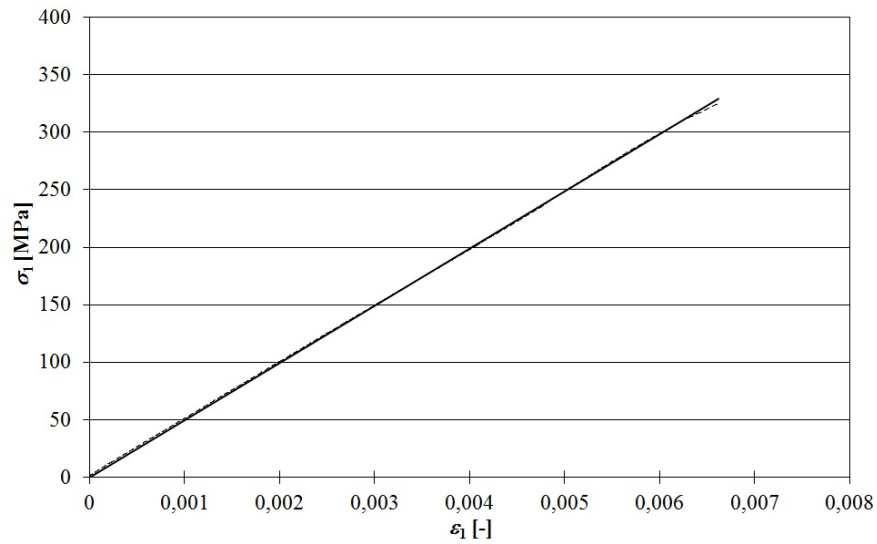
8.8. ábra Az 1.2.a próbatest,  $E_1 = 49\,246$  MPa



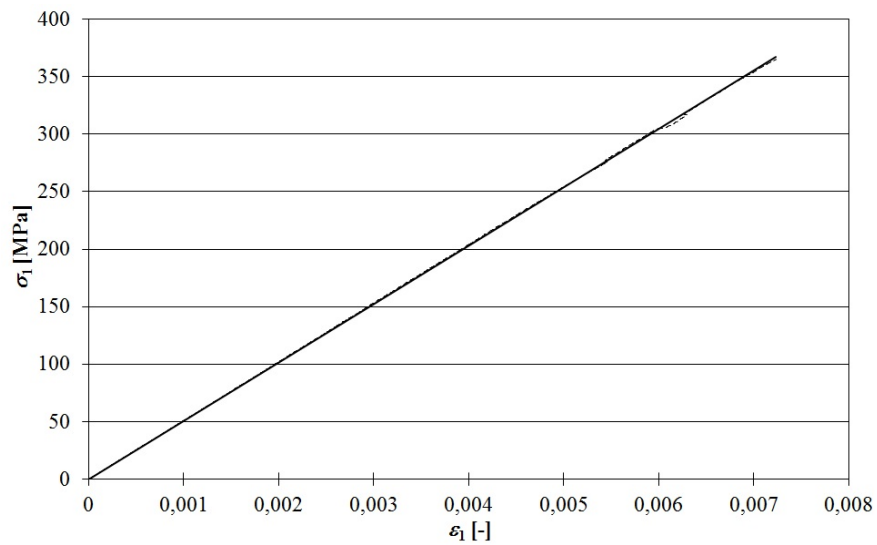
8.9. ábra Az 1.2.b próbatest,  $E_1 = 50\,458$  MPa



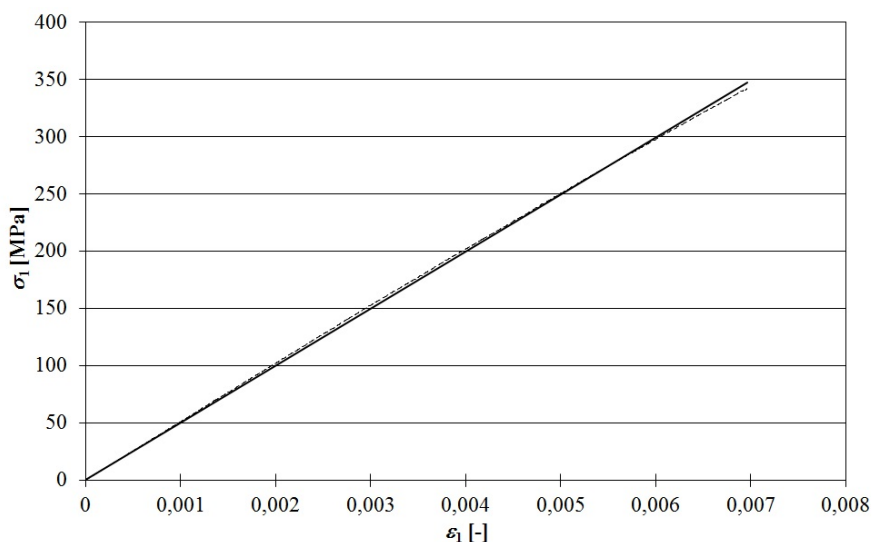
8.10. ábra Az 1.2.c próbatest,  $E_1 = 50\,472$  MPa



8.11. ábra Az 1.2.d próbatest,  $E_1 = 49\,745$  MPa



8.12. ábra Az 1.2.e próbatest,  $E_1 = 50\,789$  MPa



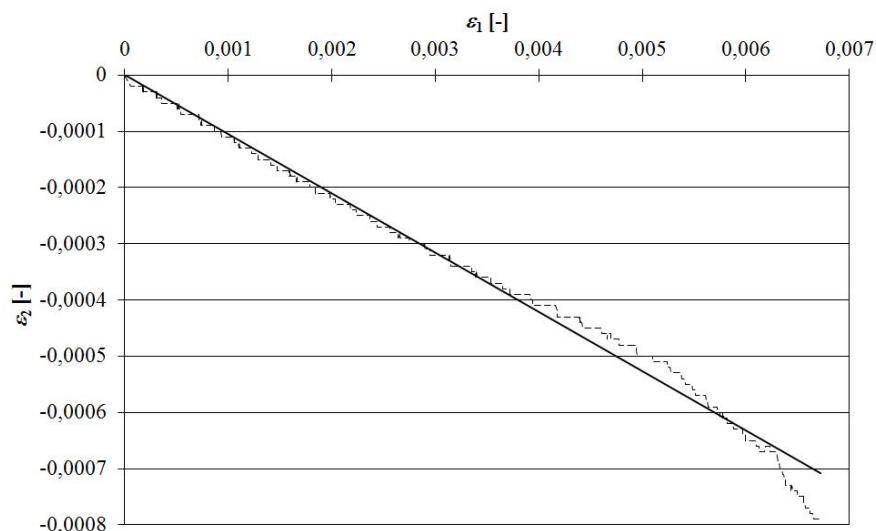
8.13. ábra Az 1.2.f próbatest,  $E_1 = 49\,852$  MPa

8.1. táblázat Az egyes próbatesteken mért rugalmassági modulusok

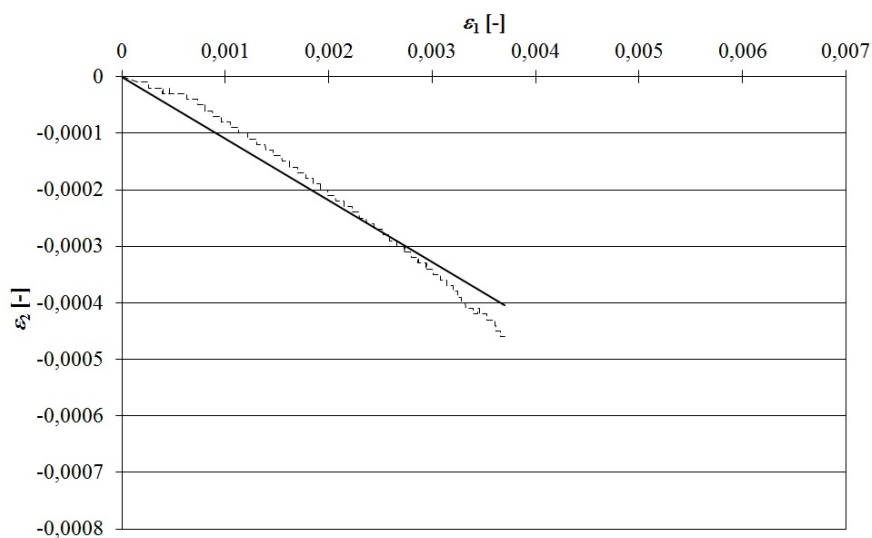
	1.2.a	1.2.b	1.2.c	1.2.d	1.2.e	1.2.f
$E_{1j}$ [MPa]	49 246	50 458	50 472	49 745	50 789	49 852
$\bar{E}_1$ [MPa]	50 094					
$\Delta E_{1j}$ [MPa]	-848	364	378	-349	695	-242
$\delta_{E_{1j}}$ [%]	-1,7	0,7	0,8	-0,7	1,4	-0,5
$s_{E_1}^2$ [MPa <sup>2</sup> ]	331 574,800					
$s_{E_1}$ [MPa]	575,825					

8.2. táblázat Textil kompozit lemez/réteg mért rugalmassági modulusa

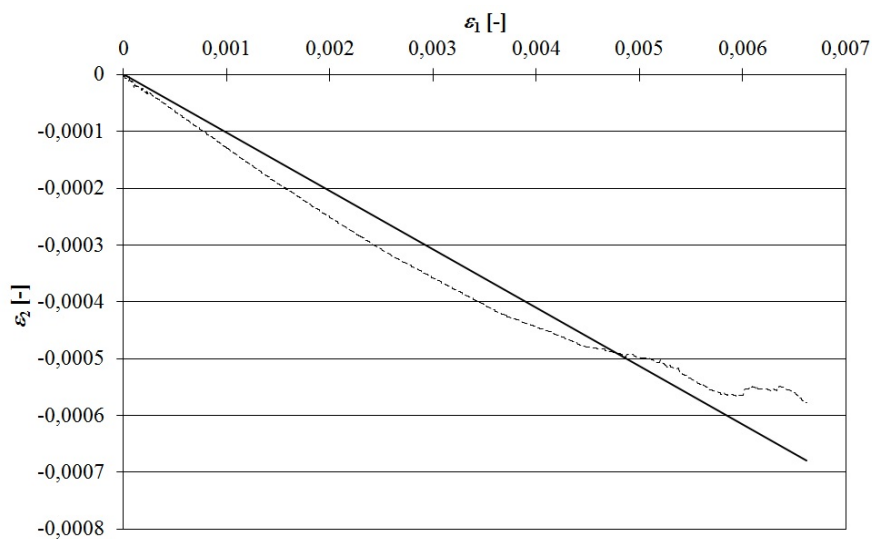
$E_1$ [MPa]	$f_{E_1}$ [-]	$t_{E_1}$ [-]	$\Delta E_1$ [MPa]	$E_1^{min}$ [MPa]	$E_1^{max}$ [MPa]
50 094	5	2,571	1 480	48 614	51 574



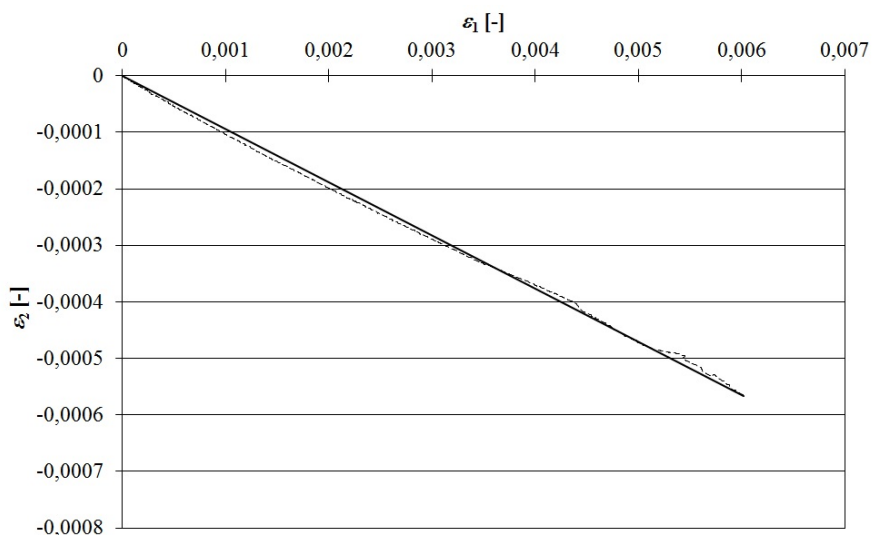
8.14. ábra Az 1.2.a próbatest,  $\nu_{12} = 0,105$



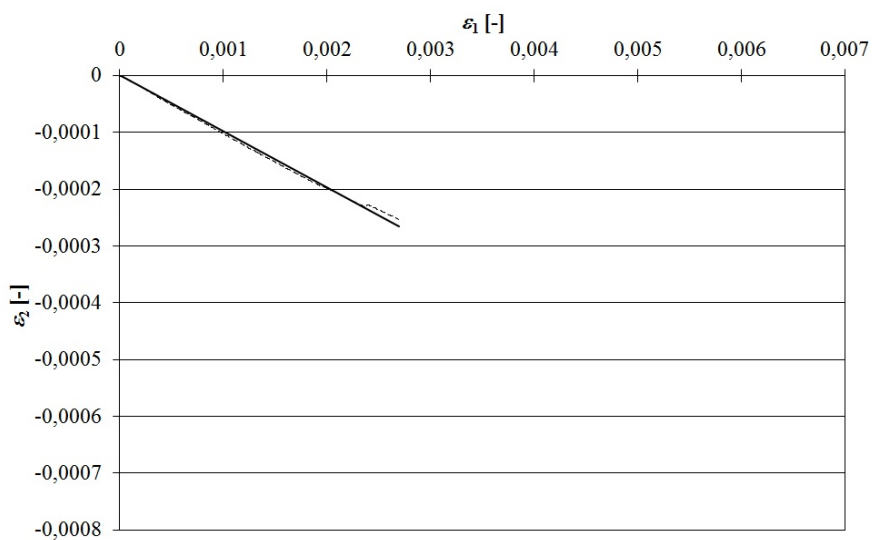
8.15. ábra Az 1.2.c próbatest,  $\nu_{12} = 0,109$



8.16. ábra Az 1.2.d próbatest,  $\nu_{12} = 0,103$



8.17. ábra Az 1.2.e próbatest,  $\nu_{12} = 0,094$



8.18. ábra Az 1.2.f próbatest,  $\nu_{12} = 0,099$

8.3. táblázat Az egyes próbatesteken mért  $\nu_{12}$  Poisson-tényezők

	1.2.a	1.2.b	1.2.c	1.2.d	1.2.e	1.2.f
$\nu_{12j}$ [-]	0,105	–	0,109	0,103	0,094	0,099
$\bar{\nu}_{12}$ [-]	0,102					
$\Delta\nu_{12j}$ [-]	0,003	–	0,007	0,001	–0,008	–0,003
$\delta_{\nu_{12j}}$ [%]	2,9	–	6,9	1,0	–7,8	–2,9
$s_{\nu_{12}}^2$ [-]	$3,30 \cdot 10^{-5}$					
$s_{\nu_{12}}$ [-]	$5,7450 \cdot 10^{-3}$					



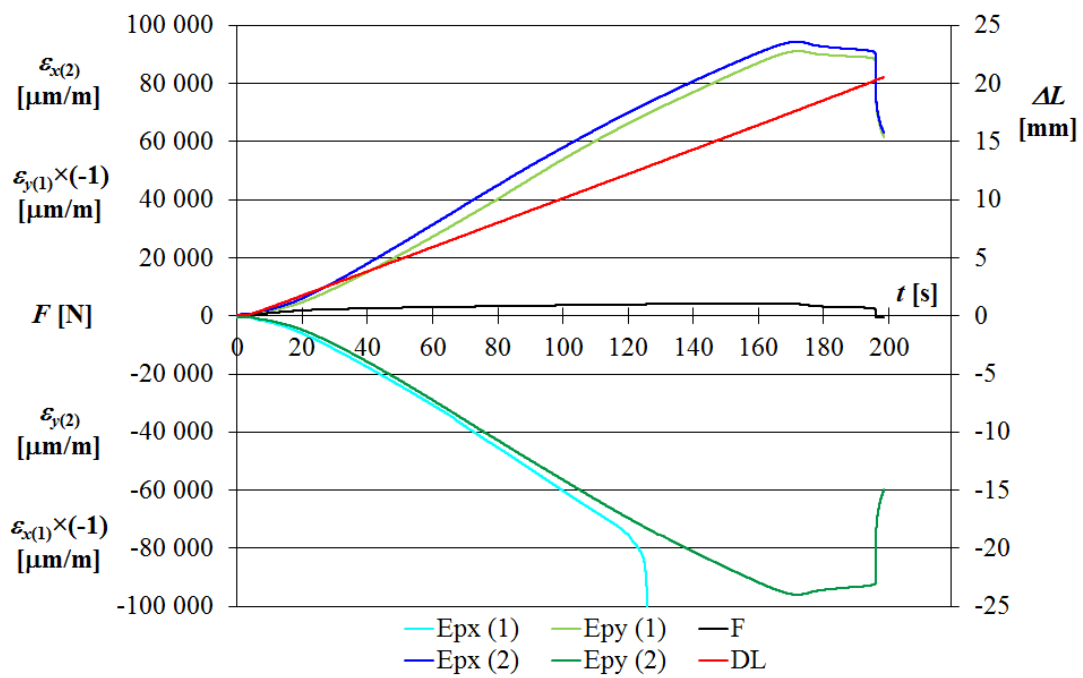
8.4. táblázat Az egyes próbatesteken mért  $\nu_{12}$  Poisson-tényezők 1.2.e nélkül

	1.2.a	1.2.b	1.2.c	1.2.d	1.2.e	1.2.f
$\nu_{12j}$ [-]	0,105	–	0,109	0,103	d.h.?	0,099
$\bar{\nu}_{12(gy-)}$ [-]	0,104					
$\Delta\nu_{12j(gy-)}$ [-]	0,001	–	0,005	–0,001	–	–0,005
$\delta_{\nu_{12j(gy-)}}$ [%]	1,0	–	4,8	–1,0	–	–4,8
$s_{\nu_{12(gy-)}}^2$ [-]	$1,70 \cdot 10^{-5}$					
$s_{\nu_{12(gy-)}}$ [-]	$4,1630 \cdot 10^{-3}$					
$\nu_{12}$ [-]	2,5	$\nu_{\nu_{12}} < \nu_{tábl}$ Nincs durva hiba. Az 1.2.e próbatést a mintában marad.				
$\nu_{tábl}$ [-]	10,1					

8.5. táblázat A textil kompozit lemez/réteg mért  $\nu_{12}$  Poisson-tényezője

$\nu_{12}$ [-]	$f_{\nu_{12}}$ [-]	$t_{\nu_{12}}$ [-]	$\Delta\nu_{12}$ [-]	$\nu_{12}^{min}$ [-]	$\nu_{12}^{max}$ [-]
0,102	4	2,776	0,016	0,086	0,118

## M5. Textil kompozit lemez nyírása



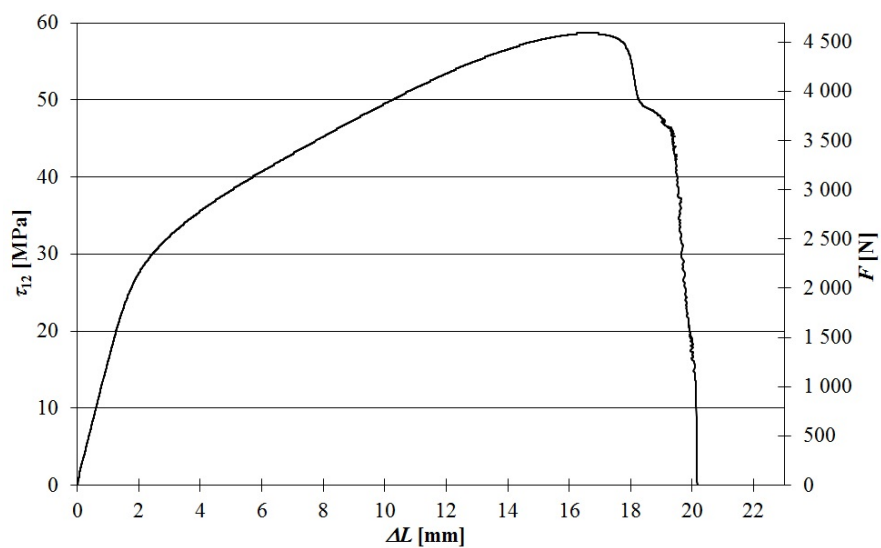
8.19. ábra A nyíróvizsgálattal mért mennyiségek (1.4.f próbatest)



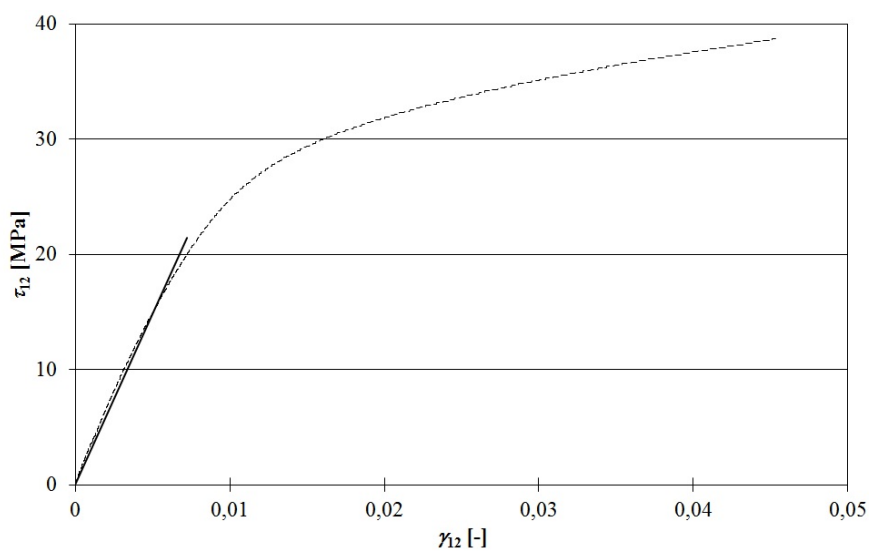
8.20. ábra Nyíró próbatest a vizsgálat előtt



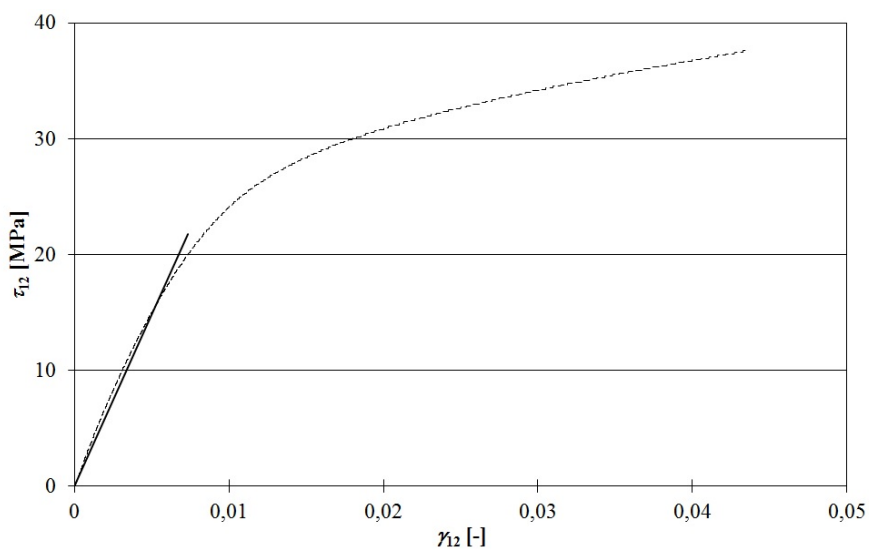
8.21. ábra Nyíró próbatest a tönkremenetel után



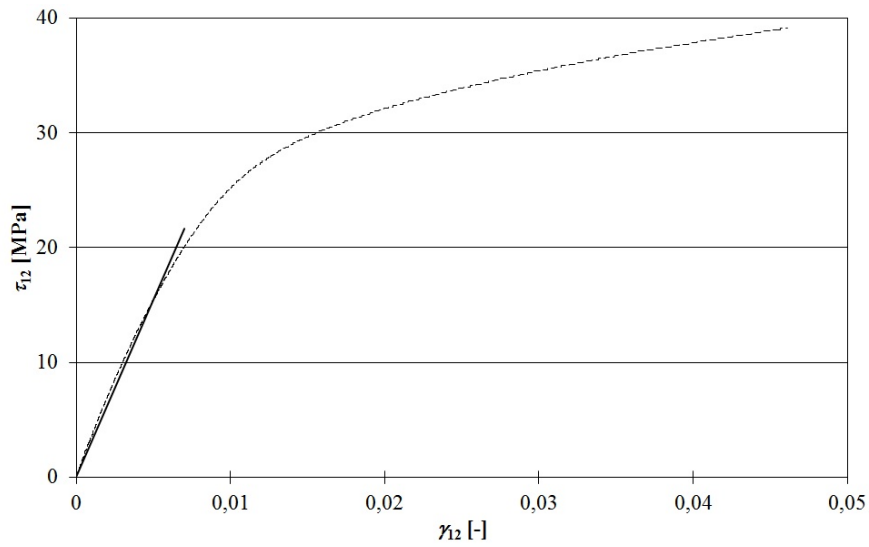
8.22. ábra A  $\tau_{12}$  nyírófeszültség és az  $F$  húzóerő a próbatest  $\Delta L$  hosszváltozásának függvényében (1.4.b próbatest)



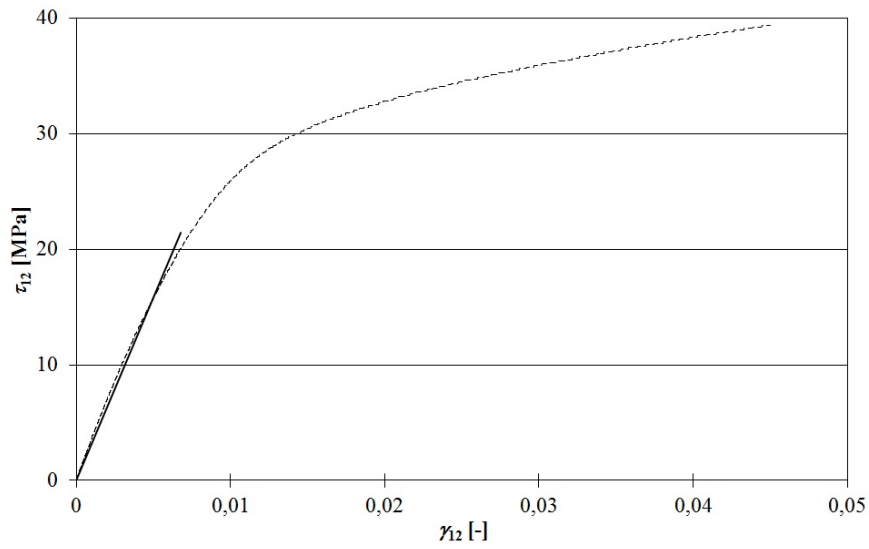
8.23. ábra Az 1.4.a próbatest,  $G_{12} = 2\,976$  MPa



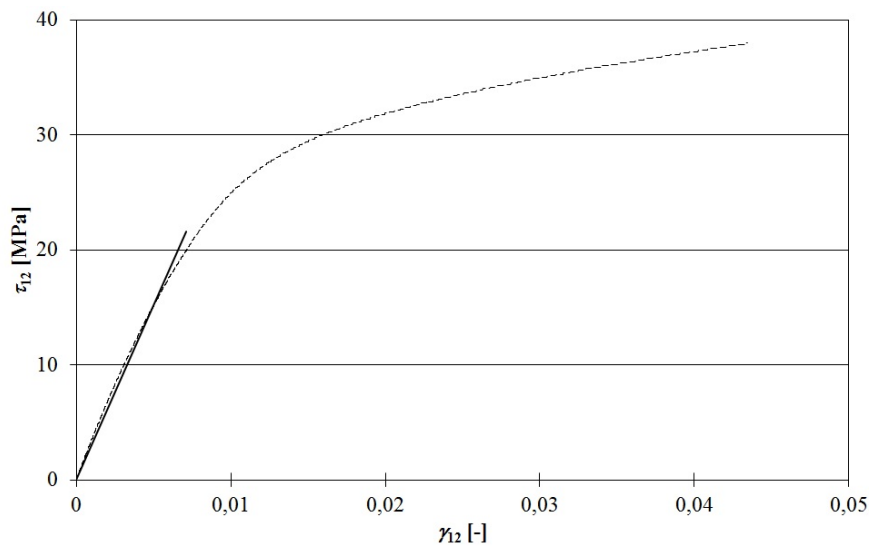
8.24. ábra Az 1.4.b próbatest,  $G_{12} = 2\,959$  MPa



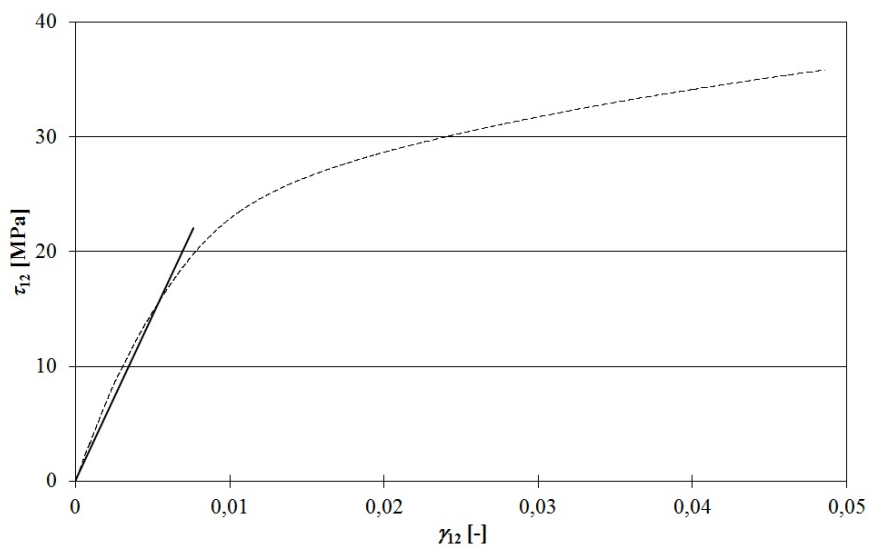
8.25. ábra Az 1.4.c próbatest,  $G_{12} = 3\,091$  MPa



8.26. ábra Az 1.4.d próbatest,  $G_{12} = 3\,166$  MPa



8.27. ábra Az 1.4.e próbatest,  $G_{12} = 3\,024$  MPa



8.28. ábra Az 1.4.f próbatest,  $G_{12} = 2\,891$  MPa

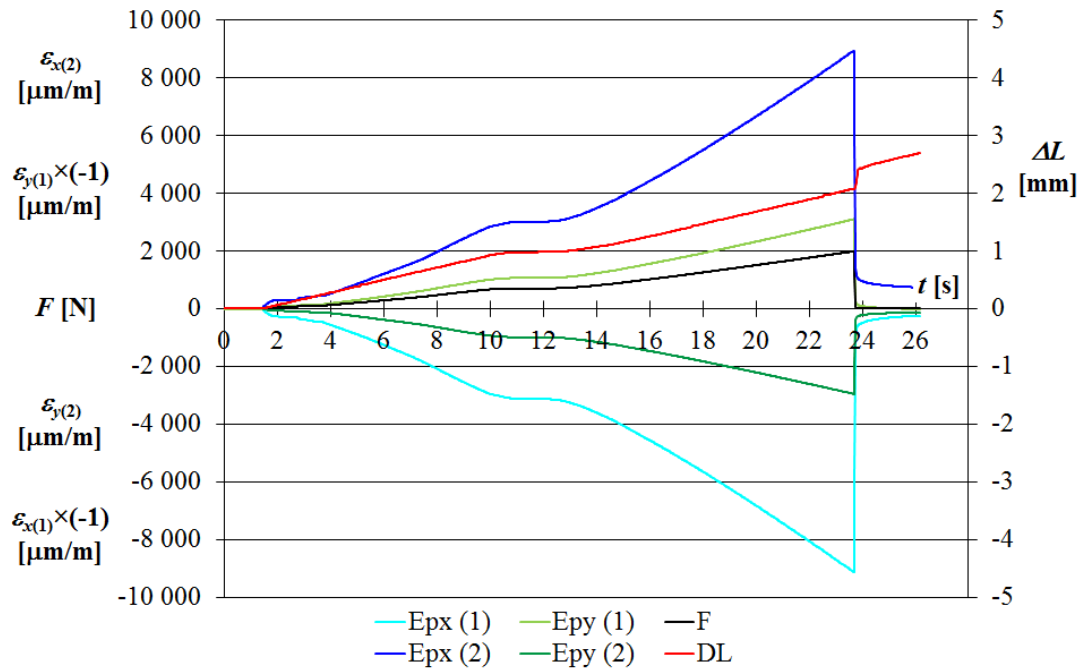
8.6. táblázat Az egyes nyíró próbatesteken mért  $G_{12}$  modulusok

	1.4.a	1.4.b	1.4.c	1.4.d	1.4.e	1.4.f
$G_{12j}$ [MPa]	2 976	2 959	3 091	3 166	3 024	2 891
$\bar{G}_{12}$ [MPa]	3 018					
$\Delta G_{12j}$ [MPa]	-42	-59	73	148	6	-127
$\delta_{G_{12j}}$ [%]	-1,4	-2,0	2,4	4,9	0,2	-4,2
$s_{G_{12}}^2$ [MPa <sup>2</sup> ]	9 728,600					
$s_{G_{12}}$ [MPa]	98,634					

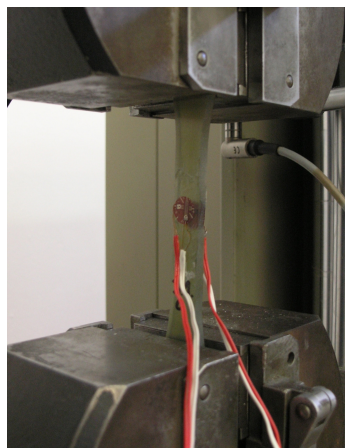
8.7. táblázat Kompozit lemez/réteg mért csúsztató rugalmassági modulusa

$G_{12}$ [MPa]	$f_{G_{12}}$ [-]	$t_{G_{12}}$ [-]	$\Delta G_{12}$ [MPa]	$G_{12}^{min}$ [MPa]	$G_{12}^{max}$ [MPa]
3 018	5	2,571	254	2 764	3 272

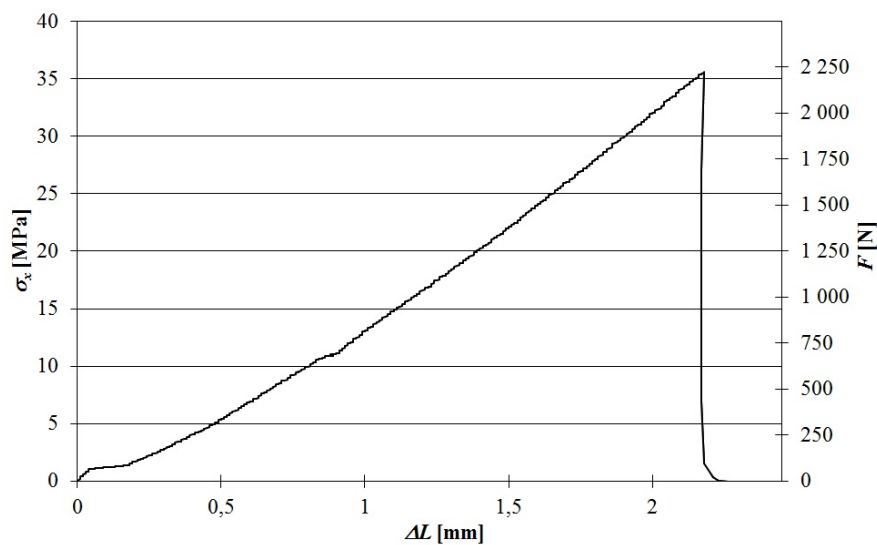
## M6. Mátrix húzóvizsgálata



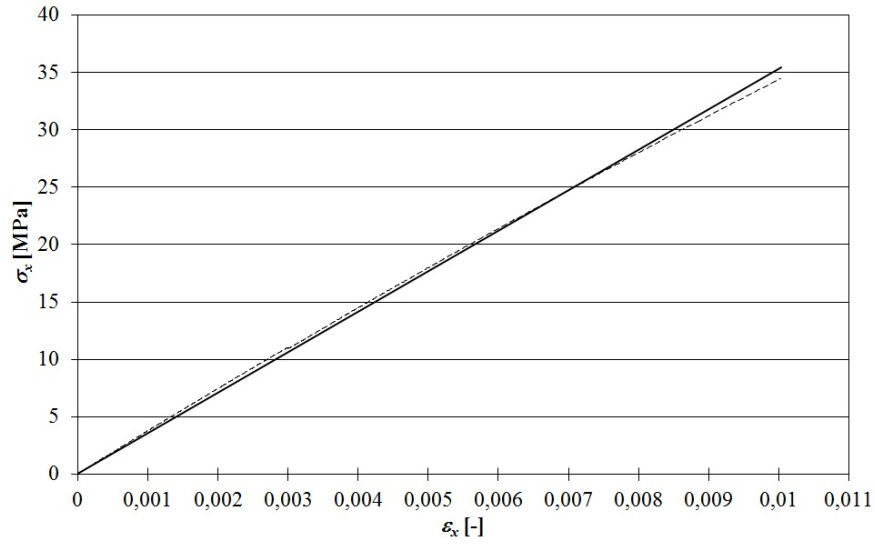
8.29. ábra A műgyanta húzóvizsgálatánál mért mennyiségek (3.1.f próbatest)



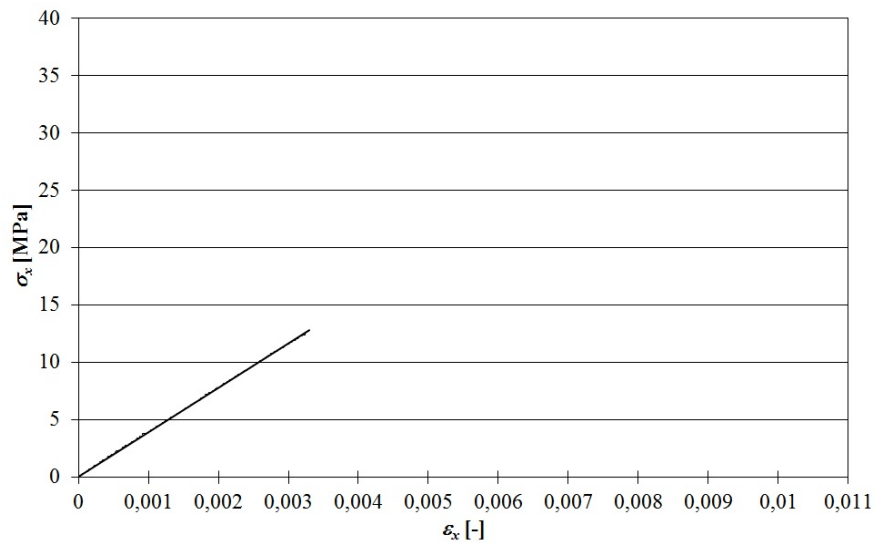
8.30. ábra Próbatest a szakítógépben



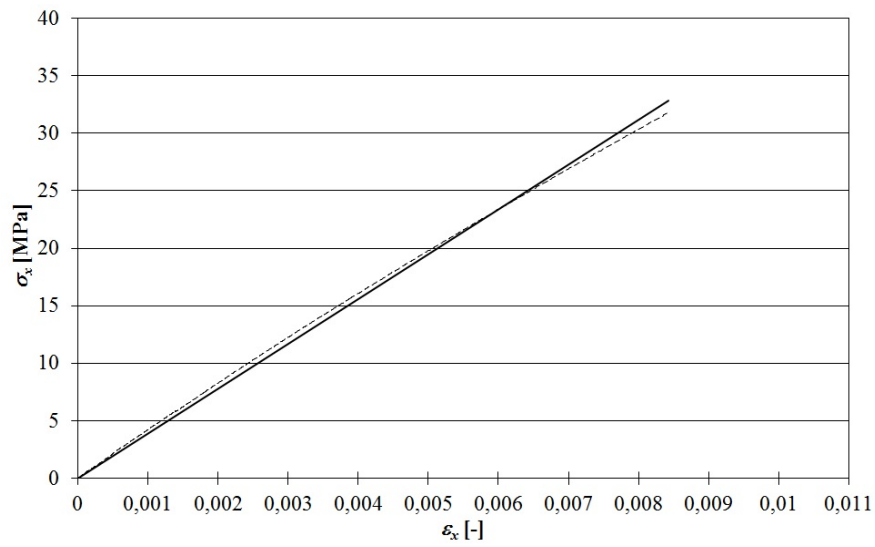
8.31. ábra Szakítódiaagram (3.1.e próbatest)



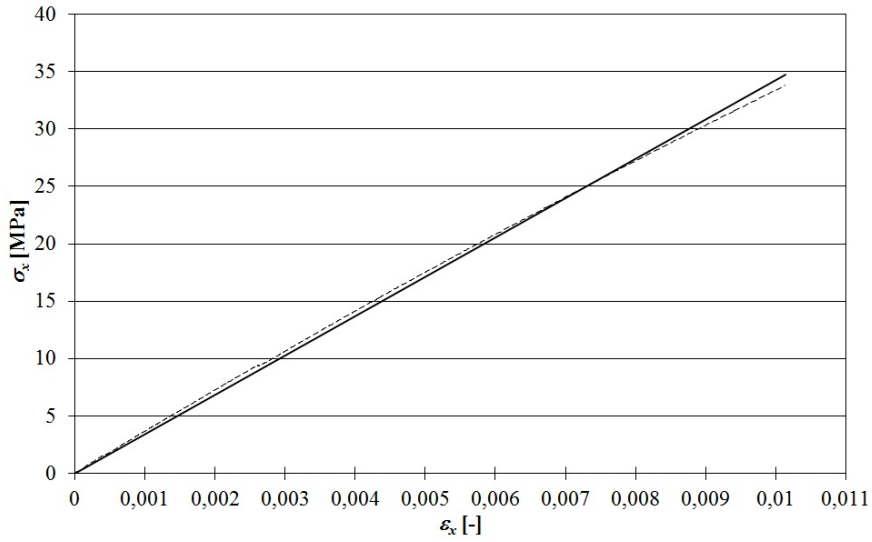
8.32. ábra A 3.1.a próbatest,  $E_m = 3\,531$  MPa



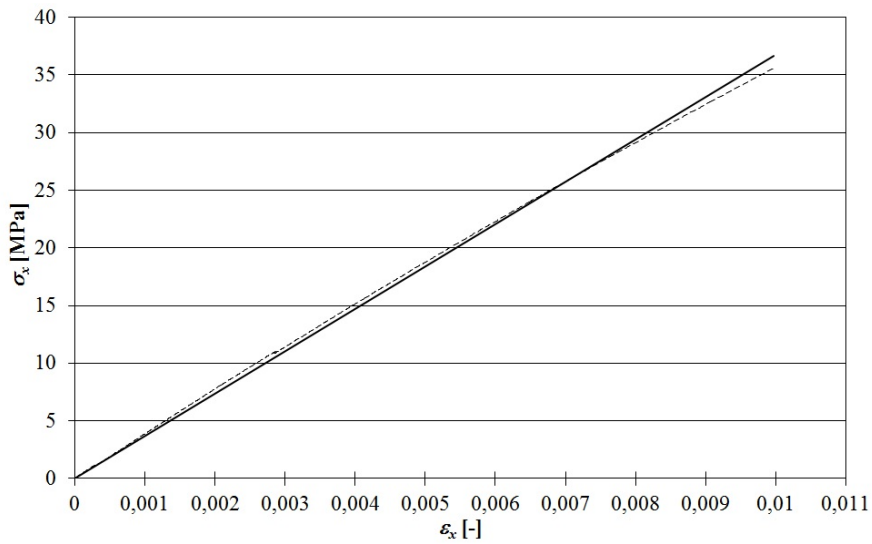
8.33. ábra A 3.1.b próbatest,  $E_m = 3\,890$  MPa



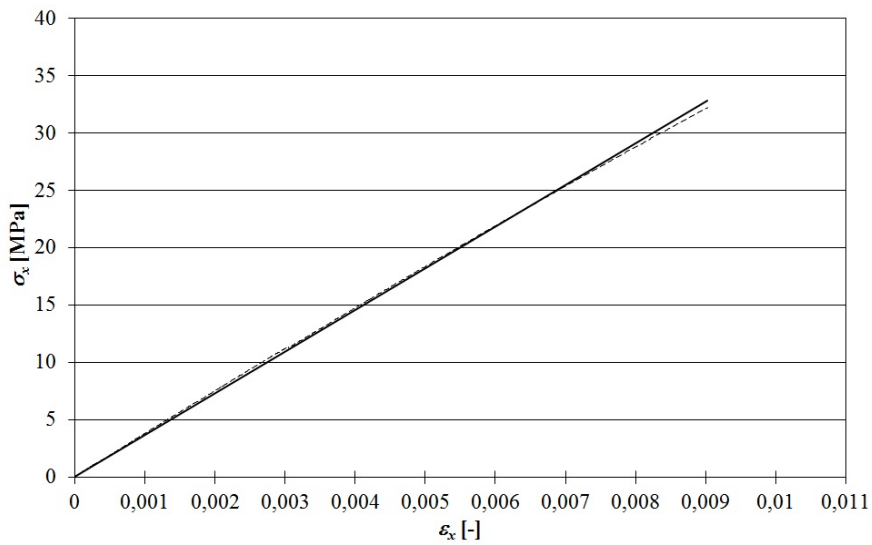
8.34. ábra A 3.1.c próbatest,  $E_m = 3\,900$  MPa



8.35. ábra A 3.1.d próbatest,  $E_m = 3\,430$  MPa



8.36. ábra A 3.1.e próbatest,  $E_m = 3\,675$  MPa



8.37. ábra A 3.1.f próbatest,  $E_m = 3\,636$  MPa

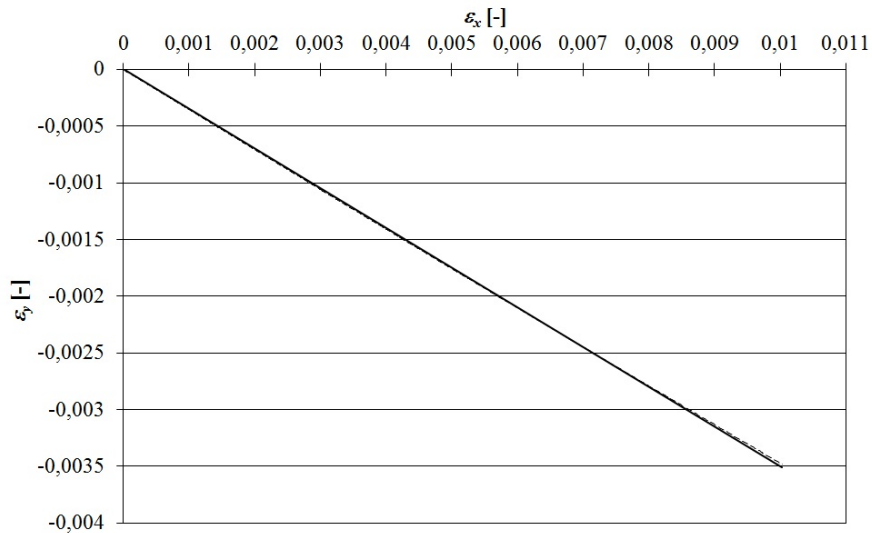


8.8. táblázat Az egyes próbatesteken mért rugalmassági modulusok

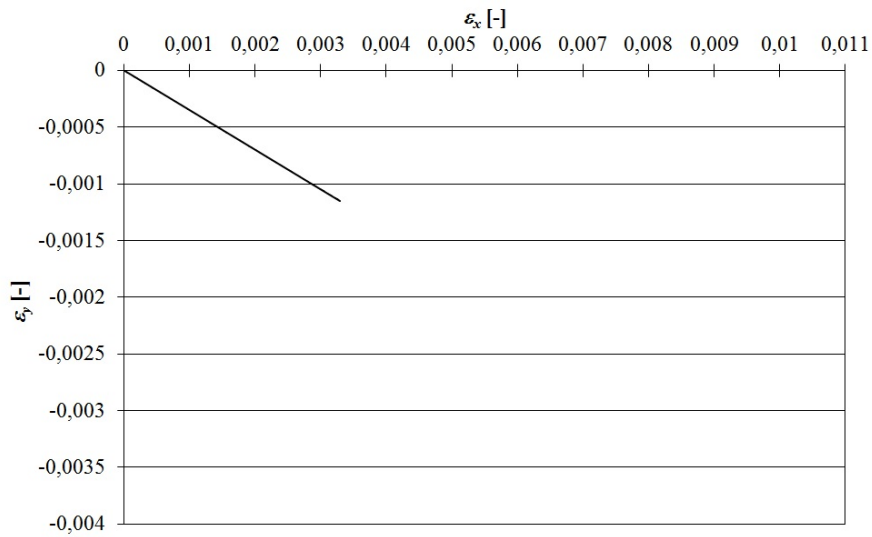
	3.1.a	3.1.b	3.1.c	3.1.d	3.1.e	3.1.f
$E_{mj}$ [MPa]	3 531	3 890	3 900	3 430	3 675	3 636
$\bar{E}_m$ [MPa]	3 677					
$\Delta E_{mj}$ [MPa]	-146	213	223	-247	-2	-41
$\delta_{Emj}$ [%]	-4,0	5,8	6,1	-6,7	-0,1	-1,1

8.9. táblázat Az egyes próbatesteken mért rugalmassági modulusok 3.1.d nélkül

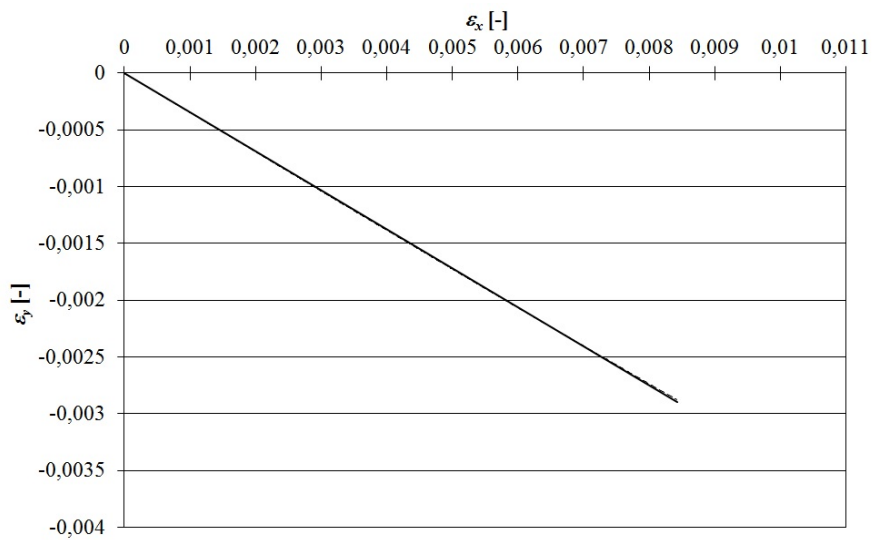
	3.1.a	3.1.b	3.1.c	3.1.d	3.1.e	3.1.f
$E_{mj}$ [MPa]	3 531	3 890	3 900	d.h.?	3 675	3 636
$\bar{E}_{m(gy-)}$ [MPa]	3 726					
$\Delta E_{mj(gy-)}$ [MPa]	-195	164	174	-	-51	-90
$\delta_{Emj(gy-)}$ [%]	-5,2	4,4	4,7	-	-1,4	-2,4
$s^2_{Em(gy-)}$ [MPa <sup>2</sup> ]	26 474,500					
$s_{Em(gy-)}$ [MPa]	162,710					
$\nu_{Em}$ [-]	1,82	$\nu_{Em} < \nu_{tábl}$ Nincs durva hiba. 3.1.d próbatest a mintában marad.				
$\nu_{tábl}$ [-]	6,51					



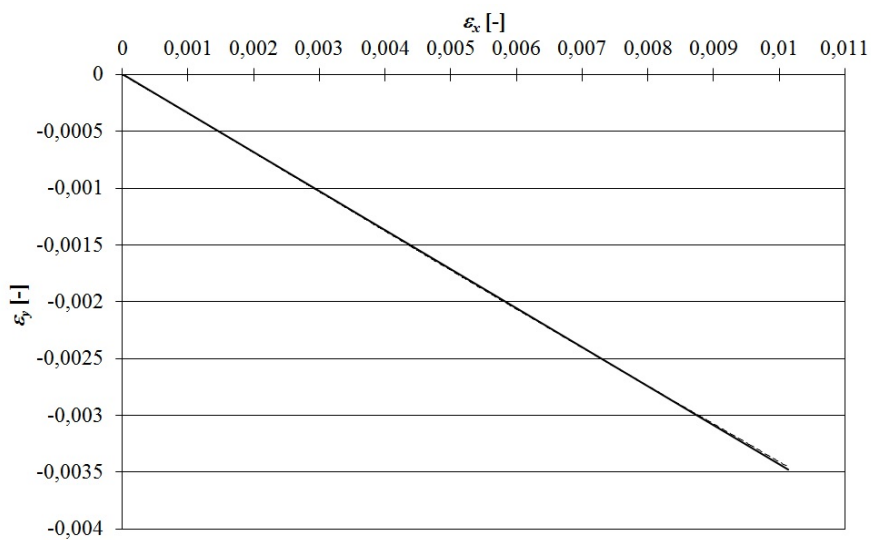
8.38. ábra A 3.1.a próbatest,  $\nu_m = 0,350$



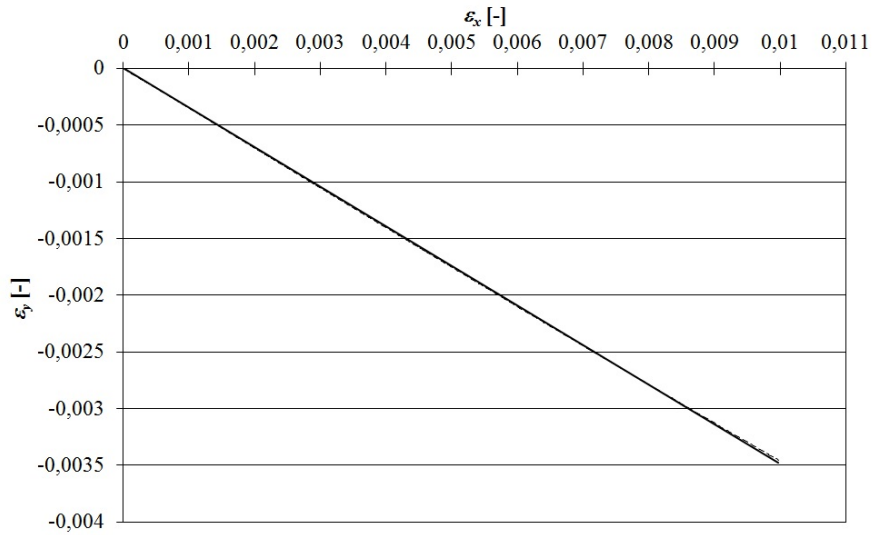
8.39. ábra A 3.1.b próbatest,  $\nu_m = 0,349$



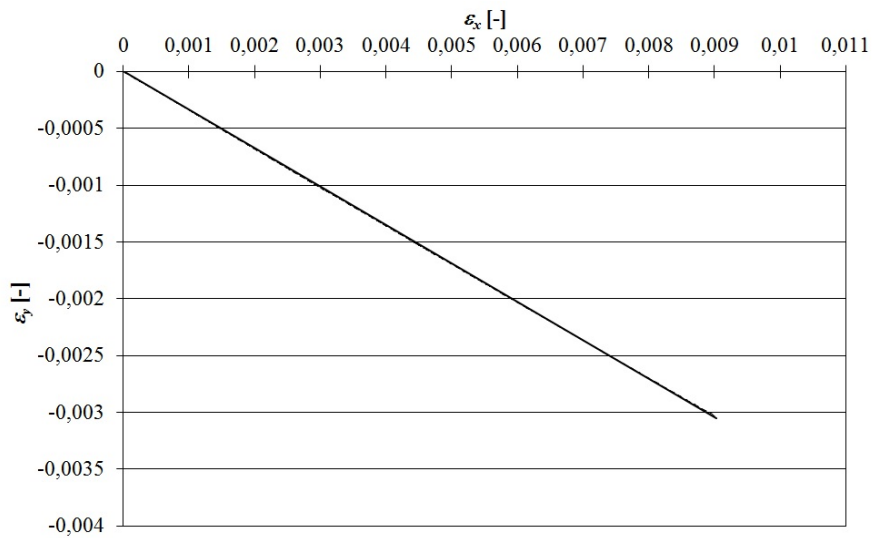
8.40. ábra A 3.1.c próbatest,  $\nu_m = 0,344$



8.41. ábra A 3.1.d próbatest,  $\nu_m = 0,343$



8.42. ábra A 3.1.e próbatest,  $\nu_m = 0,349$



8.43. ábra A 3.1.f próbatest,  $\nu_m = 0,338$

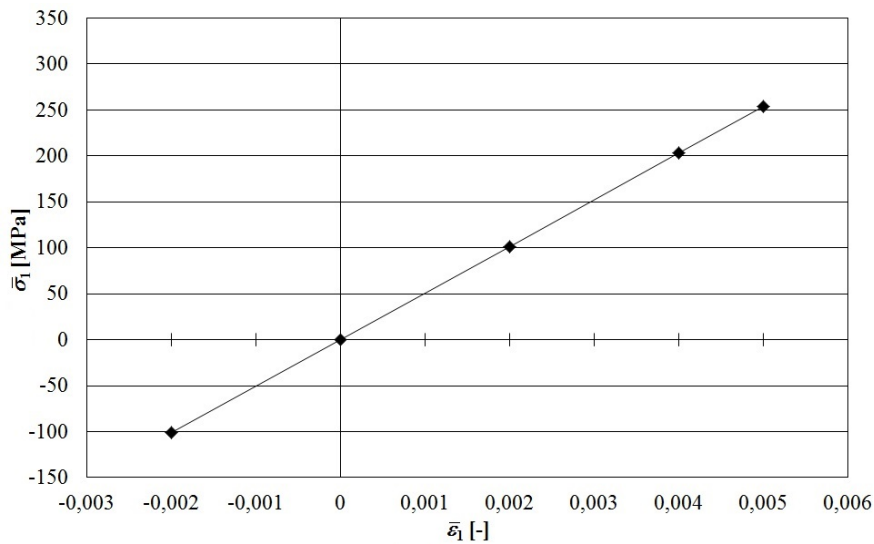
8.10. táblázat Az egyes próbatesteken mért Poisson-tényezők

	3.1.a	3.1.b	3.1.c	3.1.d	3.1.e	3.1.f
$\nu_{mj} [-]$	0,350	0,349	0,344	0,343	0,349	0,338
$\bar{\nu}_m [-]$	0,346					
$\Delta\nu_{mj} [-]$	0,004	0,003	-0,002	-0,003	0,003	-0,008
$\delta_{\nu_{mj}} [\%]$	1,2	0,9	-0,6	-0,9	0,9	-2,3

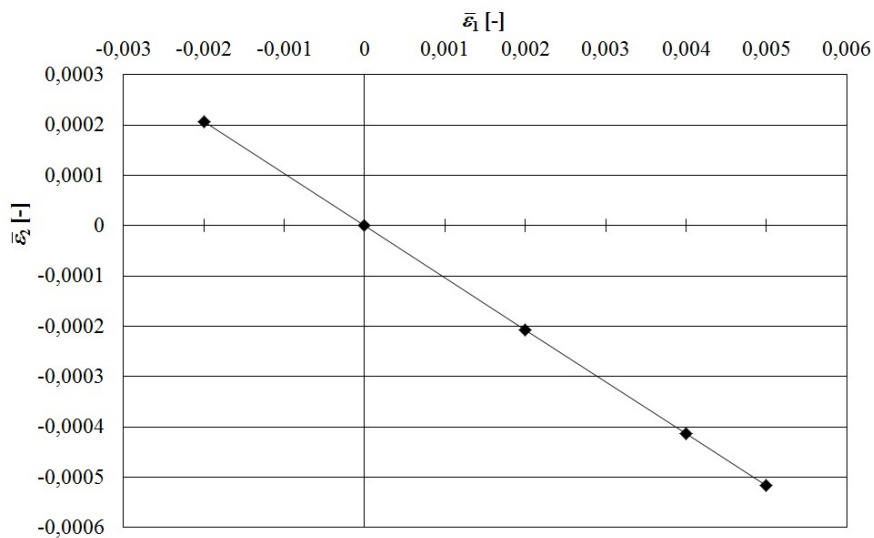
## M7. Réteg modellcella anyagjellemzői

8.11. táblázat Több előírt  $\bar{\varepsilon}_1$  fajlagos nyúlásnál meghatározott mennyiségek

Előírt	$\bar{\varepsilon}_1$ [-]	$-2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
	$u_{A+}$ [mm]	$-8 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Meghatározott mennyiségek	$v_{B+}$ [mm]	$8,271 \cdot 10^{-4}$	$-8,271 \cdot 10^{-4}$	$-1,654 \cdot 10^{-3}$	$-2,068 \cdot 10^{-3}$
	$\bar{\varepsilon}_2$ [-]	$2,068 \cdot 10^{-4}$	$-2,068 \cdot 10^{-4}$	$-4,135 \cdot 10^{-4}$	$-5,170 \cdot 10^{-4}$
	$F_{A+}$ [N]	-101,44	101,44	202,88	253,60
	$F_{A-}$ [N]	101,44	-101,44	-202,88	-253,60
	$\bar{\sigma}_1$ [MPa]	-101,44	101,44	202,88	253,60
	$E_1$ [MPa]	50 720	50 720	50 720	50 720
	$\nu_{12}$ [-]	0,103	0,103	0,103	0,103



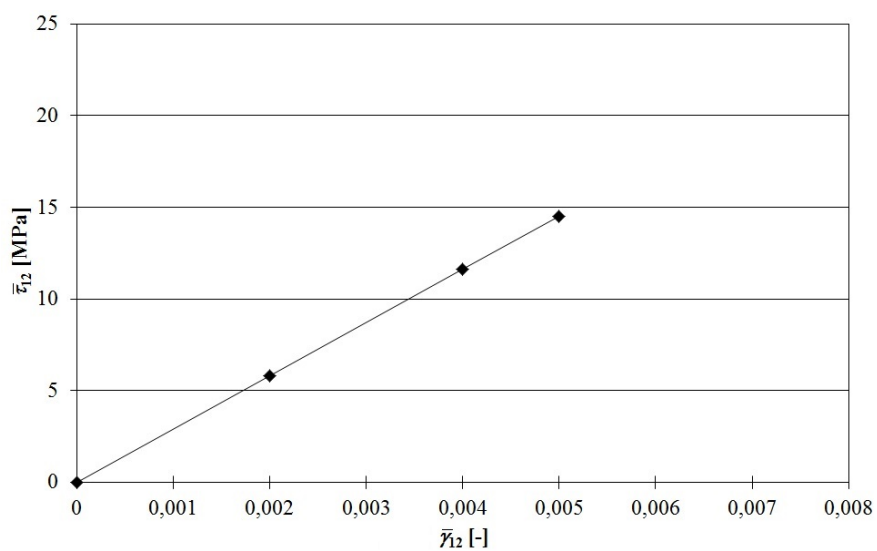
8.44. ábra  $\bar{\sigma}_1$  változása az  $\bar{\varepsilon}_1$  függvényében



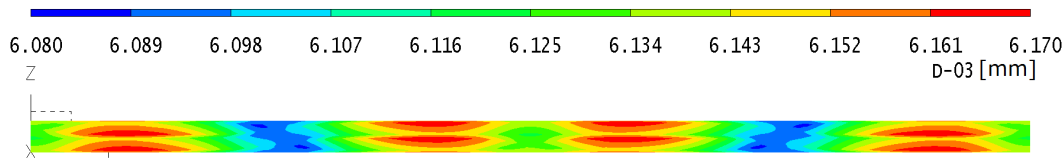
8.45. ábra  $\bar{\varepsilon}_2$  keresztirányú fajlagos nyúlás változása

8.12. táblázat Több előírt  $\bar{\gamma}_{12}$  szögtorzulásnál meghatározott mennyiségek

Előírt	$\bar{\gamma}_{12}$ [-]	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
	$v_{A+}$ [mm]	$4 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$
	$u_{B+}$ [mm]	$4 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$
Meghatározott mennyiségek	$F_{A+}$ [N]	5,8	11,6	14,5
	$F_{A-}$ [N]	-5,8	-11,6	-14,5
	$F_{B+}$ [N]	5,8	11,6	14,5
	$F_{B-}$ [N]	-5,8	-11,6	-14,5
	$\bar{\tau}_{12} = \bar{\tau}_{21}$ [MPa]	5,8	11,6	14,5
	$G_{12}$ [MPa]	2 900	2 900	2 900

8.46. ábra  $\bar{\tau}_{12}$  nyírófeszültség a  $\bar{\gamma}_{12}$  függvényében

## M8. Végeselemes modellcellák alkalmazhatósága



8.47. ábra Az  $x_1$  irányú elmozdulásmező az A–A metszősíkon

8.13. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_1$  irányú húzásnál

	a) szimmetrikus modellcella	b) nem szimmetrikus modellcella
Kinematikai terhelés	$\bar{\varepsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ , $u_{A+} = u_{N9} = 1,6 \cdot 10^{-2}$ mm	
Végeselemes számítással előállított mennyiségek	$v_{B+} = -9,613 \cdot 10^{-4}$ mm	$v_{B+} = -9,619 \cdot 10^{-4}$ mm
	$\vec{F}_{A+} = -\vec{F}_{A-} = (215,0 \vec{e}_1)$ N	$\vec{F}_{A+} = -\vec{F}_{A-} = (215,0 \vec{e}_1)$ N
Átlagos feszültség	$\bar{\sigma}_1 = 107,5$ MPa	$\bar{\sigma}_1 = 107,5$ MPa
Anyagjellemzők	$E_1 = 53\,750$ MPa	$E_1 = 53\,750$ MPa
	$\nu_{12} = 0,060$	$\nu_{12} = 0,060$

8.14. táblázat Előírt és meghatározott mennyiségek  $x_1, x_2$  síkbeli nyírásnál

	a) szimmetrikus modellcella	b) nem szimmetrikus modellcella
Kinematikai terhelés	$\bar{\gamma}_{12} = 2 \cdot 10^{-3}$ , $\frac{1}{2} \bar{\gamma}_{12} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{21} = 10^{-3}$	
	$v_{A+} = v_{N9} = 8 \cdot 10^{-3}$ mm, $u_{B+} = u_{N11} = 8 \cdot 10^{-3}$ mm	
Reakcióerők	$\vec{F}_{A+} = -\vec{F}_{A-} = (11,6 \vec{e}_2)$ N	$\vec{F}_{A+} = -\vec{F}_{A-} = (11,6 \vec{e}_2)$ N
	$\vec{F}_{B+} = -\vec{F}_{B-} = (11,6 \vec{e}_1)$ N	$\vec{F}_{B+} = -\vec{F}_{B-} = (11,6 \vec{e}_1)$ N
Átlagos feszültség	$\bar{\tau}_{12} = \bar{\tau}_{21} = 5,80$ MPa	$\bar{\tau}_{12} = \bar{\tau}_{21} = 5,80$ MPa
Nyírási modulus	$G_{12} = 2\,900$ MPa	$G_{12} = 2\,900$ MPa

## M9. Erősítő szál rugalmassági modulusának hatása

8.15. táblázat A szénaszál, a szálköteg és a textil kompozit réteg anyagi jellemzői

	a)	b)	c)
Szénaszál	$E_{f1} = 200\,000$ MPa	$E_{f1} = 225\,000$ MPa	$E_{f1} = 250\,000$ MPa
	$E_{f2} = 16\,000$ MPa	$E_{f2} = 18\,000$ MPa	$E_{f2} = 20\,000$ MPa
	$E_{f3} = 16\,000$ MPa	$E_{f3} = 18\,000$ MPa	$E_{f3} = 20\,000$ MPa
	$\nu_{f12} = 0,166$		
	$\nu_{r23} = 0,400$		
	$\nu_{f13} = 0,166$		
	$G_{f12} = 6\,432$ MPa		
	$G_{f23} = 5\,714$ MPa	$G_{f23} = 6\,429$ MPa	$G_{f23} = 7\,143$ MPa
	$G_{f13} = 6\,432$ MPa		
A textil szálkötege	$E_{r1} = 154\,232$ MPa	$E_{r1} = 173\,400$ MPa	$E_{r1} = 192\,568$ MPa
	$E_{r2} = 10\,772$ MPa	$E_{r2} = 11\,568$ MPa	$E_{r2} = 12\,304$ MPa
	$E_{r3} = 10\,772$ MPa	$E_{r3} = 11\,568$ MPa	$E_{r3} = 12\,304$ MPa
	$\nu_{r12} = 0,202$	$\nu_{r12} = 0,202$	$\nu_{r12} = 0,202$
	$\nu_{r23} = 0,429$	$\nu_{r23} = 0,428$	$\nu_{r23} = 0,426$
	$\nu_{r13} = 0,202$	$\nu_{r13} = 0,202$	$\nu_{r13} = 0,202$
	$G_{r12} = 4\,115$ MPa	$G_{r12} = 4\,115$ MPa	$G_{r12} = 4\,115$ MPa
	$G_{r23} = 3\,770$ MPa	$G_{r23} = 4\,050$ MPa	$G_{r23} = 4\,314$ MPa
	$G_{r13} = 4\,115$ MPa	$G_{r13} = 4\,115$ MPa	$G_{r13} = 4\,115$ MPa
Textil kompozit réteg	$E_1 = E_2 = 45\,500$ MPa	$E_1 = E_2 = 50\,200$ MPa	$E_1 = E_2 = 54\,800$ MPa
	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,098$	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,104$	$\nu_{12} = \nu_{21} = 0,109$
	$G_{12} = 2\,900$ MPa	$G_{12} = 2\,900$ MPa	$G_{12} = 2\,900$ MPa
$E_1/E_{f1}$	$E_1/E_{f1} = 0,2275$	$E_1/E_{f1} = 0,2231$	$E_1/E_{f1} = 0,2192$

### M10. Különböző szövésminták hatása

8.16. táblázat A textil és a modellcellák geometriai jellemzői

	Textil erősítés a modellcellában	Geometriai jellemzők
a)		<p>Vászonkötésű textil (1×1)</p> <p><math>a = b = 4 \text{ mm}</math></p> <p><math>V = 4 \text{ mm}^3</math></p> <p><math>\varphi_f = 0,461</math></p> <p><math>\varphi_m = 0,539</math></p>
b)		<p>2×2 jelű kosárkötésű textil</p> <p><math>a = b = 8 \text{ mm}</math></p> <p><math>V = 16 \text{ mm}^3</math></p> <p><math>\varphi_f = 0,460</math></p> <p><math>\varphi_m = 0,540</math></p>
c)		<p>3×3 jelű kosárkötésű textil</p> <p><math>a = b = 12 \text{ mm}</math></p> <p><math>V = 36 \text{ mm}^3</math></p> <p><math>\varphi_f = 0,460</math></p> <p><math>\varphi_m = 0,540</math></p>
d)		<p>Tűzött, kétirányú textil (∞×∞)</p> <p><math>a = b = 4 \text{ mm}</math></p> <p><math>V = 4 \text{ mm}^3</math></p> <p><math>\varphi_f = 0,459</math></p> <p><math>\varphi_m = 0,541</math></p>



## M11. Textil térfogatarányának hatása

8.17. táblázat A textil és a modellcellák geometriai jellemzői

	Textil erősítés a modellcellában	Geometriai jellemzők
a)		$a = b = 6 \text{ mm}$ $t_1 = t_2 = 3 \text{ mm}$ $n_1 = n_2 = 3,33 \text{ db/cm}$ $V = 9 \text{ mm}^3$ $\varphi_f = 0,307$ $\varphi_m = 0,693$
b)		$a = b = 5 \text{ mm}$ $t_1 = t_2 = 2,5 \text{ mm}$ $n_1 = n_2 = 4 \text{ db/cm}$ $V = 6,25 \text{ mm}^3$ $\varphi_f = 0,368$ $\varphi_m = 0,632$
c)		$a = b = 4 \text{ mm}$ $t_1 = t_2 = 2 \text{ mm}$ $n_1 = n_2 = 5 \text{ db/cm}$ $V = 4 \text{ mm}^3$ $\varphi_f = 0,461$ $\varphi_m = 0,539$

## M12. Hossz- és keresztirányú szálazás arányának hatása

8.18. táblázat A textil és a modellcellák geometriai jellemzői

	Textil erősítés a modellcellában	Geometriai jellemzők
a)		$\lambda = 0$ $\varphi_f = 0,230$ $n_2 = 0 \text{ db/cm}$ $\varphi_{f1} = 0,230$ $a = 4 \text{ mm}$ $\varphi_{f2} = 0$ $V = 4 \text{ mm}^3$ $\varphi_m = 0,770$
b)		$\lambda = 0,5$ $\varphi_f = 0,345$ $t_2 = 4 \text{ mm}$ $\varphi_{f1} = 0,230$ $n_2 = 2,5 \text{ db/cm}$ $\varphi_{f2} = 0,115$ $a = 8 \text{ mm}$ $\varphi_m = 0,655$ $V = 8 \text{ mm}^3$
c)		$\lambda = 0,67$ $\varphi_f = 0,384$ $t_2 = 3 \text{ mm}$ $\varphi_{f1} = 0,230$ $n_2 = 3,33 \text{ db/cm}$ $\varphi_{f2} = 0,154$ $a = 6 \text{ mm}$ $\varphi_m = 0,616$ $V = 6 \text{ mm}^3$
d)		$\lambda = 0,8$ $\varphi_f = 0,415$ $t_2 = 2,5 \text{ mm}$ $\varphi_{f1} = 0,230$ $n_2 = 4 \text{ db/cm}$ $\varphi_{f2} = 0,185$ $a = 5 \text{ mm}$ $\varphi_m = 0,585$ $V = 5 \text{ mm}^3$
e)		$\lambda = 1$ $\varphi_f = 0,461$ $t_2 = 2 \text{ mm}$ $\varphi_{f1} = 0,2305$ $n_2 = 5 \text{ db/cm}$ $\varphi_{f2} = 0,2305$ $a = 4 \text{ mm}$ $\varphi_m = 0,539$ $V = 4 \text{ mm}^3$

## 9. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezúton szeretnék köszönetet mondani Dr. M. Csizmadia Béla † professor emeritusnak és Prof. Dr. Égert János egyetemi tanárnak, témavezetőimnek, akiknek mentorálásával, iránymutatásával és inspirációjával ez a disszertáció elkészült. Szeretném megköszönni még Prof. Dr. Farkas István egyetemi tanárnak a disszertáció végső formájának kialakításához nyújtott segítségét.

Köszönöm továbbá a Széchenyi István Egyetem Alkalmazott Mechanika Tanszékén dolgozó kollégáimnak a személyes szakmai beszélgetésekkel nyújtott támogatást. Külön fejezem ki köszönetem Menyhárt Tibornak, az Alkalmazott Mechanika Tanszék laborvezetőjének, aki segítséget nyújtott a próbatestek gyártásában és a kísérleti vizsgálatok elvégzésében. Köszönöm még a Szent István Egyetem Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszék kollégáinak a személyes szakmai konzultációkat.

Hálásan köszönöm feleségemnek, Bojtárné Németh Anitának és lányomnak, Bojtár Hannának, hogy munkám során kellő türelemmel voltak irántam. Megértést, lelki támaszt kaptam tőlük, amivel biztosították számomra a PhD értekezés elkészítéséhez szükséges nyugodt és kiegyensúlyozott légkört.